

УДК 51(076.5)  
ББК 22.1я73-5  
В93

Рецензенты:

*кафедра высшей математики Московского  
государственного университета экономики, статистики и информатики*  
(зав. кафедрой проф. В.А. Никишкин);  
д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Самыловский  
(Российская экономическая академия им. Г.В. Плеханова)

Главный редактор издательства кандидат юридических наук,  
доктор экономических наук *Н.Д. Эриашвили*

**В93** **Высшая математика для экономистов: Практикум для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / [Н.Ш. Кремер и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 479 с. — (Серия «Золотой фонд российских учебников»).**

**И. Кремер, Наум Шевелевич.**

ISBN 978-5-238-01122-6

Агентство СІР РГБ

Практикум дополняет учебник «Высшая математика для экономистов» (ЮНИТИ — 1997, 1998, 2006) и вместе с ним составляет *учебный комплекс*.

Практикум содержит около 2700 задач (с решениями и для самостоятельной работы), в том числе задачи с экономическим содержанием. Существенное отличие его от других изданий — наличие наряду с традиционными контрольными заданиями (63 варианта, более 400 задач) тестовых заданий (28 тестов, более 400 тестовых заданий). Это позволяет достаточно эффективно использовать пособие в процессе аудиторной и самостоятельной работы студентов, при проведении контрольных работ, собеседований, зачетов и экзаменов (в частности, письменных), тестировании (в том числе компьютерном) по вузовскому общему курсу математики.

В новое издание (предыдущее — ЮНИТИ, 2002) дополнительно включены задачи для повторения, рекомендуемые для экспресс-подготовки студентов и учебно-тренировочные тесты для экспресс-проверки их знаний.

Для студентов и бакалавров экономических специальностей вузов, а также магистров этих специальностей, преподавателей и лиц, занимающихся самообразованием.

**ББК 22.1я73-5**

ISBN 978-5-238-01122-6

© Коллектив авторов, 2002, 2007

© ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮНИТИ-ДАНА, 2002, 2007

Воспроизведение всей книги или любой ее части любыми средствами или в какой-либо форме, в том числе в Интернет-сети, запрещается без письменного разрешения издательства.

## Оглавление

<b>Предисловие</b>	<b>3</b>
<b>Раздел I. Линейная алгебра (с элементами аналитической геометрии)</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Матрицы и определители</b>	<b>6</b>
1.1. Матрицы и операции над ними	6
1.2. Определители квадратных матриц. Обратная матрица	11
1.3. Ранг матрицы. Линейная независимость строк (столбцов) матрицы	19
1.4. Задачи с экономическим содержанием	23
Задача для повторения	28
Контрольные задания по главе 1 «Матрицы и определители»	30
Тест 1	32
<b>Глава 2. Системы линейных уравнений</b>	<b>34</b>
2.1. Система $n$ линейных уравнений с $n$ переменными	35
2.2. Система $m$ линейных уравнений с $n$ переменными	42
2.3. Метод Жордана—Гаусса	44
2.4. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений	48
2.5. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики	50
Задача для повторения	55
Контрольные задания по главе 2 «Системы линейных уравнений»	57
Тест 2	59
<b>Глава 3. Элементы матричного анализа</b>	<b>61</b>
3.1. Векторы на плоскости и в пространстве	61
3.2. $n$ -мерный вектор и векторное пространство. Евклидово пространство	69
3.3. Линейные операторы	78
3.4. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора (матрицы)	82
3.5. Квадратичные формы	87
3.6. Линейная модель обмена (модель международной торговли)	92
Задача для повторения	94
Контрольные задания по главе 3 «Элементы матричного анализа»	96
Тест 3	97
<b>Глава 4. Уравнение линии. Прямая и плоскость</b>	<b>99</b>
4.1. Простейшие задачи. Уравнение прямой на плоскости	99
4.2. Кривые второго порядка	110
4.3. Прямая и плоскость в пространстве	118
Задача для повторения	127

Контрольные задания по главе 4 «Уравнение линии. Прямая и плоскость»	129
Тест 4	131
<b>Учебно-тренировочные тесты по дисциплине «линейная алгебра (с элементами аналитической геометрии)» (разделу I)</b>	<b>133</b>
<b>Итоговые контрольные задания по дисциплине «Линейная алгебра (с элементами аналитической геометрии)» (разделу I)</b>	<b>140</b>
<b>Итоговый тест ЛА</b>	<b>142</b>
<b>Раздел II. Введение в анализ</b>	<b>145</b>
<b>Глава 5. Функция</b>	<b>145</b>
Контрольные задания по главе 5 «Функция»	152
Задача для повторения	153
Тест 5	154
<b>Глава 6. Пределы и непрерывность</b>	<b>156</b>
6.1. Определение предела. Простейшие пределы	158
6.2. Раскрытие неопределенностей различных типов	160
6.3. Замечательные пределы	169
6.4. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов	174
6.5. Непрерывность функции и точки разрыва	176
Задача для повторения	179
Контрольные задания по главе 6 «Пределы и непрерывность»	181
Тест 6	182
<b>Раздел III. Дифференциальное исчисление</b>	<b>184</b>
<b>Глава 7. Производная</b>	<b>184</b>
7.1. Определение производной	184
7.2. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций	186
7.3. Геометрические и механические приложения производной	194
7.4. Предельный анализ экономических процессов	198
Задача для повторения	204
Контрольные задания по главе 7 «Производная»	206
Тест 7	208
<b>Глава 8. Приложение производной</b>	<b>210</b>
8.1. Основные теоремы дифференциального исчисления	210
8.2. Правило Лопитала	212
8.3. Интервалы монотонности и экстремумы функции	216
8.4. Интервалы выпуклости функции. Точки перегиба	222
8.5. Асимптоты. Исследование функций и построение их графиков	224
8.6. Применение производной в задачах с экономическим содержанием	233
Задача для повторения	237

Контрольные задания по главе 8 «Приложение производной»	238
Тест 8	239
<b>Глава 9. Дифференциал функции</b>	<b>242</b>
Задача для повторения	246
Контрольные задания по главе 9 «Дифференциал функции»	247
Тест 9	248
<b>Учебно-тренировочные тесты по дисциплине «математический анализ», часть 1 (разделам II, III).</b>	<b>249</b>
<b>Итоговые контрольные задания по дисциплине «Математический анализ», часть 1 (разделам II, III)</b>	<b>256</b>
<b>Итоговый тест МА—1</b>	<b>258</b>
<b>Раздел IV. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения</b>	<b>262</b>
<b>Глава 10. Неопределенный интеграл</b>	<b>262</b>
10.1. Непосредственное интегрирование	263
10.2. Метод замены переменной	265
10.3. Метод интегрирования по частям	271
10.4. Интегрирование рациональных выражений	275
10.5. Интегрирование некоторых видов иррациональностей	278
10.6. Интегрирование тригонометрических функций	281
Задача для повторения	284
Контрольные задания по главе 10 «Неопределенный интеграл»	285
Тест 10	286
<b>Глава 11. Определенный интеграл</b>	<b>288</b>
11.1. Методы вычисления определенного интеграла	290
11.2. Геометрические приложения определенного интеграла	293
11.3. Несобственные интегралы	301
11.4. Приближенное вычисление определенного интеграла	305
11.5. Использование понятия определенного интеграла в экономике	307
Задача для повторения	311
Контрольные задания по главе 11 «Определенный интеграл»	312
Тест 11	314
<b>Глава 12. Дифференциальные уравнения</b>	<b>316</b>
12.1. Основные понятия	316
12.2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	319
12.3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка	321
12.4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	324
12.5. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка	328
12.6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	331
12.7. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике	338

Задача для повторения	342
Контрольные задания по главе 12 «Дифференциальные уравнения»	343
Тест 12	344
<b>Раздел V. Ряды</b>	<b>345</b>
Глава 13. Числовые ряды	<b>345</b>
13.1. Основные сведения о рядах	345
13.2. Признаки сходимости рядов с положительными членами	349
13.3. Сходимость рядов с членами произвольного знака	358
Задача для повторения	362
Контрольные задания по главе 13 «Числовые ряды»	363
Тест 13	364
Глава 14. Степенные ряды	<b>366</b>
14.1. Область сходимости степенного ряда	366
14.2. Ряды Тейлора и Маклорена. Формула Тейлора	371
14.3. Применение рядов в приближенных вычислениях	379
Задача для повторения	386
Контрольные задания по главе 14 «Степенные ряды»	387
Тест 14	388
<b>Раздел VI. Функции нескольких переменных</b>	<b>390</b>
Глава 15. Функции нескольких переменных	<b>390</b>
15.1. Основные понятия	390
15.2. Частные производные, градиент, дифференциал	393
15.3. Экстремум функции нескольких переменных.	
Условный экстремум	396
15.4. Метод наименьших квадратов	401
15.5. Двойные интегралы	406
15.6. Функции нескольких переменных	
в экономических задачах	408
Задача для повторения	413
Контрольные задания по главе 15 «Функции нескольких переменных»	415
Тест 15	416
Учебно-тренировочные тесты по дисциплине «математический анализ», часть 2 (разделы IV—VI)	<b>419</b>
Итоговые контрольные задания по дисциплине «Математический анализ», часть 2 (разделы IV—VI)	<b>425</b>
Итоговый тест МА—2	<b>427</b>
<b>Раздел VII. Элементы высшей алгебры</b>	<b>430</b>
Глава 16. Комплексные числа	<b>430</b>
Задача для повторения	435
Контрольные задания по главе 16 «Комплексные числа»	436
Тест 16	437
Ответы	<b>438</b>