Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.Я.Кучер

ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ И ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

ПИСЬМЕННЫЕ ЛЕКЦИИ

Санкт-Петербург
2004

Утверждено редакционно - издательским советом университета

УДК 621.313

Кучер В.Я. Основы технической диагностики и теории надёжности: Письменные лекции. - СПб.: СЗТУ, 2004. - с.

Письменные лекции разработаны в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по направлению подготовки дипломированного специалиста 654500 – электротехника, электромеханика и электротехнологии (специальность 180100 – «Электромеханика») и направлению подготовки бакалавра 551300 – электротехника, электромеханика и электротехнологии.

В письменных лекциях рассматриваются основы технической диагностики и теории надёжности. Изложены статистические методы распознавания и разделения в пространстве признаков, метрические и логические методы диагностики, теория информации и её приложение к задачам диагностики.

Изложенный материал предназначен для подготовки специалистов, занимающихся проблемами надёжности и технической диагностики в области электромеханики.

Рассмотрено на заседании кафедры электротехники и электромеханики протокол № 10 от 17 мая 2004г.,одобрено методической комиссией энергетического факультета протокол № 8 от 24 мая 2004г.

Рецензенты: кафедра электротехники и электромеханики СЗТУ (зав. каф. В.И.Рябуха, канд. техн. наук, проф.); Г.Я.Скориков, канд. техн. наук, зав. отделом образования Красносельского района г. Санкт-Петербурга

ПРЕДИСЛОВИЕ

Возрастающие требования безопасности, безотказности и долговечности делают весьма важной оценку технического состояния различных устройств, и в частности электрических машин. Техническая диагностика — наука о распознавании состояния объекта, включающая широкий круг проблем, связанных с получением и оценкой диагностической информации.

Целью данной дисциплины является изучение теоретических основ технической диагностики и надёжности, общих методов распознавания и математической теории диагностики, обоснованного выбора конкретных способов диагностики и соответствующих им правил решения.

Дисциплина базируется на курсах вычислительной и высшей математики, знании теории вероятностей и математической статистики, общей теории распознавания образов, математической логики, основах теории информации.

Достижение цели, поставленной при изучении дисциплины, обеспечивается тем, что студент должен знать логические, метрические и статистические методы распознавания, методы разделения в пространстве признаков и статистических решений, показатели надёжности и законы распределения отказов изделий, уметь рассчитывать показатели надёжности и давать их оценку по статистической информации об отказах при эксплуатации и испытаниях.

ВВЕДЕНИЕ

Термин «диагностика» происходит от греческого слова «диагнозис», что означает распознавание, определение.

Технической диагностикой называется наука о распознавании технического состояния объекта.

Целью технической диагностики является повышение надёжности и ресурса технических изделий.

Наиболее важным показателем надёжности изделия является отсутствие отказов во время его функционирования (безотказность), так как отказ изделия может привести к тяжёлым последствиям. Техническая диагностика, благодаря раннему обнаружению дефектов и неисправностей, позволяет устранить подобные отказы в процессе технического обслуживания и ремонта, что повышает надёжность и эффективность эксплуатации изделий.

Техническая диагностика решает обширный круг задач, многие из которых являются смежными с задачами других научных дисциплин. Основной задачей технической диагностики является *распознавание технического состояния объекта в условиях ограниченной информации*. Анализ состояния проводится в условиях эксплуатации, при которых получение информации крайне затруднено, поэтому часто не представляется возможным по имеющейся информации сделать однозначное заключение и приходится использовать статистические методы.

Теоретическим фундаментом для решения основной задачи технической диагностики следует считать общую *теорию распознавания образов*. Техническая диагностика изучает алгоритмы распознавания применительно к задачам диагностики, которые обычно могут рассматриваться как задачи классификации.

Алгоритмы распознавания в технической диагностике частично основываются на *диагностических моделях,* устанавливающих связь между техническими состояниями изделия и их отображениями в пространстве диагностических признаков. Важной частью проблемы распознавания являются правила принятия решений (решающие правила).

Решение диагностических задач (отнесение изделия к исправным или неисправным) всегда связано с риском ложной тревоги или пропуска цели. Для принятия обоснованного решения привлекаются методы *теории статистических решений*. Решение задач технической диагностики связано с прогнозированием надёжности на ближайший период эксплуатации (до следующего технического осмотра). Здесь решения основываются на *моделях отказов*, изучаемых в теории надёжности.

Другим важным направлением технической диагностики является *теория контролеспособности*.

Контролеспособностью называется свойство изделия обеспечивать достоверную оценку его технического состояния.

Контролеспособность создаётся конструкцией изделия и принятой системой диагностики. Основной задачей теории контролеспособности является изучение средств и методов получения диагностической информации. В сложных технических системах используется автоматизированный контроль состояния, которым предусматривается обработка диагностической информации и формирование управляющих сигналов. Методы проектирования автоматизированных систем контроля составляют одно из направлений теории контролеспособности. Задачи теории контролеспособности связаны с разработкой алгоритмов поиска неисправностей, разработкой диагностических тестов, минимизацией процесса установления диагноза.

Таким образом, структура технической диагностики характеризуется двумя взаимопроникающими и взаимосвязанными направлениями: теорией распознавания и теорией контролеспособности. Теория распознавания содержит разделы, связанные с построением алгоритмов распознавания, решающих правил и диагностических моделей. Теория контролеспособности включает разработку средств и методов получения диагностической информации, автоматизированный контроль и поиск неисправностей. Техническую диагностику можно рассматривать как раздел общей теории надёжности.

Качество изделий представляет совокупность свойств, определяющих их пригодность для эксплуатации. ***Надёжность*** является важнейшим технико-экономическим показателем качества любого технического устройства, в частности электрической машины, определяющим её способность безотказно работать с неизменными техническими характеристиками в течение заданного промежутка времени при определённых условиях эксплуатации. *Проблема* обеспечения надёжности связана со всеми этапами создания изделия и всем периодом его практического использования. Надёжность изделия закладывается в процессе его конструирования и расчёта и обеспечивается в процессе его изготовления путём правильного выбора технологии производства, контроля качества исходных материалов, полуфабрикатов и готовой продукции, контроля режимов и условий изготовления. Надёжность сохраняется применением правильных способов хранения изделий и поддерживается правильной эксплуатацией его, планомерным уходом, профилактическим контролем и ремонтом.

1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1.1. Элементы математической логики

Теория вероятности изучает закономерности часто повторяющихся случайных событий [1], [2].

Событием называется любое явление, которое можно определить как свершившееся или несвершившееся. Реальность наступления событий различна, поэтому можно указать на достоверные и невозможные события.

Вероятностью события A называется число $P(A)$, характеризующее возможность появления события. Вероятность достоверного события равна единице, а вероятность невозможного события равна нулю, поэтому вероятность случайного события

$$0 \le P(A) \le 1. \tag{1}$$

Строгое введение меры вероятности события требует специальной аксиоматики, основанной на теории множеств. Для инженерных приложений достаточно ограничиться следующим определением:

$$P(A) = m/n, \tag{2}$$

где m – число испытаний, при которых событие A появилось; n – общее число проведённых испытаний.

Для анализа сложных событий вводятся понятия *логической суммы* (дизъюнкции) и *логического произведения* (конъюнкции) событий.

Суммой событий A и B называют событие C.

$$C = A \vee B, \tag{3}$$

где $\vee$ – знак логического суммирования (дизъюнкции).

Событие считается свершившимся, если произошло хотя бы одно из событий A и B или оба вместе.

Произведением событий A и B называют событие C

$$C = A \wedge B, \tag{4}$$

где $\wedge$ – знак логического произведения (конъюнкции).

Событие C считается свершившимся, если произошло каждое из событий A и B.

Совокупность нескольких событий называется *группой событий*. *Полная группа событий* – совокупность событий, хотя бы одно из которых должно произойти. Например, событие A (отказ изделия) и противоположное событие $\bar{A}$ (безотказность изделия) составляют полную группу событий, так как изделие не может одновременно находиться в неисправном и исправном состоянии. Группа событий считается *несовместной*, если любые два события этой группы не могут произойти одновременно. Например, если признак (измеряемый параметр) разбит на три диагностических интервала (обрыв, короткое замыкание и нормальное состояние обмотки электрической машины), а события A_1, A_2, A_3 означают появление признака в соответствующем интервале, то указанные события – несовместные. События A и $\bar{A}$ всегда образуют полную группу несовместных событий.

Вероятность суммы двух событий A и B

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B), \qquad (5)$$

где $P(A \wedge B)$ – вероятность совместного появления событий A и B, а если события A и B несовместные, то

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B). \qquad (6)$$

Вероятность суммы трёх событий A, B и C

$$P(A \vee B \vee C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \wedge B) - P(B \wedge C) - P(C \wedge A) + $$
$$+ P(A \wedge B \wedge C). \qquad (7)$$

Для несовместных событий A, B и C

$$P(A \vee B \vee C) = P(A) + P(B) + P(C). \qquad (8)$$

Если события A, B и C образуют полную группу событий, т.е. хотя бы одно из них обязательно осуществится, то

$$P(A \vee B \vee C) = 1. \qquad (9)$$

Для полной группы несовместных событий из условий (7) и (8) следует

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1. \qquad (10)$$

В частности, для суммы вероятностей противоположных событий

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \qquad (11)$$

Величина $P(B/A)$ называется *условной вероятностью события* B (при условии, что событие A произошло), тогда

$$P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B/A) \qquad (12)$$

или

$$P(A \wedge B) = P(B) \cdot P(A/B). \qquad (13)$$

В теории вероятности более приняты сокращённые обозначения логического произведения событий в виде обычного алгебраического произведения, тогда равенства (12) и (13) запишутся так:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B). \qquad (14)$$

Понятие условной вероятности приводит к *условию независимости событий.*

Событие B считается независящим от события A, если

$$P(B/A) = P(B). \qquad (15)$$

Несовместные события всегда зависимые, тогда как совместные события могут быть зависимыми или независимыми. Для независимых событий

$$P(AB) = P(A)P(B). \qquad (16)$$

Из соотношений (13) и (15) вытекает условие $P(A/B) = P(A)$, т.е. независимость событий – понятие взаимное. Для группы из трёх событий

$$P(ABC) = P(A)P(B/A)P(C/AB) = P(B)P(A/B)P(C/BA) = P(C)P(A/C)P(B/AC), \qquad (17)$$

а для независимых событий

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C). \qquad (18)$$

Пример 1.1. Вероятность безотказной работы двух трансформаторов под нагрузкой $P = 0{,}9$. Какова вероятность того, что не произойдёт одновременный отказ обоих трансформаторов ?

<u>Решение</u>:

Принимаем: безотказная работа первого трансформатора – событие A, второго трансформатора – событие B. Тогда безотказная работа одного из трансформаторов или обоих вместе есть сумма событий $A \vee B$. Вероятность отсутствия одновременного отказа обоих трансформаторов (сумма событий A и B) при условии независимости отказов определяем по формуле (5)

$$P(A \vee B) = 0,9 + 0,9 - 0,9 \cdot 0,9 = 0,99.$$

Пример 1.2. Для системы питания предложено две схемы, использующие по три аккумулятора с напряжением 4 В. В первой схеме применяется последовательное соединение элементов, дающее напряжение 12 В, вторая схема рассчитана на напряжение 4 В с параллельным соединением элементов. Вероятность безотказной работы элемента $P = 0,8$; принимается, что отказ одного из аккумуляторов не влияет на работоспособность другого. Сравнить надёжность схем системы питания.

Решение:

1. Схема с последовательным соединением элементов.

Если обозначить работоспособное состояние элементов событиями A_1, A_2, A_3, то работоспособное состояние всей системы питания $A = A_1 \wedge A_2 \wedge A_3$. Вероятность безотказной работы при условии независимости событий

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,512.$$

2. Схема с параллельным соединением элементов.

В этой схеме предусмотрено резервирование, поэтому работоспособное состояние системы будет в том случае, если хотя бы один из элементов будет работоспособным, т.е. $A = A_1 \vee A_2 \vee A_3$.

Вероятность безотказной работы системы питания определяем по формуле (7)

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \wedge A_2) - P(A_2 \wedge A_3) - P(A_3 \wedge A_1) +$$
$$+P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3) = 0,8 + 0,8 + 0,8 - 0,64 - 0,64 - 0,64 + 0,512 = 0,992.$$

Из рассмотренного примера видно, что надёжность параллельного соединения элементов значительно выше.

1.2. Случайные величины, законы распределения случайных величин и их обобщённые характеристики

Случайной называют величину, которая в результате испытания может принять одно из возможных заранее неизвестных значений. Случайным величинам противопоставляются величины *детерминированные*, значения которых предопределяются начальными условиями.

Случайные величины подразделяются на *дискретные* (принимающие отдельные значения) и *непрерывные*. Число дефектных деталей в партии изделий – дискретная случайная величина, возможные значения которой 0, 1, 2, 3, … . Время безотказной работы изделия – непрерывная случайная величина.

Закон распределения случайных величин указывает на взаимосвязь между возможными значениями случайной величины и их вероятностями

Возможные значения …	x_i	x_1	x_2	x_r
Вероятности …………..	P_i	P_1	P_2	P_r.

Закон распределения может быть задан аналитически (формулой), в виде таблицы, графиком или диаграммой (см. рис. 1)

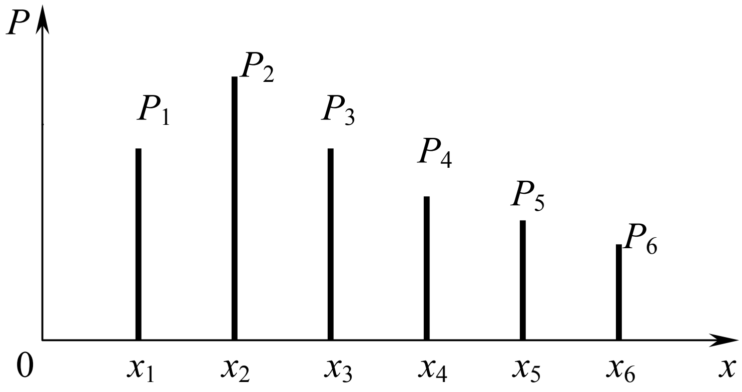

Рис. 1

Основное свойство любого закона распределения

$$\sum_{i=1}^{r} P_i = 1, \qquad (19)$$

где P_i – вероятность значения случайной величины x_i.

Это свойство становится понятным, если учесть, что вероятность значения x_i есть относительная доля общего числа случаев, приходящаяся на данное значение параметра.

П р и м е ч а н и е. Иногда используют другие равнозначные записи:

$$P_i = P(x_i) = \text{Вер}(X = x_i) = P(X = x_i). \qquad (20)$$

Основными обобщёнными характеристиками (параметрами) закона распределения являются *среднее значение* и *среднеквадратичное отклонение*. Среднее значение случайной величины представляет собой обычное среднее всех значений, полученных во время испытаний. Общая совокупность большого числа однородных изделий (теоретически бесконечная) называется *генеральной*, а партия n испытуемых изделий – *выборкой* (объёма n) из *генеральной совокупности*.

В теории вероятности большую роль играет понятие математического ожидания (среднего значения для генеральной совокупности).

Математическим ожиданием случайной величины x, имеющей возможные значения $x_1, x_2, \ldots, x_r$ с вероятностями $P_1, P_2, \ldots, P_r$, называют

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{r} x_i P_i. \qquad (21)$$

П р и м е ч а н и е. В некоторых случаях математическое ожидание случайной величины x принято обозначать $M[x]$.

Среднеквадратичное отклонение случайной величины x определяют по формуле

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^2 P_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^{r} x_i^2 P_i - \bar{x}^2}. \qquad (22)$$

Пример 1.3. Случайная величина x имеет возможные значения $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$, $x_5 = 5$ с одинаковыми вероятностями. Найти математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение для случайной величины.

Решение:

Математическое ожидание

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{5} x_i P_i = 1\cdot0{,}2 + 2\cdot0{,}2 + 3\cdot0{,}2 + 4\cdot0{,}2 + 5\cdot0{,}2 = 3.$$

Среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 P_i} = \sqrt{(1-3)^2\cdot 0{,}2 + (2-3)^2\cdot 0{,}2 + (4-3)^2\cdot 0{,}2 + (5-3)^2\cdot 0{,}2} = 1{,}4.$$

П р и м е ч а н и е. В некоторых случаях для среднеквадратичного отклонения используют обозначение $\sigma_x = \sigma[x]$.

Для теоретического анализа часто оказывается более удобным понятие *дисперсии случайной величины* x, которая представляет собой математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины:

$$D_x = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x})^2 P_i = \overline{(x_i - \bar{x})^2}. \qquad (23)$$

Непрерывная случайная величина может иметь любое значение в некоторой области $a \le x \le b$. Область с бесконечными границами $-\infty < x < +\infty$ часто рассматривается как общий случай. Если вероятность нахождения x в пределах интервала Δx составляет ΔP, то *плотность вероятности* или *плотность распределения* $f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta P/\Delta x$. Вероятность того, что случайная величина окажется в интервале Δx, равна $f(x)\Delta x$. Плотность вероятности можно рассматривать как вероятность появления случайной величины на единице длины в рассматриваемом сечении x. Плотность распределения или плотность вероятности $f(x)$ имеет размерность величины $1/x$.

Вероятность появления непрерывной случайной величины x на участке $a \le x \le b$

$$P(a \le x \le b) = \int_a^b f(x)dx. \qquad (24)$$

Подобно равенству (19) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1, \qquad (25)$

так как вполне достоверно, что $-\infty < x < +\infty$.

На рис. 2 приведён график плотности распределения случайной величины. Если X – случайная величина, а x её численные значения, то вероятность выполнения условия $X < x$ зависит от значения x, т.е. X является функцией аргумента x:

$$\text{Вер}\ (X < x) = P(X < x) = F(x). \qquad (26)$$

Функция $F(x)$ называется *интегральной функцией распределения* непрерывной случайной величины:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x} f(X)dX, \qquad (27)$$

где X – текущее значение случайной величины (переменная интегрирования в пределах $-\infty < X \le x$).

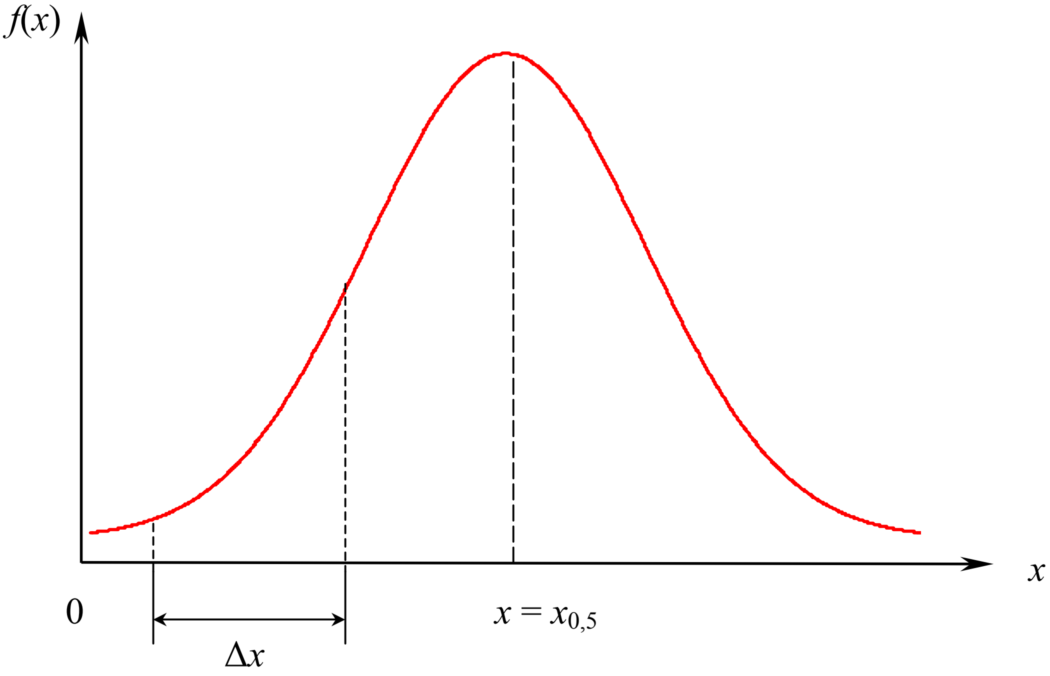

Рис. 2

П р и м е ч а н и е. В теоретических выводах необходимо различать обозначения переменного предела интегрирования и переменной интегрирования.

Интегральная функция распределения обладает следующими свойствами:

$$F(-\infty) = 0; \quad F(\infty) = 1. \tag{28}$$

Из соотношения (27) вытекает дифференциальный закон плотности распределения непрерывной случайной величины:

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x). \tag{29}$$

На рис. 3 приведён график функции распределения непрерывной случайной величины.

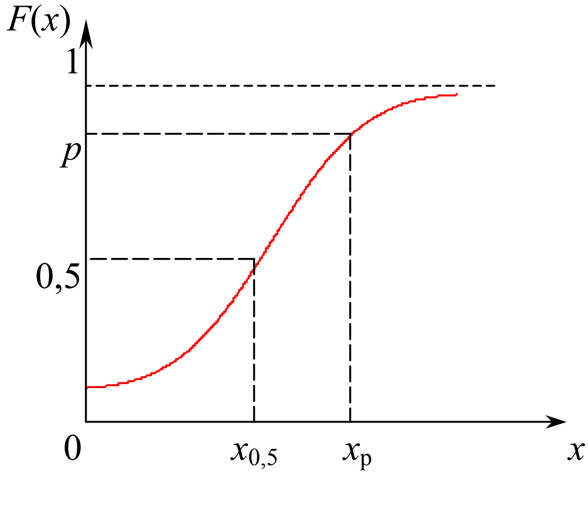

Рис. 3

Заданной величине вероятности, например $P = 0{,}9$, соответствует абсцисса x_p, так что $P(x < x_p) = F(x_p) = P$. Величина x_p называется *квантилем вероятности P*. Например, если известны квантили $x_{0,1}$ и $x_{0,9}$, то $P(x_{0,1} \le x \le x_{0,9}) = F(x_{0,9}) - F(x_{0,1}) = 0{,}9 - 0{,}1 = 0{,}8$. Квантиль, соответствующий вероятности $P = 0{,}5$, называется *медианой* распределения. Медиана распределения $x = x_{0,5}$ делит кривую плотности распределения на две равные части

$$\int_{-\infty}^{x_{0,5}} f(x)dx = \int_{x_{0,5}}^{\infty} f(x)dx = 0{,}5\,.$$

Для математического ожидания и среднеквадратичного отклонения непрерывных и дискретных случайных величин справедливы следующие свойства.

Математическое ожидание постоянной величины c равно ей самой $\bar{c} = c$.

Постоянный множитель может быть вынесен из-под знака математического ожидания $M[cx] = cM[x]$.

Среднеквадратичное отклонение постоянной величины $\sigma[c] = 0$.

Среднеквадратичное отклонение при линейном преобразовании случайной величины $\sigma[cx + a] = |c|\,\sigma[x]$, т.е. прибавление постоянной величины к случайной не изменяет среднеквадратичного отклонения.

Важную роль в теории вероятности играют *моментные характеристики распределений*. Различают *начальные* и *центральные* моменты распределения, которые определяются порядком k.

Начальный момент порядка k для непрерывных распределений

$$m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)dx = M[x^k], \tag{30}$$

для дискретных распределений

$$m_k = \sum_{i=1}^{r} x_i^k P_i = M[x^k]. \tag{31}$$

Центральный момент порядка k для непрерывных распределений

$$M_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^k f(x)dx = M[(x - \bar{x})^k], \tag{32}$$

для дискретных распределений

$$M_k = \sum_{i=1}^{r} (x_i - \bar{x})^k P_i = M[(x - \bar{x})^k]. \tag{33}$$

Центральный момент нулевого порядка $M_0 = 1$.

Центральный момент первого порядка

$$M_1 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x}) f(x)dx = 0. \tag{34}$$

Центральный момент второго порядка (*дисперсия*)

$$M_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x)dx = D = \sigma^2. \tag{35}$$

Центральный момент третьего порядка (*асимметрия*)

$$A = \frac{M_3}{\sigma^3}. \tag{36}$$

Центральный момент четвёртого порядка (*эксцесс*)

$$\frac{M_4}{\sigma_4} - 3 = E\,. \qquad (37)$$

На рис. 4 и 5 приведены графики центральных моментов третьего и четвёртого порядка с различной асимметрией и эксцессом.

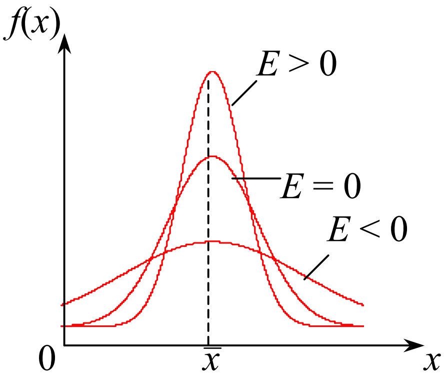

Рис. 4

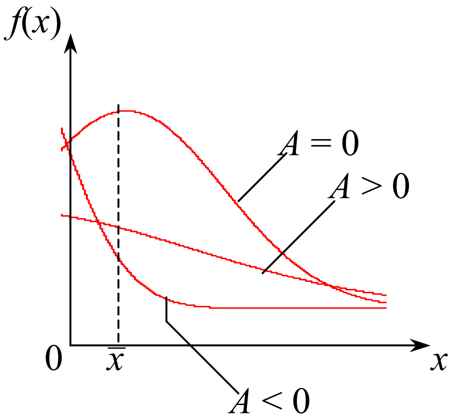

Рис.5

Эксцесс характеризует «острую» ($E > 0$) или «сглаженную» ($E < 0$) вершину распределения по сравнению с некоторым эталонным распределением ($E = 0$), в качестве которого принимается нормальное распределение. Асимметрия характеризует форму кривой распределения.

2. ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

2.1.Основные положения

Состояние объекта описывается совокупностью (множеством) определяющих его параметров (признаков). *Распознавание состояния объекта* – отнесение состояния объекта к одному из возможных классов (диагнозов). Число диагнозов (классов, типичных состояний, эталонов) зависит от особенностей задачи и целей исследований [3], [4].

Часто требуется провести выбор одного из двух диагнозов (дифференциальная диагностика или дихотомия); например, «исправное состояние» или «неисправное состояние». В других случаях необходимо более подробно охарактеризовать неисправное состояние. В большинстве задач технической диагностики диагнозы (классы) устанавливаются заранее, и в этих условиях задачу распознавания часто называют задачей классификации.

Совокупность последовательных действий в процессе распознавания называется *алгоритмом распознавания*. Существенной частью процесса распознавания является *выбор параметров*, состояния объекта. Они должны быть достаточно информативны, чтобы при выбранном числе диагнозов процесс разделения (распознавания) мог быть осуществлён.

В задачах диагностики состояние объекта часто описывается с помощью комплекса признаков

$$K = (k_1, k_2, \dots, k_j, \dots, k_\nu), \tag{38}$$

где k_j – признак, имеющий m_j разрядов.

Пусть, например, признак k_j представляет собой трёхразрядный признак ($m_j = 3$), характеризующий температуру газа за турбиной: пониженная, нормальная, повышенная. Каждый разряд (интервал) признака k_j обозначается k_{js}, например, повышенная температура за турбиной k_{j3}. Фактически наблюдаемое состояние соответствует определённой реализации признака, что отмечается верхним индексом * . Например, при повышенной температуре реализация признака $k_j^* = k_{j3}$.

Объект соответствует некоторой реализации комплекса признаков

$$K^* = (k_1^*, k_2^*, \dots, k_j^*, \dots, k_\nu^*). \tag{39}$$

Во многих алгоритмах распознавания объект удобно характеризовать параметрами x_j, образующими ν-мерный вектор или точку в ν-мерном пространстве.

$$\boldsymbol{X} = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_\nu). \tag{40}$$

С помощью признака k_j получается дискретное описание, тогда как параметр x_j даёт непрерывное описание. Принципиальных отличий при описании объекта с помощью признаков или параметров нет, поэтому используют оба вида описания.

Существуют два основных подхода к задаче распознавания: *вероятностный и детерминистский*.

Постановка задачи при вероятностных методах распознавания такова. Имеется объект, который находится в одном из n случайных состояний D_i. Известна совокупность признаков (параметров), каждый из которых с определённой вероятностью характеризует состояние объекта. Требуется построить *решающее правило*, с помощью которого предъявленная (диагностируемая) совокупность признаков была бы отнесена к одному из возможных состояний (диагнозов). Желательно также оценить достоверность принятого решения и степень риска ошибочного решения.

При детерминистских методах распознавания удобно формулировать задачу на геометрическом языке. Если объект характеризуется ν-мерным вектором, то любое состояние объекта представляет собой точку в ν-мерном пространстве параметров (признаков). Предполагается, что диагноз D_i соответствует некоторой области рассматриваемого пространства признаков. Требуется найти решающее правило, в соответствии с которым предъявленный вектор $\boldsymbol{X}^*$ (диагностируемый объект) будет отнесён к определённой области диагноза. Таким образом, задача сводится к разделению пространства признаков на области диагнозов. При детерминистском подходе области диагнозов обычно считаются «непересекающимися», т.е. вероятность одного диагноза (в область которого попадает точка) равна единице, вероятность других равна нулю. Подобным образом предполагается, что и каждый признак либо встречается при данном диагнозе, либо отсутствует.

Вероятностный и детерминистский подходы не имеют принципиальных различий. Более общими являются вероятностные методы, но они требуют значительно большего объёма предварительной информации.

2.2. Статистические методы распознавания

Среди методов технической диагностики широкое распространение нашли метод, основанный на обобщённой формуле Байеса, и метод последовательного анализа, предложенный Вальдом [1].

Обобщённую формулу Байеса рассмотрим на следующем примере. Пусть событие A связано с одним из событий B_1, B_2, … , B_n, образующих полную группу несовместных событий. Для определённости будем считать, что A – появление признака (например, появление стружки в масле), а B_1, B_2, … , B_n – неисправность соответствующих узлов электрической машины. Принимается, что при этом признаке один из узлов машины является неисправным, а одновременный отказ двух узлов маловероятен и исключается из рассмотрения. На основании статистической информации об отказах при испытаниях и эксплуатации известна вероятность отказа отдельных узлов: $P(B_1)$, $P(B_2)$, … , $P(B_n)$. Задача сформулирована таким образом: произошло событие A (появление стружки). Какова вероятность, что причиной появления стружки является неисправность узла B_i ?

Предполагается, что частота встречаемости (вероятности) признака A при неисправностях отдельных узлов $P(A/B_i)$ рассчитана на основании статистической информации об отказах. Вероятность одновременного появления признака A и состояния B_i

$$P(A \wedge B_i) = P(A)\, P(B_i/A) = P(B_i)\, P(A/B_i). \qquad (41)$$

Из этого равенства находим вероятность состояния B_i (неисправность узла B_i):

$$P(B_i/A) = P(B_i)\, P(A/B_i). \qquad (42)$$

Искомая вероятность найдена, но остаётся выяснить величину $P(A)$ – вероятность появления признака A. Так как признак появляется вместе с неисправностью какого-либо узла, то это событие представляет собой логическую сумму отдельных событий

$$A = (A \wedge B_1) \vee (A \wedge B_2) \vee \ldots \vee (A \wedge B_n). \qquad (43)$$

В соответствии со сделанным предположением должно реализоваться только одно из возможных событий, и потому $P(A) = P(A \wedge B_1) + P(A \wedge B_2) + \ldots$ $\ldots + P(A \wedge B_n)$ или

$$P(A) = \sum_{j=1}^{n} P(B_j) P(A/B_j). \qquad (44)$$

Равенство (44) называют формулой полной вероятности события A, происходящего вместе с полной группой независимых событий. Она выражает следующий принцип: *если объект имеет несколько возможных несовместных путей перехода в другое состояние, то вероятность перехода равна сумме вероятностей осуществления каждого из них.* Несовместные пути – это пути, которые не могут реализоваться одновременно.

Из соотношений (42) и (44) вытекает формула Байеса

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i) P(A/B_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B_j) P(A/B_j)}. \qquad (45)$$

Вероятность состояния B_i после появления признака A, т.е. величину $P(B_i/A)$, называют *апостериорной* [в отличие от априорной вероятности $P(B_i)$].

П р и м е ч а н и е. Термины «априори» и «апостериори» означают «до опыта» и «после опыта», т.е. представляют наличие или отсутствие признака A.

Из равенства (45) следует

$$\sum_{i=1}^{n} P(B_i/A) = 1. \qquad (46)$$

Из формулы Байеса получается, что для двух состояний отношение апостериорных вероятностей

$$\frac{P(B_k/A)}{P(B_l/A)} = \frac{P(B_k) P(A/B_k)}{P(B_l) P(A/B_l)}. \qquad (47)$$

Если при состоянии B_k признак A встречается чаще, чем при состоянии B_l, т.е. $P(A/B_k) > P(A/B_l)$, то вероятность этого состояния после получения информации о появлении признака A увеличивается.

Пример 2.1. Известно, что 90% шарикоподшипников электрических машин вырабатывает ресурс в исправном состоянии. Признак A – повышение температуры масла выше нормальной на 30º С – встречается у исправных подшипников только в 5% случаев. Требуется определить вероятность исправного состояния подшипника при появлении признака A.

Решение:

Назовём исправное состояние B_1, неисправное B_2.

Известно, что $P(B_1) = 0{,}05$; $P(B_2) = 0{,}95$.

По формуле (45)

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2)} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}05}{0{,}9 \cdot 0{,}05 + 0{,}1 \cdot 0{,}95} = 0{,}32.$$

Вероятность исправного состояния подшипника понизилась с 0,9 до 0,32.

Метод последовательного анализа, предложенный Вальдом, применяется для дифференциальной диагностики (распознавания двух состояний), контроля качества выпускаемой продукции [7] и планирования контрольных испытаний на надёжность. В отличие от метода Байеса для распознавания состояний D_1 и D_2 составляется отношение (для независимых признаков)

$$\frac{P(D_2/K^*)}{P(D_1/K^*)} = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \cdot \frac{P(k_1^*/D_2) \ldots P(k_н^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1) \ldots P(k_н^*/D_1)}, \tag{48}$$

если

$$\frac{P(D_2/K^*)}{P(D_1/K^*)} > 1 \tag{49}$$

или

$$\frac{P(k_1^*/D_2) \ldots P(k_н^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1) \ldots P(k_н^*/D_1)} > \frac{P(D_1)}{P(D_2)}, \tag{50}$$

то принимается решение $K^* \in D_2$.

В методе последовательного анализа рассматриваемые отношения вероятностей признаков (*отношения правдоподобия*) составляются не сразу, а в последовательном порядке; поэтому требуется меньшее число обследований (объём испытаний).

Пример 2.2. При диагнозе D_1 простой признак k_1 встречается с вероятностью $P(k_1/D_1)$ и отсутствует с вероятностью $P(\bar{k}_1/D_1)$, для диагноза D_2 соответственно $P(k_1/D_2)$ и $P(\bar{k}_1/D_2)$. Если у объекта K^* наблюдается признак k_1 и при диагнозе D_2 он встречается значительно чаще, чем при D_1, то можно сделать вывод в пользу D_2 при

$$\frac{P(k_1/D_2)}{P(k_1/D_1)} > A \quad K^* \in D_2, \tag{51}$$

где A – верхняя граница принятия решения.

В противоположном случае, когда признак k_1 значительно чаще встречается при диагнозе D_1, принимается решение в пользу D_1 при

$$\frac{P(k_1/D_2)}{P(k_1/D_1)} < B \quad K^* \in D_1, \tag{52}$$

где B – нижняя граница принятия.

Если отношение вероятностей (отношение правдоподобия)

$$B < \frac{P(k_1/D_2)}{P(k_1/D_1)} < A, \tag{53}$$

то для решения требуется дополнительная информация, тогда проводятся испытания по признаку k_2, и пусть у диагностируемого объекта этот признак отсутствует.

Составляется произведение двух отношений правдоподобия и при

$$\frac{P(k_1/D_2)}{P(k_1/D_1)} \cdot \frac{P(\bar{k}_2/D_2)}{P(\bar{k}_2/D_1)} > A \;\; K^* \in D_2 \tag{54}$$

принимается решение об отнесении объекта к диагнозу D_2. Подобным образом учитывается нижняя граница принятия решения. Если признаки зависимые, то используется отношение $P(\bar{k}_2/k_1D_2)\,/\,P(\bar{k}_2/k_1D_1)$, в котором учитывается вероятность отсутствия признака $\bar{k}_2$, при условии, что признак k_1 имеется. Дополнительные испытания проводятся до тех пор, пока при выбранных границах A и B можно принять определённое решение.

Иногда рассматривают не отношение правдоподобия, а натуральный логарифм этого отношения, тогда условие (54) принимает вид

$$\ln[P(k_1/D_2)/P(k_1/D_1)] + \ln[P(\bar{k}_2/D_2)/P(\bar{k}_2/D_1)] > \ln A.$$

Подобная форма применяется при нормальном распределении количественных признаков.

Общая процедура метода такова. Считаем, что признаки являются независимыми и проведено ν – 1 испытаний, которые ещё не дали возможности принятия решения,

$$B < \frac{P(k_1^*/D_2)\ldots P(k_r^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)\ldots P(k_r^*/D_1)} < A; \quad r = 1, 2, \ldots, \nu - 1, \tag{55}$$

но после ν-го испытания

$$\frac{P(k_1^*/D_2)\ldots P(k_н^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)\ldots P(k_н^*/D_1)} > A. \tag{56}$$

Тогда принимается решение об отнесении объекта к диагнозу D_2, т.е. $K^* \in D_2$. Если после ν-го испытания

$$\frac{P(k_1^*/D_2)\ldots P(k_н^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)\ldots P(k_н^*/D_1)} < B, \tag{57}$$

то объект относится к диагнозу D_1. Для сокращения стоимости и объёма испытаний на надёжность их планирование следует проводить с учётом наиболее информативных признаков [8].

Этот метод пригоден и для непрерывно распределённых диагностических параметров, x_1 и x_2, но вместо вероятностей признаков в неравенства (55)-(57) входят *плотности вероятностей* параметров.

При распознавании могут быть ошибки двоякого рода. Ошибка, относящаяся к диагнозу D_1 (принимается решение о наличии диагноза D_2, когда в действительности объект принадлежит диагнозу D_1), называется *ошибкой первого рода* α. Ошибка, относящаяся к диагнозу D_2 (принимается решение в пользу диагноза D_1, когда справедлив диагноз D_2), называется *ошибкой второго рода* β.

Допускаем выполнение неравенств (55) и (56) и принимаем решение в пользу диагноза D_2; тогда вероятность того, что это решение будет справедливым, равна 1 – β. Вероятность принадлежности объекта с другой реализацией признаков к диагнозу D_1 составляет α. С другой стороны, в силу неравенства (56), вероятность диагноза D_2, по крайней мере, в A раз больше, чем диагноза D_1, т.е.

$$\frac{1-\beta}{\alpha} \geq A. \tag{58}$$

Подобным образом можно получить и следующую оценку:

$$B \geq \frac{\beta}{1-\alpha}. \tag{59}$$

П р и м е ч а н и е. При планировании и нормировании испытаний на надёжность обычно принимают α = β = 0,05 ÷ 0,20. При этом, чем меньше значения ошибок α и β, тем больше объём и дороже испытания.

2.3. Элементы теории информации

В технической диагностике, особенно при построении оптимальных диагностических процессов, широко используется теория информации [9], [10], как общая теория связи статистических систем. В диагностике такими системами являются *система состояний* (диагнозов) и связанная с ней *система признаков*. Центральное место в теории информации занимает понятие энтропии системы.

Величина $H(A)$ называется *энтропией* (степенью неопределённости) системы A, имеющей n возможных состояний с вероятностями $P(A_1)$, $P(A)$, … …, $P(A_n)$

$$H(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \log \frac{1}{P(A_i)} = -\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \log P(A_i). \tag{60}$$

Энтропию системы часто вычисляют с помощью двоичных логарифмов

$$H(A) = -\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \log_2 P(A_i). \tag{61}$$

П р и м е ч а н и е. В формуле (60) логарифм может быть взят по любому основанию – изменение основания приводит только к появлению множителя, т.е. к изменению единицы измерения.

При выборе двоичных логарифмов в качестве единицы энтропии принимается степень неопределённости системы, имеющей два возможных, равновероятных состояния. Эта единица измерения называется двоичной единицей или битом. Название *бит* происходит от английских слов binary digit – двоичная единица (две начальные и конечная буквы).

Если принять при вычислении энтропии десятичные логарифмы, то в качестве единицы использовалась бы неопределённость системы, имеющей 10 равновероятных состояний (десятичная единица).

Пример 2.3. Вычислить энтропию системы, имеющей два равновероятных состояния $P(A_1) = P(A_2) = 0{,}5$.

Решение:

$H(A) = -P(A_1)\log_2 P(A_1) - P(A_2)\log_2 P(A_2) = -0{,}5\log_2 0{,}5 - 0{,}5\log_2 0{,}5 = 1.$

Часто при определении количества информации относительно системы A получают с помощью наблюдения за другой, связанной с ней системой B. Обычно эта вторая система (система сигналов) даёт информацию о состоянии основной системы. Среднюю величину этой информации, или информативность системы B относительно системы A, можно определить из равенства

$$J_A(B) = H(A) - H(A/B). \tag{62}$$

В правой части уравнения (62) содержится разность первоначальной энтропии системы A и её энтропии после того, как стало известным состояние системы сигналов B. Так как системы A и B являются связанными, то, в свою очередь, знание состояния системы A изменит априорную вероятность состояний системы B. Например, если известно, что объект находится в неисправном состоянии, то вероятность поступления тех или иных сигналов также изменится.

Средняя информация, содержащаяся в системе A относительно системы B

$$J_B(A) = H(B) - H(B/A), \tag{63}$$

тогда

$$J_A(B) = J_B(A) \tag{64}$$

выражает *свойство взаимности информации*, так как $H(A/B) = H(AB) - H(B)$, то

$$J_A(B) = H(A) + H(B) - H(AB) \tag{65}$$

или

$$J_A(B) = -\sum_{i=1}^{n} P(A_i)\log_2 P(A_i) - \sum_{j=1}^{n} P(B_j)\log_2 P(B_j) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)\log_2 P(A_iB_j). \tag{66}$$

Если учесть, что $P(A_i) = \sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)$ и $P(B_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_iB_j)$, то

$$J_A(B) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)\log_2 P(A_i) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)\log_2 P(B_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)\log_2 P(A_iB_j)$$

и в окончательном виде получаем симметричную формулу для информации, которую несёт система сигналов B относительно состояния системы A

$$J_A(B) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(A_iB_j)\log_2 \frac{P(A_iB_j)}{P(A_i)P(B_j)}. \tag{67}$$

Если системы A и B независимы, то $P(A_iB_j) = P(A_i)P(B_j)$ и тогда из соотношения (67) вытекает $J_A(B) = J_B(A) = 0$.

С физической точки зрения этот результат очевиден: наблюдение над одной из систем не может дать информации относительно другой, если между состояниями этих систем нет связи.

Пример 2.4. Пусть проводится диагностика состояния подшипника по определению содержания частиц железа в масле. Исследование проведено на 100 электродвигателях, среди которых 64 имели исправное состояние подшипника (состояние A_1), а остальные 36 – неисправное (состояние A_2). Были рассмотрены три состояния, различающиеся содержанием железа в г/т масла (табл. 1).

Таблица 1

Распределение электродвигателей в зависимости от содержания железа в масле

Содержание железа, г/т	Состояние системы измерений	Состояние A_1	Состояние A_2
< 4	B_1	40	0
4 – 8	B_2	20	6
> 8	B_3	4	30

Значения вероятностей $P(A_iB_j)$, $P(A_i)$ и $P(B_j)$, полученные на основании табл. 1, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Вероятности $P(A_iB_j)$ в соответствии с табл. 1

A_i	B_j			$P(A_i)$
	B_1	B_2	B_3	
A_1	0,40	0,20	0,04	0,64
A_2	0	0,06	0,30	0,36
$P(B_j)$	0,40	0,26	0,34	

Например, из 100 двигателей 40 характеризовались принадлежностью к состояниям A_1 и B_1 одновременно (исправные двигатели с содержанием железа в 1 т масла 4 г), тогда $P(A_1, B_1) = 0,4$. Среди 100 двигателей (исправных и неисправных) состояние B_3 имели 34, и потому $P(B_3) = 0,34$.

Вычислим среднюю информацию о состоянии подшипников двигателя (система A), которая содержится в исследовании масла (система B). По формуле (67) находим:

$$J_A(B) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3} P(A_iB_j)\log_2 \frac{P(A_iB_j)}{P(A_i)P(B_j)} = \frac{1}{\lg 2}\left[0,40\lg\frac{0,40}{0,64\cdot 0,40} + 0,20\lg\frac{0,20}{0,64\cdot 26} + \right.$$

$$+0{,}04\lg\frac{0{,}04}{0{,}64\cdot 0{,}34}+0\lg\frac{0}{0{,}36\cdot 0{,}40}+0{,}06\lg\frac{0{,}06}{0{,}36\cdot 0{,}26}+0{,}30\lg\frac{0{,}30}{0{,}36\cdot 0{,}34}\Bigg]=0{,}56.$$

Найдём величину информации относительно исправного состояния подшипника, которая содержится в исследовании масла:

$$J_{A_1}(B)=\sum_{j=1}^{3}P(B_j/A_1)\log_2\frac{P(A_1B_j)}{P(A_1)P(B_j)}=\frac{1}{\lg 2}\left[\frac{0{,}40}{0{,}64}\lg\frac{0{,}40}{0{,}64\cdot 0{,}40}+\frac{0{,}20}{0{,}64}\lg\frac{0{,}20}{0{,}64\cdot 0{,}26}+\right.$$

$$\left.+\frac{0{,}04}{0{,}64}\lg\frac{0{,}04}{0{,}64\cdot 0{,}34}\right]=0{,}33.$$

При вычислении использовалась формула $P(B_j/A_1) = P(A_1B_j)/P(A_1)$. Подобная информация относительно неисправного состояния

$$J_{A_2}(B)=\sum_{j=1}^{3}P(B_j/A_2)\log_2\frac{P(A_2/B_j)}{P(A_2)P(B_j)}=\frac{1}{\lg 2}\left[\frac{0}{0{,}36}\lg\frac{0}{0{,}36\cdot 0{,}40}+\frac{0{,}06}{0{,}36}\lg\frac{0{,}06}{0{,}36\cdot 0{,}26}+\right.$$

$$\left.+\frac{0{,}30}{0{,}36}\lg\frac{0{,}30}{0{,}36\cdot 0{,}34}\right]=0{,}97.$$

Выясним значение информации относительно состояния подшипника двигателя, которая образуется после того, как становится известным содержание железа в масле. Если содержание железа в 1 т масла < 4 г (состояние B_1), то

$$J_{A}(B_1)=\sum_{j=1}^{2}P(A_j/B_1)\log_2\frac{P(A_iB_1)}{P(A_i)P(B_1)}=\frac{1}{\lg 2}\left[\frac{0{,}40}{0{,}40}\lg\frac{0{,}40}{0{,}64\cdot 0{,}40}+\frac{0}{0{,}40}\lg\frac{0}{0{,}36\cdot 0{,}40}\right]=0{,}64.$$

Подобным образом найдём:

$$J_{A}(B_2)=\sum_{j=1}^{2}P(A_i/B_2)\log_2\frac{P(A_iB_2)}{P(A_i)P(B_2)}=\frac{1}{\lg 2}\left[\frac{0{,}20}{0{,}20}\lg\frac{0{,}20}{0{,}64\cdot 0{,}26}+\frac{0{,}06}{0{,}26}\lg\frac{0{,}06}{0{,}36\cdot 0{,}26}\right]=0{,}05.$$

$$J_{A}(B_3)=\sum_{j=1}^{2}P(A_j/B_3)\log_2\frac{P(A_iB_3)}{P(A_i)P(B_3)}=\frac{1}{\lg 2}\left[\frac{0{,}04}{0{,}34}\lg\frac{0{,}04}{0{,}64\cdot 0{,}34}+\frac{0{,}30}{0{,}34}\lg\frac{0{,}30}{0{,}36\cdot 0{,}34}\right]=0{,}85.$$

Естественно, что наибольшей информацией обладают состояния B_1 и B_3.

В заключение вычислим величину информации, содержащейся в состоянии B_j относительно состояния A_i:

$$J_{A_i}(B_j)=\frac{1}{\lg 2}\lg\frac{P(A_iB_j)}{P(A_i)P(B_j)}.$$

Эти значения приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения информации $J_{Ai}(B_j)$ по данным табл. 2

A_i	B_i		
	B_1	B_2	B_3
A_1	0,64	0,26	–2,45
A_2	$-\infty$	–0,64	1,29

Как видно из таблицы, наибольшее значение имеет $J_{A2}(B_1)$, что соответствует интуитивным представлениям о ценности информации (при содержании железа в 1 т масла < 4 г можно с большой уверенностью утверждать, что подшипники двигателя не могут находиться в неисправном состоянии).

П р и м е ч а н и е. В теории информации предполагается, что значения вероятностей состояний систем точно известны. В действительности, эти вероятности определяются на основании статистических данных, и потому представляют собой случайные величины. Только при бесконечно большом объёме выборок их значения можно считать точными.

Приводимые расчётные соотношения относятся к средним значениям, интервальные оценки могут быть установлены с помощью общих методов математической статистики.

3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ

3.1. Общие положения

Для нормативного обеспечения методов, мероприятий и средств, направленных на достижение требуемого уровня надёжности, используется система стандартов «Надёжность в технике». Эта система в соответствии с ГОСТ 27.001–81 «Система стандартов. Надёжность в технике. Основные положения» обеспечивает эффективность организационно–технических, конструкторско–технологических и эксплуатационных мероприятий, направленных на достижение требуемого уровня надёжности изделий.

Анализом и исследованием этих вопросов занимается наука, которую называют теорией надёжности. Основной её задачей является изучение закономерностей возникновения отказов технических устройств. Эта наука базируется на теории вероятности и математической статистики, поэтому все расчёты надёжности носят вероятностный и статистический характер. Рассмотрим основные термины и определения, используемые в теории надёжности согласно ГОСТ 27.002–83 «Надёжность в технике. Термины и определения».

Работоспособность – состояние изделия, при котором оно способно выполнять заданные функции с параметрами, установленными требованиями нормативно–технической и конструкторско–технологической документацией.

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособности изделия.

Критерий отказа – признак, по которому оценивается надёжность различных изделий.

Безотказность – свойство изделия непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени.

Наработка – продолжительность работы изделия в часах, циклах и т.п.

Наработка до отказа – наработка изделия от начала его эксплуатации до возникновения первого отказа.

Предельное состояние – состояние изделия, при котором его дальнейшее применение по назначению недопустимо или нецелесообразно.

Долговечность – свойство изделия сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

Ремонтопригодность – свойство изделия, заключающееся в возможности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путём проведения технического обслуживания и ремонтов.

Сохраняемость – свойство изделия сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в течение эксплуатации, хранения и транспортирования.

Ресурс – наработка изделия от начала его эксплуатации или её возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Срок службы – календарная продолжительность от начала эксплуатации изделия или её возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Среднее время восстановления – это математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния.

Конструктивно изделия делят на невосстанавливаемые и восстанавливаемые. *Невосстанавливаемыми* называют такие изделия, которые в процессе выполнения своих функций не допускают ремонта, а *восстанавливаемые* допускают. Учитывая это свойство, отдельно рассчитывают и нормируют показатели надёжности для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий.

Показатель надёжности – это количественная характеристика одного или нескольких свойств, определяющих надёжность изделия.

3.2. Показатели надёжности невосстанавливаемых изделий

Основными нормируемыми показателями надёжности невосстанавливаемых изделий являются:

– вероятность безотказной работы $P(t)$;

– вероятность отказа $Q(t)$;

– частота отказов $a(t)$;

– интенсивность отказов $\lambda(t)$;

– средняя наработка до первого отказа $T_{\text{ср}}$.

Так как время наступления отказа T есть величина случайная, то $Q(t)$ – это вероятность того, что случайная величина T примет значение меньшее или равное t (интегральная функция распределения отказов), где t – время за которое определяется показатель надёжности, т.е. *вероятностью отказа* называется вероятность того, что при определённых условиях эксплуатации в заданном интервале времени возникнет хотя бы один отказ

$$Q(t) = P(T \leq t). \tag{68}$$

Вероятностью безотказной работы $P(t)$ называется вероятность того, что при определённых условиях эксплуатации в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки t не произойдёт ни одного отказа

$$P(t) = P(T > t). \tag{69}$$

Так как безотказная работа и отказ являются событиями несовместными и противоположными, то между ними справедливо следующее соотношение:

$$P(t) + Q(t) = 1. \tag{70}$$

Так как $Q(t)$ есть *закон распределения* случайной величины (отказов), то зависимость между возможными значениями непрерывной случайной величины T и вероятностями попадания в их окрестность называется её *плотностью вероятности*.

Частота отказов $a(t)$ есть плотность вероятности времени работы изделия до первого отказа

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \qquad (71)$$

Интенсивностью отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени. Вероятностная оценка этой характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = a(t)/P(t). \qquad (72)$$

Средней наработкой до первого отказа $T_{ср}$ называется математическое ожидание $M[t]$ времени работы изделия до отказа. Как математическое ожидание, $T_{ср}$ вычисляется через частоту отказов (плотность распределения времени безотказной работы):

$$M[t] = T_{ср} = \int_{-\infty}^{+\infty} t a(t) dt, \qquad (73)$$

так как $t > 0$ и $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, то $T_{ср} = \int_{0}^{\infty} P(t) dt$.

Зная один из показателей надёжности и закон распределения отказов, можно вычислить остальные характеристики надёжности с учётом следующих формул:

$$Q(t) = \int_0^t a(t)dt,\ P(t) = 1 - \int_0^t a(t)dt,\ \lambda(t) = a(t)/P(t),\ P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \qquad (74)$$

Пример 3.1. Интенсивность отказов изделия зависит от времени и выражается функцией $\lambda(t) = k^2t/(1+ kt)$. Определить вероятность безотказной работы, частоту отказов и среднюю наработку до первого отказа.

Решение:

Вероятность безотказной работы по формуле (74) $P(t) = e^{-kt}(1 + kt)$.

Частота отказов $a(t) = k^2t\ e^{-kt}$.

Средняя наработка до первого отказа $T_{ср} = 2/k$.

Статистические оценки показателей надёжности невосстанавливаемых изделий рассчитываются по следующим формулам.

Статистическая оценка вероятности отказа определяется по формуле

$$\overline{Q}(t) = n(t)/N_0, \qquad (75)$$

где $n(t)$ – число изделий, отказавших за время t; N_0 – число наблюдаемых (испытываемых) изделий.

Статистическая оценка вероятности безотказной работы будет равна

$$\overline{P}(t) = [N_0 - n(t)]/N_0. \qquad (76)$$

Статистическая оценка частоты отказов

$$\overline{a}(t) = n(\Delta t)/\Delta t N_0, \qquad (77)$$

где $n(\Delta t)$ – число изделий, отказавших в интервале времени от $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$.

Статистическая оценка интенсивности отказов

$$\overline{\lambda}(t) = n(\Delta t)/\Delta t N_{ср}, \qquad (78)$$

где $N_{ср} = (N_i + N_{i+1})/2$ – среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt; N_i – число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt; N_{i+1} – число изделий, исправно работающих в конце интервала Δt.

Зная моменты выхода из строя всех наблюдаемых изделий, можно дать статистическую оценку средней наработки до первого отказа

$$\overline{T}_{ср} = \left(\sum_{i=1}^{N_0} t_i \right) \Big/ N_0 , \qquad (79)$$

где t_i – время безотказной работы i-го образца.

Имея данные о количестве вышедших из строя изделий n_i в каждом i-м интервале времени, статистическую оценку средней наработки до первого отказа можно определить из уравнения

$$\overline{T}_{ср} \approx \left(\sum_{i=1}^{m} n_i t_{срi} \right) \Big/ N_0 , \qquad (80)$$

где $t_{срi} = (t_{i-1} + t_i)/2$, $m = t_k/\Delta t$; t_{i-1} – время начала i-го, t_i – время конца i-го интервала; t_k – время, в течение которого вышли из строя все изделия; $\Delta t = (t_{i-1} - t_i)$ – интервал времени.

Пример 3.2. На испытания поставлено 1000 изделий. За 3000 час отказало 80 изделий, а за интервал времени 3000 ÷ 4000 час отказало ещё 50 изделий. Требуется определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа в течение 3000 час; частоту и интенсивность отказов в промежутке времени 3000 ÷ 4000 час.

Решение:

По формулам (75) и (76) определяем

$$\overline{P}(3000) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0{,}92 ,$$

$$\overline{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_0} = \frac{80}{1000} = 0{,}08 \text{ или } \overline{Q}(3000) = 1 - P(3000) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08.$$

По формулам (77) и (78) находим:

$$\overline{a}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t N_0} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}},$$

$$\overline{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t N_{ср}} = \frac{50}{1000(920 + 870)/2} \approx 5{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{час}}.$$

3.3.Показатели надёжности восстанавливаемых изделий

Наиболее часто нормируемыми показателями надёжности восстанавливаемых изделий являются *параметр потока отказов* $\omega(t)$ и *средняя наработка на отказ* $t_{ср}$.

Статистической оценкой параметра потока отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к числу испытываемых изделий при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются исправными:

$$\overline{\omega}(t) = n(\Delta t)/(N\Delta t), \quad (81)$$

где $n(\Delta t)$ – число изделий, отказавших в интервале времени $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$; N – число испытываемых изделий; Δt – интервал времени.

Средней наработкой на отказ восстанавливаемого изделия называется среднее значение времени между соседними отказами.

Для **одного** изделия *статистическая оценка* средней наработки на отказ будет равна

$$\bar{t}_{\text{ср}} = \left(\sum_{i=1}^{n} t_i \right) \Big/ n, \quad (82)$$

где t_i – время исправной работы изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказами; n – число отказов за время t.

Для $\boldsymbol{N}$ наблюдаемых в течение времени t изделий *статистическая оценка* средней наработки на отказ определяется по формуле

$$\bar{t}_{\text{ср}} = \left(\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1} t_{ij} \right) \Big/ \sum_{j=1}^{N} n_j, \quad (83)$$

где t_{ij} – время исправной работы j-го изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказами; n_j – число отказов j-го изделия за время t.

Коэффициентом готовности называется отношение времени исправной работы к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок.

Согласно определению *статистическая оценка* коэффициента готовности будет равна

$$\overline{K}_{\text{г}} = t_{\text{р}}/(t_{\text{р}} + t_{\text{п}}), \quad (84)$$

где $t_{\text{р}} = \sum_{i=1}^{n} t_{\text{р}i}$ – суммарное время исправной работы изделия; $t_{\text{п}} = \sum_{i=1}^{n} t_{\text{п}i}$ – суммарное время вынужденного простоя изделия; $t_{\text{р}i}$ – время работы изделия между $(i - 1)$-м и i-м отказами; $t_{\text{п}i}$ – время вынужденного простоя после i-го отказа; n – число отказов (ремонтов) изделия.

Вероятностное определение коэффициента готовности можно получить переходя от $t_{\text{р}}$ и $t_{\text{п}}$ к их математическим ожиданиям:

$$K_{\text{г}} = t_{\text{ср}}/(t_{\text{ср}} + t_{\text{в}}), \quad (85)$$

где $t_{\text{в}}$ – среднее время восстановления.

При $t_{\text{ср}} = T_{\text{ср}}$ (поток отказов простейший)

$$K_{\text{г}} = T_{\text{ср}}/(T_{\text{ср}} + t_{\text{в}}). \quad (86)$$

Коэффициентом вынужденного простоя называется отношение вынужденного простоя к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок.

Статистическая оценка коэффициента вынужденного простоя будет равна

$$\overline{K}_{\text{п}} = t_{\text{п}}/(t_{\text{р}} + t_{\text{п}}), \quad (87)$$

а *вероятностное значение* определяется по формуле

$$K_{\text{п}} = t_{\text{в}}/(t_{\text{ср}} + t_{\text{в}}). \quad (88)$$

Между коэффициентом готовности и коэффициентом вынужденного простоя существует зависимость

$$K_г = 1 - K_п. \qquad (89)$$

П р и м е ч а н и е. Коэффициент готовности не является функцией времени работы изделия.

Если интенсивность отказов λ = const и интенсивность восстановления μ = const, то вероятность застать изделие в исправном состоянии в любой момент времени t определяется по формулам (функции готовности)

$$P_г(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(л+м)t} \qquad (90)$$

или

$$P_г(t) = K_г + (1 - K_г)\, e^{-t/K_г t_в}. \qquad (91)$$

Пример 3.3. В течение некоторого периода времени проводилось наблюдение за работой одного восстанавливаемого изделия. За весь период наблюдения было зарегестрировано 15 отказов. До начала наблюдения изделие проработало 258 час, к концу наблюдения наработка изделия составила 1233 час. Требуется определить среднюю наработку на отказ $t_{ср}$.

Решение:

Наработка изделия за наблюдаемый период равна

$$t = t_2 - t_1 = 1233 - 258 = 975 \text{ час.}$$

Принимая $\sum_{i=1}^{n} t_i$ = 975 час по формуле (82), находим среднюю наработку на отказ:

$$\bar{t}_{ср} = \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) \Big/ n = 975/15 = 65 \text{ час.}$$

Пример 3.4. Проводилось наблюдение за работой трёх одинаковых восстанавливаемых изделий. За период наблюдения было зафиксировано по первому изделию 6 отказов, по второму – 11 отказов и по третьему – 8 отказов. Наработка первого изделия составила 181 час, второго – 329 час и третьего – 245 час. Требуется определить среднюю наработку изделий на отказ.

Решение:

Суммарная наработка трёх изделий

$$t_\Sigma = \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1} t_{ij} = 181 + 329 + 245 = 755 \text{ час.}$$

Суммарное количество отказов

$$n_\Sigma = \sum_{j=1}^{N} n_j = 6 + 11 + 8 = 25 \text{ отказов.}$$

Средняя наработка на отказ

$$\bar{t}_{ср} = \left(\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1} t_{ij}\right) \Big/ \sum_{j=1}^{N} n_j = t_\Sigma / n_\Sigma = 755/25 = 30{,}2 \text{ час.}$$

Пример 3.5. Изделие имеет среднюю наработку на отказ $t_{ср}$ = 65 час и среднее время восстановления $t_в$ = 1,25 час. Определить коэффициент готовности изделия.

Решение:

По формуле (85) имеем

$$K_г = t_{ср}/(t_{ср} + t_в) = 65/(65 + 1{,}25) = 0{,}98.$$

Пример 3.6. Известно, что интенсивность отказов изделия $\lambda = 0{,}02$ 1/час, а среднее время восстановления $t_в = 10$ час. Требуется вычислить коэффициент и функцию готовности изделия.

Решение:

Средняя наработка до первого отказа будет равна

$$T_{ср} = 1/\lambda = 1/0{,}02 = 50 \text{ час.}$$

Коэффициент готовности определяем по формуле (86)

$$K_г = T_{ср}/(T_{ср} + t_в) = 50/(50 + 10) = 0{,}83.$$

Функцию готовности определяем по формуле (91)

$$P_г(t) = K_г + (1 - K_г)\,e^{-t/K_г t_в} = 0{,}83 + (1 - 0{,}83)e^{-t/0{,}83\cdot 10} = 0{,}83 + 0{,}17e^{-0{,}12t}.$$

3.4. Законы распределения отказов

Любое техническое изделие с начала и до конца эксплуатации имеет три характерных периода работы: *приработки* ($0 < t < t_1$), *нормальной эксплуатации* ($t_1 < t < t_2$) и *старения* или *износа* ($t > t_2$) (см. рис. 6).

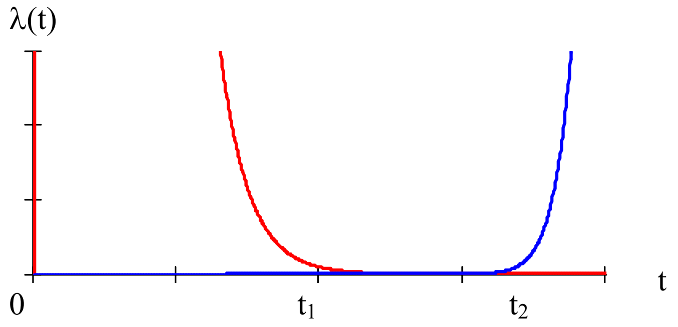

Рис.6

Период приработки характеризуется высокой интенсивностью отказов (*приработочные* отказы), вызванные отклонением от требований конструкторско-технологической документации, которые подчиняются распределению *Вейбулла* и устраняются за счёт введения *технологической приработки* («технологического прогона»).

Период нормальной эксплуатации характеризуется *минимальной* и *постоянной* интенсивностями отказов. Эти отказы называются *внезапными*, носят случайный характер и подчиняются *экспоненциальному* закону распределения.

Период старения или *износа* характеризуется резким увеличением интенсивности *износовых* отказов, которые подчиняются *нормальному* закону распределения (закону Гаусса).

Экспоненциальный закон распределения – однопараметрический закон с постоянной интенсивностью отказов ($\lambda = \text{const}$).

Вероятность безотказной работы, частота отказов и средняя наработка до отказа определяются по формулам

$$P(t) = e^{-\lambda t},\;\; a(t) = \lambda e^{-\lambda t},\;\; T_{ср} = 1/\lambda. \qquad (92)$$

График изменения вероятности безотказной работы от времени при экспоненциальном распределении отказов представлен на рис. 7.

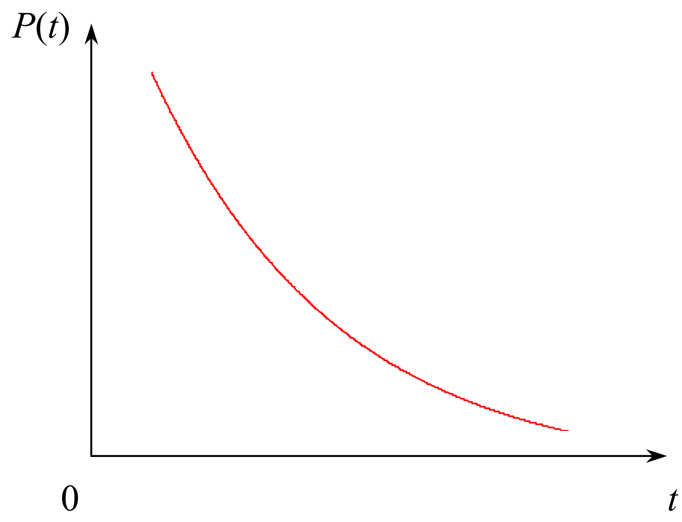

Рис. 7

Распределение Вейбулла – двухпараметрический закон с параметрами: λ_0 , определяющим масштаб, и k, определяющим асимметрию.

Показатели надёжности при этом будут равны

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k},\; a(t) = \text{л}_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^{k-1}},\;\; \lambda(t) = \lambda_0 k t^{k-1},\;\; T_{ср} = \Gamma\left(\frac{1}{k}+1\right)\Big/\lambda_0^{\frac{1}{k}}, \qquad (93)$$

где $\Gamma\left(\frac{1}{k}+1\right)$ – гамма–функция.

График изменения вероятности безотказной работы от времени при распределении отказов по закону Вейбулла представлен на рис. 8.

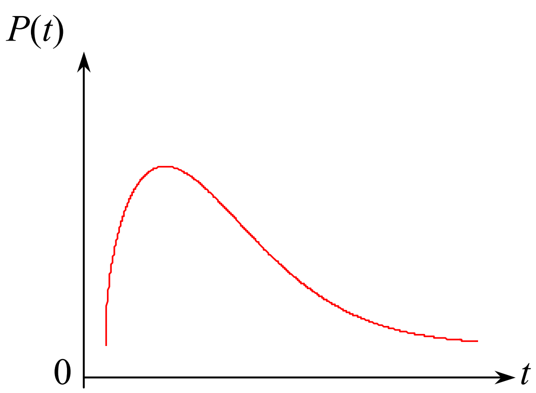

Рис. 8

Нормальный закон распределения – двухпараметрический закон с параметрами распределения: T – математическое ожидание и σ – среднеквадратичное отклонение.

Вероятность события в интервале времени от t_1 до t_2 определяется по формуле

$$P(t_1 < t < t_2) = \frac{1}{2}\left[\Phi(x_2) - \Phi(x_1)\right] = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{t_2 - T}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{t_1 - T}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right], \qquad (94)$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности (интеграл Лапласа) вида

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt. \qquad (95)$$

При использовании центрированной и нормированной функции Лапласа $\Phi(z)$, где $z = (t - T)/\sigma$, вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - T}{\sigma}\right). \qquad (96)$$

График изменения вероятности безотказной работы от времени при нормальном законе распределения отказов представлен на рис. 9.

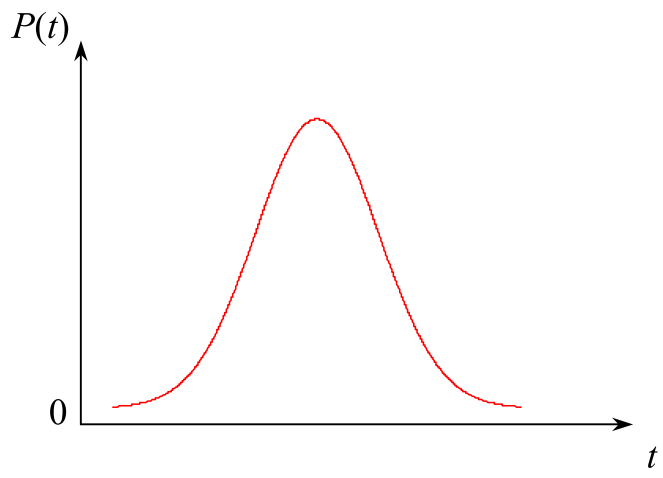

Рис. 9

Пример 3.7. Время работы изделия до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/час.

Определить количественные характеристики надёжности изделия $P(t)$, $a(t)$, и $T_{ср}$, если $t = 1000$ час.

Решение:

Используя формулы (92), получим.

Вероятность безотказной работы $P(1000) = e^{-0{,}000025 \cdot 1000} = e^{-0{,}025} = 0{,}9753$.

Частота отказов $a(1000) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-0{,}000025 \cdot 1000} = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}9753 =$ $= 2{,}439 \cdot 10^{-5}$ 1/час.

Средняя наработка до первого отказа $T_{ср} = 1/\lambda = 1/2{,}5 \cdot 10^{-5} = 40\,000$ час.

Пример 3.8. Время безотказной работы изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами $k = 1{,}5$ и $\lambda_0 = 10^{-4}$ 1/час, а время его работы $t = 100$ ч.

Определить количественные характеристики надёжности изделия.

Решение:

Используя формулы (93), получим.

Вероятность безотказной работы $P(100) = e^{-10^{-4}\cdot 100^{1,5}} = 0,9$.

Частота отказов $a(100) = 10^{-4}\cdot 1,5\cdot 100^{1,5-1}\cdot 0,9 = 1,35\cdot 10^{-3}$ 1/час.

Интенсивность отказов $\lambda(100) = a(100)/P(100) = 1,35\cdot 10^{-3}/0,9 = 1,5\cdot 10^{-3}$ 1/час.

Для вычисления средней наработки до первого отказа определяем значение гамма-функции из табл. [11], [12] для $x = (1/k) + 1 = (1/1,5) + 1 \approx 1,67$.

Подставляя в формулу для $T_{\text{ср}}$ значение гамма-функции $\Gamma(x) = 0,9033$ и параметры распределения λ и k, получим

$$T_{\text{ср}} = 0,9033/(10^{-4})^{1/1,5} \approx 418 \text{ час.}$$

3.5. Структурная надёжность

Структурной надёжностью изделия называется результирующая надёжность при заданной структуре и известных значениях надёжности всех входящих в него блоков и элементов. Разбиение изделия на блоки и элементы осуществляется на базе единства функционирования и физических процессов, происходящих при его работе.

Если отказ технического устройства наступает при отказе одного из его элементов, то такое устройство имеет *основное соединение* элементов. При расчёте надёжности таких устройств отказ элемента является событием случайным и независимым, а вероятность безотказной работы изделия в течение времени t равна произведению вероятностей его элементов в течение того же времени:

$$P(t) = p(t_1)p(t_2)...p(t_{\text{N}}) = \prod_{\text{i}=1}^{\text{N}} p_{\text{i}}(t) \tag{97}$$

или

$$P(t) = \exp\left(-\sum_{\text{i}=1}^{\text{N}}\int_0^t \lambda_{\text{i}}(t)dt\right). \tag{98}$$

При экспоненциальном законе распределения отказов, т.е. для нормального периода работы

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/T\text{ср}},\ a(t) = \lambda e^{\lambda t},\ T_{\text{ср}} = 1/\lambda,\ \lambda = \sum_{\text{i}=1}^{\text{N}} \lambda_{\text{i}}, \tag{99}$$

где λ_{i} – интенсивность отказов i-го элемента.

При расчёте *высоконадёжных* изделий с достаточной для практики точностью можно пользоваться приближёнными формулами

$$P(t) \approx 1 - t\sum_{\text{i}=1}^{\text{r}} N_{\text{i}}\lambda_{\text{i}} = 1 - \lambda t,\ \lambda = \sum_{\text{i}=1}^{\text{r}} N_{\text{i}}\lambda_{\text{i}},\ T = 1/\sum_{\text{i}=1}^{\text{r}} N_{\text{i}}\lambda_{\text{i}} = 1/\lambda,\ a(t) \approx \lambda(1 - \lambda t); \tag{100}$$

$$p_1(t)p_2(t)\ldots p_{\text{N}}(t) \approx 1 - \sum_{\text{i}=1}^{\text{N}} q_{\text{i}}(t),\ p_{\text{i}}^{\text{N}}(t) = 1 - Nq_{\text{i}}(t),\ \sqrt[\text{N}]{p_{\text{i}}(t)} = 1 - q_{\text{i}}(t)/N, \tag{101}$$

где r – число типов элементов, $q_{\text{i}}(t)$ – вероятность отказа i-го элемента.

Одним из методов повышения надёжности является *резервирование*. *Резервированным соединением* изделий называется такое соединение, при котором отказ наступает только после отказа основного изделия и всех резервных изделий.

Основным параметром резервирования является его кратность m, отношение числа резервных изделий к числу резервируемых (основных). Различают резервирование с целой и дробной кратностью. При резервировании с целой кратностью величина m – целое число, при резервировании с дробной кратностью m – дробное.

По *способу включения* резервирование делится на постоянное и резервирование замещением. Постоянное резервирование – резервирование, при котором резервные изделия подключены к основным в течение всего времени работы и находятся в одинаковом с ними режиме. Резервирование замещением – резервирование при котором резервные изделия замещают основные после их отказа.

При включении резерва по способу замещения резервные элементы до момента включения в работу могут находиться в трёх состояниях:

– нагруженном резерве;

– облегчённом резерве;

– ненагруженном резерве.

Если элементы резервированных устройств имеют отказы вида: «обрыв» или «короткое замыкание», то вероятность безотказной работы следует вычислять, суммируя вероятности всех благоприятных (не приводящих к отказу) гипотез

$$P(t) = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{k}} p_{\mathrm{j}}(t), \qquad (102)$$

где $p_{\mathrm{j}}(t)$ – вероятность j-й благоприятной гипотезы, вычисленной с учётом двух видов отказов; k – число благоприятных гипотез.

Для элементов сложной системы справедливы выражения

$$p(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right], \quad q_0 + q_{\text{кз}} = 1, \qquad (103)$$

где $\lambda(t)$ – интенсивность отказов элемента; q_0, $q_{\text{кз}}$ – вероятность возникновения «обрыва» и «короткого замыкания» соответственно.

При экспоненциальном законе распределения отказов

$$p(t) = e^{-\lambda t}, \; q_0 = \lambda_0/(\lambda_0 + \lambda_{\text{кз}}), \; q_{\text{кз}} = \lambda_{\text{кз}}/(\lambda_0 + \lambda_{\text{кз}}), \qquad (104)$$

где λ_0, $\lambda_{\text{кз}}$ – интенсивность отказов элемента по «обрыву» и «короткому замыканию».

3.6. Оценка показателей надёжности по статистической информации об отказах при эксплуатации и испытаниях

При оценке показателей надёжности изделий по статистической информации об отказах при эксплуатации определяется закон распределения отказов и его параметры. По найденному закону рассчитывается любая характеристика надёжности изделия.

Методика определения закона распределения включает в себя следующие этапы: подготовку опытных данных, построение гистограммы и проверку соответствия закона распределения с использованием одного из *критериев согласия* (Колмогорова, Пирсона, Стьюдента, Фишера и др.).

Этап I. Полученная информация систематизируется в порядке возрастания времени наблюдения, которое разбивается на одинаковые интервалы (см. табл. 4).

Таблица 4

Исходные данные для определения закона распределения отказов

Δt_i	$n(\Delta t_i)$	$P(t) = 1 - n(t)/N_0$	$a(t) = n(\Delta t_i)/N_0\Delta t_i$	$\lambda(t) = n(\Delta t_i)/N_{ср}\Delta t_i$
1	2	3	4	5

Этап II. По данным табл. 4 строится гистограмма требуемого показателя надёжности и аппроксимируется кривой, по виду которой ориентировочно устанавливается закон распределения отказов путём сравнения с соответствующими теоретическими кривыми (см. рис. 10).

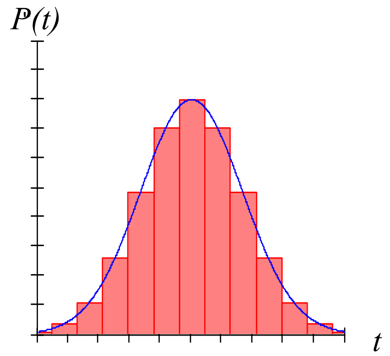

Рис. 10

Этап III. Проверка соответствия принятого закона распределения отказов осуществляется по критериям согласия, наиболее распространёнными из которых являются критерий Пирсона и критерий Колмогорова.

По критерию Пирсона вычисляют вероятность вида

$$P(\chi^2 \le \Delta < \infty) = \int_{ч^2}^{\infty} k_г(u)du\,, \qquad (105)$$

где Δ – мера расхождения; χ^2 – функция плотности распределения

$$\chi^2 = \sum_{ч^2}^{k} \frac{\left(n_i - np_i\right)}{np_i}, \qquad (106)$$

где n – общее число наблюдаемых изделий; $p_i = n_i/n$ частость i-го интервала статистического ряда; k – число интервалов статистического ряда;

$$k_r(u) = \frac{u^{(r/2)-1} e^{-u/2}}{2^{r/2}\,\Gamma(r/2)}, \qquad (107)$$

где $r = k - 1$ – число степеней свободы распределения.

Если вероятность $P(\chi^2 \le \Delta < 0{,}1) \ge 0{,}1$, то экспериментальное распределение соответствует теоретическому.

По критерию Колмогорова соответствие теоретического и экспериментального распределений проверяется по выполнению условия

$$D\sqrt{k} \le 1, \qquad (108)$$

где D – наибольшее отклонение теоретической кривой распределения от экспериментальной; k – общее количество экспериментальных точек.

Пример 3.9. В результате опыта получен следующий вариационный ряд времени исправной работы в часах:

2;	3;	3;	5;	6;
7;	8;	8;	9;	9;
13;	15;	16;	17;	18;
20;	21;	25;	28;	35;
37;	53;	56;	69;	77;
86;	98;	119.		

Требуется установить закон распределения времени безотказной работы.

Решение:

Общее число отказов $\sum n_i = 28$.

Заполняем табл. 5 по форме табл. 4.

Таблица 5

Статистические данные об отказах

Δt_i, час	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
$n(\Delta t_i)$	16	5	2	2	2	1
$\lambda(\Delta t_i)$, 1/час	0,0400	0,0263	0,0167	0,0250	0,0500	—

Строим гистограмму $\lambda(t)$ (см. рис. 11).

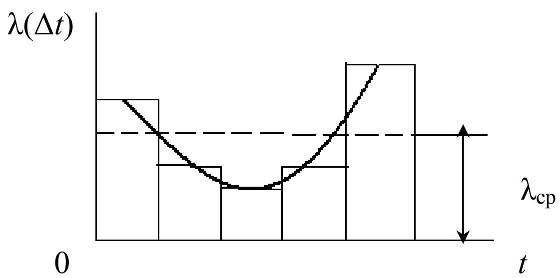

Рис. 11

Находим среднее значение $\lambda_{ср}$ и наибольшее отклонение D:

$$\lambda_{ср} = \frac{0{,}0400 + 0{,}0263 + 0{,}0167 + 0{,}0250 + 0{,}5000}{5} = 0{,}0316 \frac{1}{час},$$

$$D = \lambda_{max} - \lambda_{ср} = 0{,}0500 - 0{,}0316 = 0{,}0184 \text{ 1/час}.$$

Проверяем экспериментальное распределение на соответствие предполагаемому экспоненциальному распределению по критерию согласия Колмогорова (108):

$$D\sqrt{k} = 0{,}0184\sqrt{28} = 0{,}097 < 1.$$

В соответствии с критерием считаем, что закон распределения отказов экспоненциальный.

В результате испытаний получают *точечные* и *интервальные* оценки (*доверительные интервалы*). При интервальных оценках определяется, какой интервал оценок с заданной *доверительной вероятностью* α накрывает математическое ожидание оцениваемого параметра θ.

$$\alpha = \text{Вер}(\theta_н \le \theta \le \theta_в), \tag{109}$$

где $\theta_н$, $\theta_в$ – нижняя и верхняя доверительные границы параметра θ.

Вероятность того, что значение θ выйдет из интервала $[\theta_н, \theta_в]$, называют *уровнем значимости* β.

$$\beta = \text{Вер}(\theta_н > \theta > \theta_в) = 1 - \alpha. \tag{110}$$

Часто устанавливают одну из границ интервала: нижнюю или верхнюю с доверительными вероятностями α_1 или α_2 соответственно (*односторонний* доверительный интервал)

$$\alpha_1 = \text{Вер}(\theta \ge \theta_н), \tag{111}$$

$$\alpha_2 = \text{Вер}(\theta \le \theta_в), \tag{112}$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1. \tag{113}$$

Для разных законов распределения отказов составляют различные планы испытаний. При проведении испытаний наиболее часто применяются следующие законы распределения: экспоненциальный, нормальный, биномиальный и гамма распределение. Оценки показателей надёжности рассчитываются по формулам, приведённым в табл. 6 для разных законов распределения согласно планам испытаний, которые обозначаются с помощью трёх букв:

первая буква n означает объём выборки;

вторая буква *Б* или *В* означает планы без восстановления или с восстановлением выборки;

третья буква n, t_0 или d. Планы, заканчивающиеся при отказе всех образцов выборки, обозначаются буквой n; планы, заканчивающиеся через заданное время, обозначаются буквой t_0; планы, заканчивающиеся после появления установленного числа отказов, обозначаются буквой d;

t_d – время от начала испытаний до d-го отказа;

t_Σ – суммарная наработка.

Планы испытаний и интервальные оценки показателей надёжности согласно этим планам приведены в табл. 6.

Таблица 6

Планы испытаний и интервальные оценки

Планы испы-таний	Суммарная наработка, t_Σ	Оценка интенсивности отказов, $\overline{\lambda}$	Нижняя граница $\lambda_н$	Верхняя граница $\lambda_в$
1	2	3	4	5
$[n\text{Б}n]$	$\sum_{i=1}^{n} t_i$	$\frac{n}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-б_1)(2n)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2n)}}{2t_\Sigma}$
$[n\text{Б}t_0]$ $d \neq 0$	$\sum_{i=1}^{d} t_i + (n - d)t_0$	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(б_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$
$[n\text{Б}t_0]$ $d = 0$	nt_0	—	0	$\frac{r_0}{t_\Sigma}$
$[n\text{Б}d]$	$\sum_{i=1}^{d} t_i + (n - d)t_0$	$\frac{d - 1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(б_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$
$[n\text{В}t_0]$	nt_0	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(б_2)(2d+2)}}{2t_\Sigma}$
$[n\text{В}d]$	nt_d	$\frac{d - 1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(б_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$

П р и м е ч а н и е. Значения квантилей χ^2 распределения выбираются из таблиц [11], [12] в зависимости от заданной доверительной вероятности и числа степеней свободы. Значения коэффициента r_0 для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}8 \div 0{,}999$ приведены в табл. 7.

Таблица 7

Значения коэффициента r_0

α	0,999	0,990	0,975	0,950	0,900	0,800
r_0	6,91	4,60	3,69	3,00	2,30	1,61

Экспоненциальное распределение используется для оценки внезапных отказов. Интервальные оценки показателей безотказности рассчитываются по формулам

$$P_н(t) = \exp(-\lambda_в t) = \exp(-t/T_н), \tag{114}$$

$$P_в(t) = \exp(-\lambda_н t) = \exp(-t/T_в), \tag{115}$$

$$T_н = 1/\lambda_в, \quad T_в = 1/\lambda_н. \tag{116}$$

Нормальный закон распределения отказов используется для оценки постепенных отказов. Плотность нормального распределения для случайной величины T в интервале $[-\infty; +\infty]$ равна

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - T)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (117)$$

Так как случайная величина T лежит в интервале [0; + ∞], то для оценки показателей надёжности принимается усечённое нормальное распределение с плотностью распределения

$$f(t) = \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - T_1)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (118)$$

где c – нормирующий множитель, который определяется из выражения

$$c\int_0^{\infty} f(t)d(t) = 1, \quad (119)$$

$$c = 1/F(T_1/\sigma) = 1/[0{,}5 + \Phi_0(T_1/\sigma)], \quad (120)$$

где $F(T_1/\sigma)$ – интегральная функция нормального распределения, а $\Phi_0(T_1/\sigma)$ – центрированная и нормированная функция Лапласа.

Средняя наработка до отказа и параметр T_1 усечённого нормального распределения связаны зависимостью

$$T = T_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi F\left(\frac{F_1}{\sigma}\right)}} e^{-T_1^2/2y^2} . \quad (121)$$

При испытании выборки объёмом в n изделий с наработкой t_1, t, … , t_n параметры распределения T и σ оцениваются по формулам

$$\overline{T} = \left(\sum_{i=1}^{n} t_i \Big/ n\right), \quad (122)$$

$$\overline{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n - 1}\sum_{i=1}^{n}\left(t_i - \overline{T}\right)^2}, \quad (123)$$

$$T_н = \overline{T} - t_{\alpha_1(n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (124)$$

$$T_в = \overline{T} - t_{\alpha_2(n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (125)$$

где $t_{\alpha(n-1)}$ – квантиль распределения Стьюдента для вероятности α или уровня значимости $\beta = 1 - \alpha$ и числа степеней свободы $f = n - 1$.

$$\sigma_н = S\sqrt{\frac{n - 1}{\chi^2_{(1-в/2)(n-1)}}}, \quad (126)$$

$$\sigma_в = S\sqrt{\frac{n - 1}{\chi^2_{(\beta/2)(n-1)}}}, \quad (127)$$

где $\chi^2_{(1-\beta/2)(n-1)}$ – квантиль хи-квадрат распределения при вероятности $p = 1 - \beta/2$ и числе степеней свободы $k = n - 1$; $\chi^2_{(\beta/2)(n-1)}$ – то же для вероятности $p = \beta/2$.

Если время безотказной работы устройства имеет нормальное распределение, то оценка вероятности безотказной работы за время t определяется по формуле

$$\overline{P}(t) = 1 - \left[\Phi_0\left(\frac{t - \overline{T}}{S}\right) + \Phi_0\left(\frac{\overline{T}}{S}\right)\right], \qquad (128)$$

где $\Phi_0(z)$ – центрированная и нормированная функция Лапласа.

Так как функция $\Phi_0(z)$ нечётная, т.е. $\Phi_0(-z) = -\Phi_0(z)$, то

$$P_{н}(t) \approx P(t) - u_{\alpha}\overline{\sigma}, \qquad (129)$$

где u_{α} – квантиль нормального распределения (при $T = 0$ и $\sigma = 1$); $\overline{\sigma}$ – оценка стандартного отклонения $\overline{P}(t)$.

$$\overline{\sigma} = k\sqrt{\frac{1}{n}\left[1 + 0{,}5\left(\frac{t - \overline{T}}{S}\right)^2\right]}, \qquad (130)$$

$$k = 0{,}4\exp\left[-0{,}5\left(\frac{t - \overline{T}}{S}\right)^2\right]. \qquad (131)$$

Если при испытаниях не регистрируются наработки испытываемых изделий, а регистрируются только отказы, то оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказа будут равны

$$\overline{P} = (n - d)/n, \quad \overline{Q} = d/n, \qquad (132)$$

где $\overline{P}$ и $\overline{Q}$ – оценки вероятности безотказной работы и вероятности отказов соответственно; n – объём выборки; d – число зарегистрированных отказов.

Доверительные границы вероятности отказа определяются по формулам

$$Q_{н} = \frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2n - d + 1 + 0{,}5\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}, \qquad (133)$$

$$Q_{в} = \frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2d+2)}}{2n - d + 0{,}5\chi^2_{(\alpha_2)(2d+2)}}, \qquad (134)$$

где $\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}$ – квантиль хи-квадрат распределения с $k = 2d$ степенями свободы для вероятности α_1; $\chi^2_{(\alpha_2)(2d+2)}$ – квантиль хи-квадрат распределения с $k = 2(d+1)$ степенями свободы для вероятности α_2.

Если число отказов $d = 0$, то

$$\overline{Q} \approx 1/(n + 1), \quad Q_{н} = 0, \quad Q_{в} = 1 - \sqrt[n]{1 - \alpha_2}. \qquad (135)$$

Объём выборки n при проведении испытаний для оценки Q с абсолютной ошибкой ε при доверительной вероятности α рассчитывается из уравнения

$$n = \frac{u_{\alpha}^2}{\varepsilon^2} Q_0(1 - Q), \qquad (136)$$

где u_{α} – квантиль нормального распределения для $p = \alpha$; Q_0 – ориентировочное значение вероятности отказа.

3.7. Испытания на надёжность

Испытания на надёжность делятся на определительные и контрольные.

Определительные испытания изделий на надёжность проводятся с целью определения фактических количественных показателей надёжности для одного из вариантов испытаний, соответствующих заданным условиям применения.

Определительные испытания проводятся после освоения вновь разработанных или модернизированных изделий на образцах, изготовленных уже по технологии, соответствующей предполагаемому виду (серийному или массовому) производства. При определительных испытаниях производится также проверка закона распределения отказов для данного вида изделий. Результаты определительных испытаний служат основанием для оценки соответствия фактических показателей надёжности изделий требованиям технических условий.

Контрольные испытания изделий на надёжность проводятся с целью контроля соответствия количественных показателей надёжности требованиям стандартов или технических условий. Эти испытания проводятся периодически в сроки, предусмотренные стандартами или техническими условиями на данное изделие.

Так как контроль надёжности производится на основе испытаний выборки, то при принятии решений возможны два вида ошибок:

ошибка первого рода, когда хорошая партия бракуется;

ошибка второго рода, когда плохая партия принимается.

Вероятность ошибки первого рода называется *риском изготовителя* и обозначается буквой α. Вероятность ошибки второго рода называется *риском потребителя* и обозначается буквой β. Очень часто принимают $\alpha = \beta = 0{,}2$.

Существует три основных статистических метода контроля надёжности:

– метод однократной выборки (одиночный контроль);

– метод двукратной выборки (двойной контроль);

– метод последовательного анализа.

Совокупность условий испытаний контролируемых изделий и правил принятия решений называется *планом контроля*. Под совокупностью условий испытаний понимаются условия приёмки и браковки, заданные значения α и β, установленный объём испытаний и др. Правила принятия решений определяются методами контроля. Так как число сочетаний различных условий испытаний и правил принятия решений может быть значительным, то и количество различных планов весьма большое.

Метод однократной выборки заключается в том, что из контролируемой партии объёма N изделий берётся одна случайная выборка объёмом n изделий. Исходя из N, n, α и β, устанавливаются оценочные нормативы (приёмочный и браковочный уровни) A_0 и A_1; если выборочное значение контролируемого параметра меньше или равно A_0, то партия принимается; если больше или равно A_1, то партия бракуется.

Когда объём партии $N > 500$ и при испытаниях восстанавливаемых изделий или когда $n \le 0{,}1N$, используют биномиальный закон распределения отказов, в соответствии с которым

$$1 - \alpha = \sum_{\mathrm{d=0}}^{\mathrm{A_0}} \binom{d}{n} q_0^{\mathrm{d}} \left(1 - q_0\right)^{\mathrm{n-d}}, \qquad (137)$$

$$\beta = \sum_{\mathrm{d}=0}^{\mathrm{A}_1-1} \binom{d}{n} q_1^{\mathrm{d}} \left(1-q_1\right)^{\mathrm{n-d}}, \tag{138}$$

где $\binom{d}{n}$ – число сочетаний из n элементов по d.

Последовательный метод контроля не предусматривает предварительного определения объёма выборки. Информация о надёжности испытываемых изделий накапливается при последовательно возрастающем объёме испытаний m. На каждом этапе испытаний l_{m} с заранее определёнными оценочными нормативами

$$A = (1-\beta)/\alpha, \tag{139}$$

$$B = \beta/(1-\alpha). \tag{140}$$

При этом могут быть приняты три решения:
если $l_{\mathrm{m}} \le B$ – партия принимается;
если $l_{\mathrm{m}} \ge A$ – партия бракуется;
если $B < l_{\mathrm{m}} < A$ – испытания продолжаются.

При последовательном методе контроля возможны *два способа контроля*: контроль числа дефектных изделий и контроль по наработке.

Контроль числа дефектных изделий для малосерийной партии ($N \le 150$), состоящей из N изделий, отношение правдоподобия l_{m} будет равно

$$l_{\mathrm{m}} = \frac{\binom{d_{\mathrm{m}}}{D_1}\binom{m-d_{\mathrm{m}}}{N-D_1}}{\binom{d_{\mathrm{m}}}{D_0}\binom{m-d_{\mathrm{m}}}{N-D_0}}, \tag{141}$$

где d_{m} – число дефектных изделий в выборке объёмом в m изделий; D_0 – число дефектных изделий в партии хорошей надёжности; D_1 – число дефектных изделий в партии плохой надёжности.

Для определённых значений $d_{\mathrm{m}} = 0, 1, 2, 3, \ldots$ рассчитываются приёмочные $m_{\text{пр}}$ и браковочные $m_{\text{бр}}$ объёмы испытаний

$$m_{\text{пр}} \ge N\left\{1-\left[\binom{D_0-d_{\mathrm{m}}}{D_1-d_{\mathrm{m}}}B\Big/\binom{D_0}{D_1}\right]^{1/(\mathrm{D}_1-\mathrm{D}_0)}\right\}, \tag{142}$$

$$m_{\text{бр}} \le N\left\{1-\left[\binom{D_0-d_{\mathrm{m}}}{D_1-d_{\mathrm{m}}}A\Big/\binom{D_0}{D_1}\right]^{1/(\mathrm{D}_1-\mathrm{D}_0)}\right\} \tag{143}$$

и строится график (план) испытаний (см. рис. 12).

П р и м е ч а н и е. На графике приняты следующие обозначения:
П – область приёмки, лежащая ниже линии 1; Б – область браковки, лежащая выше линии 2; ПИ – область продолжения испытаний, лежащая между линиями 1 и 2.

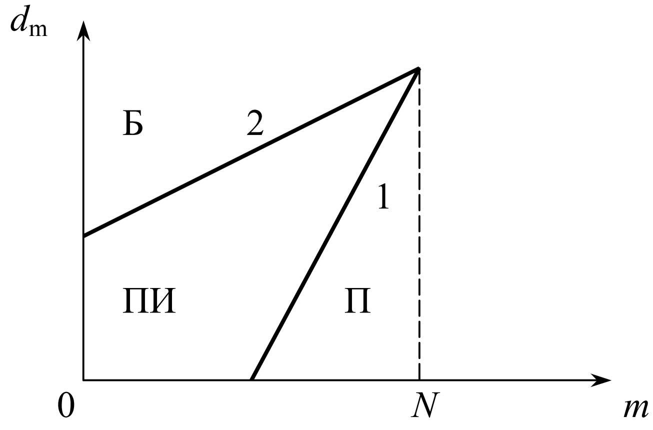

Рис. 12

График контроля надёжности строится по трём характеристическим точкам

$d_m = 0,\qquad m = N\left[1 - B^{1/(D_1 - D_0)}\right],$ (144)

$d_m = D_1,\qquad m = N\left\{1 - \left[A/\left(\frac{D_0}{D_1}\right)^{1/(D_1 - D_0)}\right]\right\},$ (145)

$d_m = (D_0 + D_1)/2,\qquad m = N.$ (146)

Для контроля надёжности больших партий ($N \geq 1000$) и восстанавливаемых изделий пользуются биномиальными планами

$$l_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m}\left(\frac{1-q_1}{1-q_0}\right)^{m-d_m}, \tag{147}$$

где q_0 – вероятность отказа в каждом одиночном испытании для партии с хорошей надёжностью; q_1 – вероятность отказа в каждом одиночном испытании для партии с плохой надёжностью.

Приёмочные и браковочные числа дефектных изделий для m испытаний определяются из условий

$$d_{пр} \leq h_1 + ms, \quad d_{бр} \geq h_2 + ms, \tag{148}$$

где

$$h_1 = (\lg B)\Big/\left(\lg\frac{q_1}{q_0} + \lg\frac{1-q_0}{1-q_1}\right), \tag{149}$$

$$h_2 = (\lg A)\Big/\left(\lg\frac{q_1}{q_0} + \lg\frac{1-q_0}{1-q_1}\right), \tag{150}$$

$$s = \left(\lg\frac{1-q_0}{1-q_1}\right)\Big/\left(\lg\frac{q_1}{q_0} + \lg\frac{1-q_0}{1-q_1}\right). \tag{151}$$

План испытаний представлен на рис. 13 и построен по трём характеристическим точкам

$$d_m = 0,\ m_0 = -\,h_1/s; \tag{152}$$

$$d_m = h_1,\ m = 0; \tag{153}$$

$$d_m = h_2,\ m = 0. \tag{154}$$

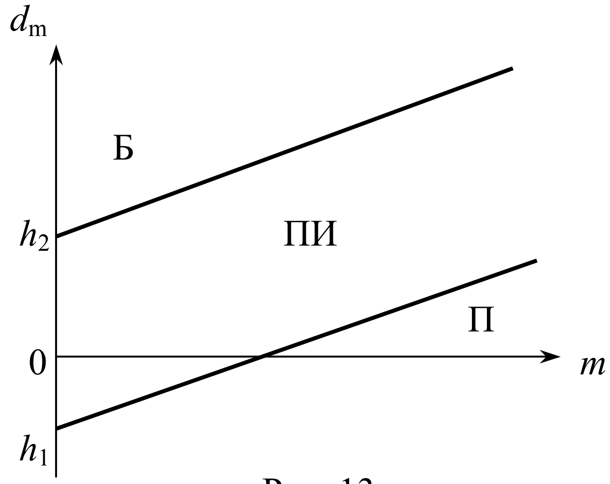

Рис. 13

При $q_1 \le 0{,}1$ можно использовать распределение Пуассона, тогда

$$l_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m} e^{-\left(\frac{q_1 - q_0}{m}\right)}; \qquad (155)$$

$$h_1 = \lg B/\lg\frac{q_1}{q_0},\ h_2 = \lg A/\lg\frac{q_1}{q_0},\ s = 0{,}4343(q_1 - q_0)/\lg\frac{q_1}{q_0}.$$

Контроль по наработке при экспоненциальном распределении отказов осуществляется в соответствии с правилами:

при $t_\Sigma \ge h_1 + d_m s$ – партия принимается;

при $t_\Sigma \le h_2 + d_m s$ – партия бракуется;

при $h_2 + d_m s < t_\Sigma < h_1 + d_m s$ – испытания продолжаются, где t_Σ – суммарная наработка всех испытываемых изделий;

$$h_1 = -\,2{,}303(\lg B)/(\lambda_1 - \lambda_0),$$

$$h_2 = -\,2{,}303(\lg A)/ (\lambda_1 - \lambda_0),$$

$$s = 2{,}303\left(\lg\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)/(\lambda_1 - \lambda_0),$$

где λ_0 – интенсивность отказов надёжной партии; λ_1 – интенсивность отказов ненадёжной партии.

План испытаний, построенный по трём характеристическим точкам, представлен на рис. 14.

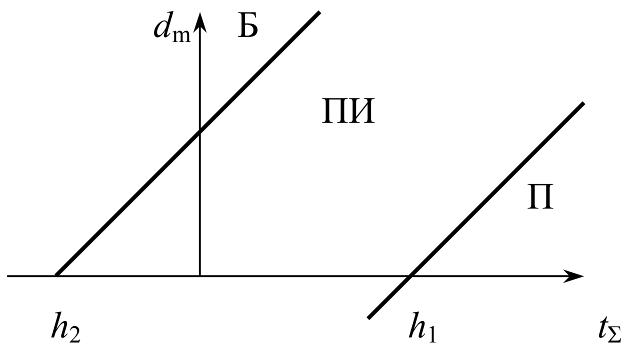

Рис. 14

Характеристические точки плана:

$$d_m = -\,h_2/s,\;\; t_\Sigma = 0;$$
$$d_m = 0,\;\; t_\Sigma = h_2;$$
$$d_m = 0,\;\; t_\Sigma = h_1.$$

При нормальном распределении отказов и известном среднем квадратичном отклонении контроль по наработке осуществляется в соответствии с правилами:
при $t_\Sigma \geq h_1 + sm$ – партия принимается;
при $t_\Sigma \leq h_2 + sm$ – партия бракуется;
при $h_1 + sm > t_\Sigma > h_2 + sm$ – испытания продолжаются,

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} t_i\,;$$
$$h_1 = -2{,}303\,\frac{\sigma^2 \lg B}{T_0 - T_1}\,;$$
$$h_2 = -2{,}303\,\frac{\sigma^2 \lg A}{T_0 - T_1}\,;$$
$$s = (T_0 + T_1)/2,$$

где T_0 – средняя наработка до отказа в партии с хорошей надёжностью; T_1 – средняя наработка до отказа в партии с плохой надёжностью.

Характеристические точки плана:

$$m = -h_2/s,\;\; t_\Sigma = 0;$$
$$m = 0,\qquad t_\Sigma = h_2;$$
$$m = 0,\qquad t_\Sigma = h_1.$$

4. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной:

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Физматгиз, 1986.

2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1969.

3. Биргер И.А. Техническая диагностика. – М.: Машиностроение, 1978.

4. Основы технической диагностики /П.П.Пархоменко, В.В.Карибский, Е.С.Согомонян, В.Ф.Халчев. – М.: Энергия, 1976.

5. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьёв А.Д. Математические методы в теории надёжности. – М.: Наука, 1965.

6. Половко А.М. Основы теории надёжности. – М.: Наука, 1964.

Дополнительный:

7. Кучер В.Я., Лазарев Н.М. Новый статистический метод контроля бездефектности выпускаемой продукции //Приборы и системы управления. – 1984.– № 11. – С. 13 – 15.

8. Кучер В.Я., Лазарев Н.М. Определение оптимального уровня допустимой доли дефектной продукции //Приборы и системы управления. – 1985. – № 6. – С. 6 – 9.

9. Файнстейн А. Основы теории информации. – М.: Иностранная литература, 1965.

10. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетики. – М.: Иностранная литература,1963.

11. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надёжности.– М.: Советское радио, 1968.

12. Янко Я. Математико-статистические таблицы. – М.: Госстатиздат, 1964.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

О Г Л А В Л Е Н И Е

Кучер Валентин Яковлевич
Основы технической диагностики и теории надёжности
Письменные лекции

Редактор И.Н.Садчикова
Сводный темплан 2004 г.
Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97

Санитарно-эпидемиологическое заключение № 78.01.07.953.П.005641.11.03. от 21.11.03 г.

Подписано в печать 30.06.04. Формат 60×84 1/16
Б. кн.-журн. Пл. 3,5. Б.л. 0,625. РТП РИО СЗТУ
Тираж 70. Заказ 843.

Северо-Западный государственный заочный технический университет
РИО СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации вузов Санкт-Петербурга
191186 Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 5