

**МЕХАНИКА ВА ИНШООТЛАР СЕЙСМИК МУСТАҲКАМЛИГИ  
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ  
DSc.02/30.12.2019.Т/ФМ.61.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**МЕХАНИКА ВА ИНШООТЛАР  
СЕЙСМИК МУСТАҲКАМЛИГИ ИНСТИТУТИ**

**НАЗАРОВ ФАРРУХ ХОЛИЁРОВИЧ**

**АЙЛАНМА ҲАРАКАТЛИ ОҚИМЛАРНИНГ МАТЕМАТИК  
МОДЕЛЛАРИ ВА УЛАРНИ СОНЛИ ЕЧИШ**

01.02.05 – Суюқлик ва газ механикаси

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА  
ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2020

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)  
диссертацияси автореферати мундарижаси  
Оглавление автореферата диссертации  
доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам  
Contents of Dissertation Abstract of the Doctor of Philosophy (PhD)  
on Physical-mathematical Sciences**

**Назаров Фаррух Холиёрович**

Айланма ҳаракатли оқимларнинг математик моделлари ва уларни сонли ечиш  
.....3

**Назаров Фаррух Холиёрович**

Математические модели вращающихся потоков и их численные решения  
.....21

**Nazarov Farrukh Kholiyorovich**

Mathematical models of rotating flows and their numerical  
solutions.....39

**Эълон қилинган ишлар рўйхати**

Список опубликованных работ

List of published works .....42

**МЕХАНИКА ВА ИНШООТЛАР СЕЙСМИК МУСТАҲКАМЛИГИ  
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ  
DSc.02/30.12.2019.Т/ФМ.61.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**МЕХАНИКА ВА ИНШООТЛАР  
СЕЙСМИК МУСТАҲКАМЛИГИ ИНСТИТУТИ**

**НАЗАРОВ ФАРРУХ ХОЛИЁРОВИЧ**

**АЙЛАНМА ҲАРАКАТЛИ ОҒИМЛАРНИНГ МАТЕМАТИК  
МОДЕЛЛАРИ ВА УЛАРНИ СОНЛИ ЕЧИШ**

01.02.05 – Суюқлик ва газ механикаси

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА  
ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Тошкент – 2020**

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида № В.2020.2.PhD/FM236 рақам билан рўйхатга олинган.**

Диссертация Ўз Р ФА М.Т. Ўрозбоев номидаги Механика ва сейсмик мустаҳкамлиги институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида ([www.instmech.uz](http://www.instmech.uz)) ва "Ziyonet" ахборот таълим порталида ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)) жойлаштирилган.

**Илмий раҳбар:**

**Маликов Зафар Маматқулович**

техника фанлари доктори, катта илмий ходим

**Расмий оппонентлар:**

Худайкулов Савет Ишонқулович

техника фанлари доктори, профессор

Зокиров Асқар Халилович

физика-математика фанлари номзоди, доцент

**Етакчи ташкилот:**

Самарқанд давлат университети

Диссертация ҳимояси Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институти ҳузуридаги фан доктори илмий даражасини берувчи DSc.02/30.12.2019. Т/FM.61.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил «5» «август» соат 11<sup>00</sup> даги мажлисида бўлиб ўтади (Манзил: 100125, Тошкент, Дўрмон йули кўчаси, 33, 1-мажлислар зали. Тел: (99871) 262-71-52; Факс: (99871) 262-71-32, e-mail: instmech@academy.uz).

Диссертация билан Механика ва иншоотлар сейсмик мустаҳкамлиги институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (1 рақам билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100125, Тошкент ш., Дўрмон йули кўчаси, 33-уй. Тел.: (99871) 262-71-52).

Диссертация автореферати 2020 йил «13» июль куни тарқатилди.  
(2020 йил «13» июльдаги 1 рақамли реестр баённомаси)



**М.М.Мирсаидов**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси,  
т.ф.д., профессор, ЎЗР ФА академиги

**М.К.Усаров**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий  
котиби, ф.-м.ф.д., к.и.х.

**И.К.Хужаев**

Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги  
илмий семинар раиси, т.ф.д., к.и.х.

## КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

**Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати.** Жаҳон миқёсида суyoқлик ва газлар механикасидаги айланма ҳаракатли oқимлар турли хил технологик жараёнларда кенг қўлланилади. Айланма ҳаракатли oқимлар ёрдамида урани бойитиш, чанг туткичларда чангни ушлаш, сеператорларда турли маҳсулотларни ажратиш, ички ёнув двигателларида ёниш жараёнини барқарорлаштириш ва ҳоказолар амалга оширилади. Ундан ташқари табиатда куюнларда, дарёлардаги уюрмаларда, шунингдек учувчи аппаратларнинг изида, кема винтларида ва шамол генераторларида айланма ҳаракатли oқимларни кузатиш мумкин. Ушбу жараёнларнинг барчасида oқимларнинг турбулентлиги кузатилади. Шу сабабли айланма ҳаракат қилаётган турбулент oқимларнинг самарали математик моделларини ва ҳисоблаш алгоритмларини ишлаб чиқиш гидромеханиканинг долзарб муаммоларидир. Чунки улар физик жараёнларни ўрганишга, шунингдек айланма ҳаракатли oқимлардан фойдаланиладиган турли хил технологик қурилмаларнинг мақбул параметрларини топишга имкон беради.

Ҳозирги кунда жаҳонда айланма ҳаракатли oқимларнинг ҳолатини тасвифловчи турли хил математик моделлар ишлаб чиқилмоқда ва улар қўлланиладиган турли амалий масалалар кўлами кенгаймоқда. Oқимларни айлантириш кучли анизотроп турбулентликка олиб келади. Математик жиҳатдан бу масала анча мураккабдир ва ҳозиргача айланма турбулент oқим учун универсал модель яратилмаган. Ушбу муаммо кўп фазали турбулент oқимларни ўрганишда янада мураккаблашади. Шу муносабат билан кўп фазали турбулент oқимлар учун турбулентликнинг такомиллаштирилган математик моделларини, самарали ҳисоблаш алгоритмларини ва дастурларини ишлаб чиқиш зарур ҳисобланади.

Мамлакатимизда турли материаллар ишлаб чиқариш воситаларини ва ишлаб чиқаришни маҳаллийлаштиришга катта эътибор қаратилмоқда. Жумладан, марказдан қочма чанг туткичларнинг турли сарфлар ва турлича дисперсион таркибли муҳитларда ишлайдиган самарали конструкциялари ишлаб чиқарилмоқда ва ишлаб чиқариш объектларига жорий этилмоқда. Шу билан бирга 2017-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегиясида, жумладан “...ишлаб чиқаришни..., техник ва технологик жиҳатдан янгилаш ..., юқори технологияли қайта ишлаш тармоқларини, энг аввало, маҳаллий хомашё ресурсларини чуқур қайта ишлаш асосида юқори қўшимча қийматли тайёр маҳсулот ишлаб чиқаришни жадал ривожлантиришга қаратилган сифат жиҳатидан янги босқичга ўтказиш орқали саноатни янада модернизация ва диверсификация қилиш;... тежамкор ва самарали замонавий технологияларни босқичма-босқич жорий этиш ...”<sup>1</sup> вазифалари келтириб ўтилган. Ушбу вазифаларни амалга оширишда айланма

---

<sup>1</sup> Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони.

ҳаракатли оқимларни моделлаштириш, ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш имкониятини берувчи дастурий мажмуалар яратиш муҳим аҳамият касб этади.

Ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантиришнинг Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПФ-4947 сонли Фармони, Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 17 февралдаги “Фанлар академияси фаолиятини янада такомиллаштириш илмий-тадқиқот фаолиятини ташкил этиш, бошқариш молиялаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-2789 сонли ва 2018 йил 3 октябрдаги “Экология ва атроф-муҳитни муҳофаза қилиш соҳасида давлат бошқаруви тизимини такомиллаштириш бўйича қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида”ги ПҚ-3956-сонли Қарорларида белгиланган вазифаларни ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа меъёрий-ҳуқуқий ҳужжатларда белгилаб берилган вазифаларни амалга ошириш учун хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги.** Мазкур тадқиқот Ўзбекистон Республикасида фан ва технологияларни ривожлантиришнинг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналишига мос равишда бажарилган.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Айланма ҳаракат қилаётган кўп фазали ва кўп компонентали муҳитлар динамикаси ва уларда масса кўчиши кўплаб мутахассислар томонидан аэро-, гидродинамика қонунлари асосида тадқиқ этилган. Айланма ҳаракатли оқимларда кечадиган жараёнларнинг математик моделини, ҳисоблаш алгоритмларини тузиш ва такомиллаштириш бўйича илмий тадқиқот ишлари жаҳоннинг кўпгина етакчи илмий марказларида, жумладан NASA (National Aeronautics and Space Administration), Stanford University (АҚШ), Санкт-Петербург Давлат техника университети, Марказий аэрогидродинамика институти (РФ), China Aerodynamics Research and Development Center (ХХР), The Air Systems Research Center (Япония), Cambridge University (Буюк Британия), Computational Aerodynamics Institute (Канада)да олиб борилмоқда.

Ҳозирги кунда айланма турбулент ҳаракатли оқимлар ҳолатини математик моделлаштириш, аэрогидродинамиканинг тенгламаларини сонли ечиш учун самарали усулларни ва алгоритмларни яратиш устувор илмий йўналишлардан ҳисобланади.

Х.А. Раҳматуллин фазалар концентрациясининг ўзгариши туфайли ҳосил бўладиган қўшимча кучни кашф этди ва унинг асосида кўп фазали оқимларнинг классик моделини такомиллаштирди (1956). Кўп фазали оқимнинг классик математик модели Р. Бусройд (1975) ва А. Фортъе (1971) ишларида келтирилган. Россия Фанлар академиясининг Ҳисоблаш марказида турли мураккаб аэрогазодинамик оқимларни ўрганиш учун О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давидов томонидан самарали сонли усуллар ишлаб чиқарилган ва кенг қамровли ҳисоб тажрибалари ўтказилган (1973). Р.И. Нигматулин ўзининг илмий ишларида қаттиқ ва суюқ фазадаги заррачаларнинг ўзаро таъсирлашувини ҳисобга олди (1987). В.В. Новомлинский, М.П. Стронгинларнинг цилиндрик каналда айланма ҳаракат қилаётган бир ва икки

фазали турбулент оқимларга тааллуқли ишларида к-е модели орқали сонли ўрганилган (1988). Спаларат П.Р. ва Аллмарас С.Р. (1992), Шур М.Л. (1997), Ментер Ф.Р. (1994), Вилкокс Д.С. (2006) ва Секундов А. (1995) ишларида турбулентликнинг такомиллаштирилган моделлари ишлаб чиқилди.

Ўзбекистонда кўп фазали оқимлар назариясини ривожлантиришда Ж.Ф. Файзуллаев, О.И. Умаров, Қ.Ш. Латипов И.Н. Хусанов, А.А. Ҳамидов, А.О. Шокиров, З.М. Маликов, О.М. Арифжонов, А.М. Фатхуллаев ва бошқаларнинг хизматлари катта. Таҳлил кўрсатишича, кўп фазали муҳитларда айланма ҳаракатли оқимларининг турбулентликни ҳисобга оладиган такомиллашган математик моделлари ва сонли ечиш усуллари етарли даражада ишлаб чиқилмаган.

**Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган илмий тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.** Диссертация иши Ф.13-12 «Иссиқлик ва муаллақ заррачаларнинг турбулент оқимда узатилиши» (2012-2014) мавзусидаги илмий грант, 14/2012 сонли 15.07.2012 й “Навоий кон металлургия комбинатининг транспорт воситаларига инерцион ҳаво тозалагичларни синаш ва татбиқ қилиш”, 02-1466.23.04.2013 сонли “Ҳаво тозалагичларни оғир юк ташувчи автомашиналарда синаш ва конструкторлик ҳужжатларини ишлаб чиқиш” хўжалик шартномалари доирасида бажарилган.

**Тадқиқотнинг мақсади** кўп фазали турбулент оқимларнинг математик моделларини куриш ва улар асосида циклон типидagi чанг туткичларнинг физик хусусиятларини ишлаб чиқишдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

адабиётлар таҳлили асосида икки фазали муҳитнинг ҳаракатидаги куч омилларини қиёсий баҳолаш;

пахта териш машинасининг пневматик қисмидаги икки фазали оқимларни математик моделлаштириш ва сонли ечиш;

сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликнинг эгри деворли қувурлардаги оқимини Навье-Стокс тенгламалари орқали ечиш;

сиқилмайдиган суюқликларнинг ўққа нисбатан симметрияга эга струясининг сокин муҳитда тарқалиши ва ясси пластинани оқиб ўтиш масалаларини турбулентликнинг турли моделларини қўллаш билан сонли ечиш;

айланма ҳаракатли икки фазали турбулент оқимларни сонли моделлаштириш ва марказдан қочма чанг туткичнинг самарадорлигини аниқлаш.

**Тадқиқотнинг объекти** айланма ҳаракат қилаётган икки фазали оқимларнинг турбулентлигидир.

**Тадқиқотнинг предмети** сифатида айланма ҳаракат қилаётган икки фазали оқимлар учун турбулентликнинг математик моделлари қаралган.

**Тадқиқотнинг усуллари.** Тадқиқотда кўп фазали ва кўп компонентали муҳитларнинг ламинар ва турбулент ҳаракатларини моделлаштириш, хусусий ҳосилали чизиксиз тенгламалар системаларини сонли ечиш усулларидан фойдаланилган.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

Эйлер ва Навье-Стокс тенгламалари асосида чанг туткичда кечадиган жараёнларнинг математик моделлари ишлаб чиқилди;

турбулент оқимлар учун Навье-Стокс тенгламалари асосида чанг туткич ичидаги ҳаво ва қаттиқ фазанинг ўзаро таъсирлашувини ҳисобга олган ҳолда сонли ечим олинди;

турбулентликнинг Спаларт-Аллмарас ва k-ε моделларидан фойдаланиб ясси пластинани оқиб ўтиш ва ўққа нисбатан симметрияга эга струянинг сокин муҳитда тарқалиши масалалари ечилди;

икки муҳитли айланма ҳаракатли турбулент оқим учун сонли ечим олинди, унинг стенд тажриба натижалари билан мослиги таъминланиб, марказдан қочма чанг туткичнинг оптимал ўлчамларини топишга жорий этилди.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** қуйидагилардан иборат:

пахтани машинада териш жараёнида чанг ва ифлосликлардан тозалаш қурилмаси таклиф этилди ва унинг аэродинамик хусусиятлари ишлаб чиқилган;

икки фазали турбулент оқимларни ўрганиш учун дастурлар мажмуи ишлаб чиқилдики, у марказдан қочма чанг туткичнинг кўрсаткичларини аниқлаш имконини беради.

**Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги** тадқиқот натижаларининг ишончлилиги аэрогидродинамика масалаларининг қатъий қўйилиши, уларни сонли ечишда олдиндан маълум бўлган усул ва алгоритмларга таянилганлиги, ҳамда назарий йўл билан олинган натижаларнинг тажриба натижаларига мос келиши билан асосланади.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.** Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти шундан иборатки, марказдан қочма чанг туткичнинг ичида кечадиган жараёнларни ўрганишда илк бор турбулентликнинг замонавий моделлари қўлланилиб, чанг туткичда содир бўлаётган жараёнларни етарли даражада адекват ёритиш имкони яратилди.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти юқори самарага эга бўлган чанг туткичларни лойиҳалаш амалиётига жорий этилганлиги билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** Марказдан қочма чанг туткич ичида кечадиган жараёнларнинг такомиллаштирилган моделларини сонли тадқиқотлари бўйича олинган илмий натижалар асосида:

чанг туткич ичида кечадиган турбулент оқимларни сонли ечиш алгоритми ва дастурий воситаси Олмалик кон-металлургия комбинатида Рух заводида (“Олмалик кон-металлургия комбинати” АЖ нинг 2020 йил 21 февралдаги АС-01440 маълумотномаси) майда рух кукунини ажратиш олиш мақсадида ишлаб чиқариш жараёнига татбиқ этилган. Илмий натижанинг қўлланилиши рух кукунини 7 мкмдан кичик ва катта бўлган икки фракцияга ажратиш имконини берган;

чанг туткич ичида кечадиган жараённи ифодаловчи математик модель, сонли ечиш алгоритми ва яратилган дастурий воситаси Олмалик кон-металлургия комбинатида Рух заводида рух кукунини сепарациялашга жорий этилган (“Олмалик кон-металлургия комбинати” АЖ нинг 2020 йил 21



февралдаги АС-01440 маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши чанг туткичнинг фойдали иш коэффициентини 50-70% га ошириш ва хорижда ишлаб чиқарилаётган рух кукунининг сифатидан қолишмайдиган маҳсулот олиш имконини берган.

**Тадқиқот натижаларининг апробацияси.** Мазкур тадқиқот натижалари 2 та халқаро ва 6 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги.** Диссертация мавзуси бўйича жами 21 та илмий иш чоп этилган, шулардан Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация Комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 10 та мақола, 8 таси республика ва 2 таси Scopus базаси рўйхатига кирувчи хорижий журналларда нашр этилган. ЭХМ учун дастурий маҳсулот қайд этилганлиги ҳақида 3 гувоҳнома олинган.

**Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши.** Диссертация таркиби кириш, уч боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан иборат. Диссертациянинг ҳажми 108 бетни ташкил этган.

## ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

**Кириш** қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти асослаб берилган, тадқиқотнинг Ўзбекистон Республикаси фани ва технологиялари тараққиётининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари белгилаб олинган ҳамда тадқиқот объекти ва предмети аниқланган, олинган натижаларнинг ишончлилиги асосланган, ишнинг янгиликлари, назарий ва амалий аҳамияти очиқ берилган, тадқиқот натижаларини амалиётга жорий этилганлик ҳолати ҳамда нашр этилган ишлар ва диссертация ишининг тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг биринчи боби **“Айланма ҳаракат қилаётган оқимлар моделларининг назарий-услубий асослари”** деб номланган.

Биринчи параграфда айланма ҳаракат қилаётган турбулент оқимда ҳосил бўладиган, қаттиқ заррачаларга таъсир қилувчи кучлар таҳлил қилинган. Ушбу кучларнинг катталиги баҳоланди.

Иккинчи параграфда турбулентликнинг асосий характеристикалари ва хоссалари муҳокама этилган.

Учинчи параграфда турбулент оқимни ўрганишда мавжуд математик моделларнинг афзалликлари ва камчиликлари муҳокама этилган.

Адабиётлар таҳлили натижаси, фан ва ишлаб чиқариш соҳаларидаги мавжуд муаммолардан келиб чиққан ҳолда диссертация ишининг мақсади ва вазифалари белгилаб олинган.

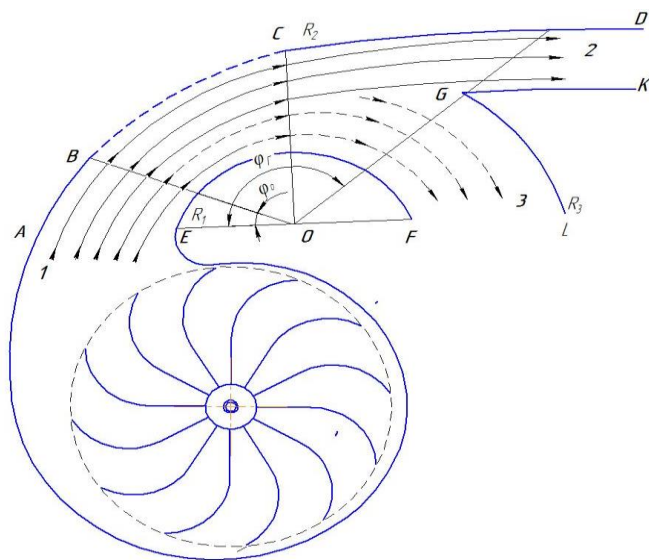
Диссертациянинг иккинчи боби **“Айланма ҳаракатли оқимларни Эйлер ва Навье-Стокс тенгламалари орқали моделлаштириш ва сонли тадқиқ қилиш”** деб номланган.

Биринчи параграфда пахта териш машинасини пневматик ташишдаги ҳаракати икки фазали оқим сифатида моделлаштирилган (1-расм). Реал

ҳолатларда муайян ҳажмдаги ҳавонинг массаси пахта массасидан анча катта. Бу ҳол қаттиқ фаза ҳаракатининг газ ҳаракати динамикасига таъсирини эътиборга олмаслик имконини беради. Шу туфайли, ҳаво оқимининг математик моделини тузиш учун Эйлер тенгламалар системасидан, иккинчи (пахта чаноклари, чанг) фаза учун эса Лагранж ёндашувидан фойдаланилган:

$$\begin{cases} \frac{\partial r V_r}{r \partial r} + \frac{\partial V_\varphi}{r \partial \varphi} = 0, & V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \\ V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi V_r}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0, & V_{pr} \frac{\partial V_{pr}}{\partial r} + \frac{V_{p\varphi}}{r} \frac{\partial V_{pr}}{\partial \varphi} - \frac{V_{p\varphi}^2}{r} = k(V_r - V_{pr}), \\ V_{pr} \frac{\partial V_{p\varphi}}{\partial r} + \frac{V_{p\varphi}}{r} \frac{\partial V_{p\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{V_{p\varphi} V_{pr}}{r} = k(V_\varphi - V_{p\varphi}). \end{cases} \quad (1)$$

Бу ерда  $V_r, V_\varphi$  – кутб координаталари  $r$  ва  $\varphi$  йўналишлари бўйича ҳаво тезлик векторининг ташкил этувчилари;  $V_{pr}, V_{p\varphi}$  –  $r$  ва  $\varphi$  координаталари бўйлаб тола ва чангнинг тезликлари;  $k$  – ҳаво ва аралашма ўртасидаги таъсирлашув коэффиценти;  $p$  – гидростатик босим.



**1-расм. Пахта териш аппаратининг вентилятори ва бункери орасига ўрнатилган қурилма**

Чегаравий шартлар куйидагича шакллантирилди:  $\varphi_0 = 0$  ва:  $R_1 < r < R_2$  да:

$V_r = 0, V_\varphi = 1, V_{pr} = 0, V_{p\varphi} = 1$ ; қаттиқ девор  $\varphi = \varphi_1$  да:  $V_n = 0, \frac{\partial V_\tau}{\partial n} = 0$ ; DK ва FL

кесмаларда:  $\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \varphi_0^2} = 0$ . Бунда  $V_n, V_\tau$  – уринма ва нормаль йўналишдаги тезликлар.

(1) системанинг дастлабки уч тенгламаси ҳаво ҳаракатига тегишли бўлиб, улар масса ва импульс сақланиш қонунларини ифодалайди. (1) системанинг охириги икки тенгламаси иккинчи фаза учун импульс сақланиш қонунини ифодалайди.

Иккинчи ва учинчи тенгламаларга кўра, ҳавони ҳаракатлантирувчи куч босим граденди бўлса, охириги икки тенгламага кўра, иккинчи фазани ҳаракатлантирувчи кучни икки фазанинг ёпишқоқлик туфайли ўзаро

таъсирлашуви кучи ташкил этади. Фазалараро ўзаро таъсирлашуви кучининг коэффициенти  $k$  Стокс формуласи асосида топилади.

(1) тенгламалар системасини ечиш учун ҳаво оқимини потенциал оқим деб фарз қилинган:

$$\frac{\partial r V_\varphi}{r \partial r} - \frac{\partial V_r}{r \partial \varphi} = 0. \quad (2)$$

Оқим чизиғи функцияси  $\psi$  ни киритилган:

$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad V_\varphi = \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (3)$$

Бу ҳолда (3) муносабат узлуксизлик тенгласини қаноатлантиради. (1) системанинг иккинчи ва учинчи тенгламалари ўрнига қуйидаги тенгламани ҳосил қилинган:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (4)$$

(4) тенгламанинг ечимидан (3) ёрдамида ҳаво тезликларини топиш мумкин. Топилган ҳаво оқимининг тезликларидан иккинчи фазанинг траекторияларини топишда фойдаланилади. Бунинг учун (1) тенгламалар системасининг охириги икки тенгласини қуйидагича ёзилган:

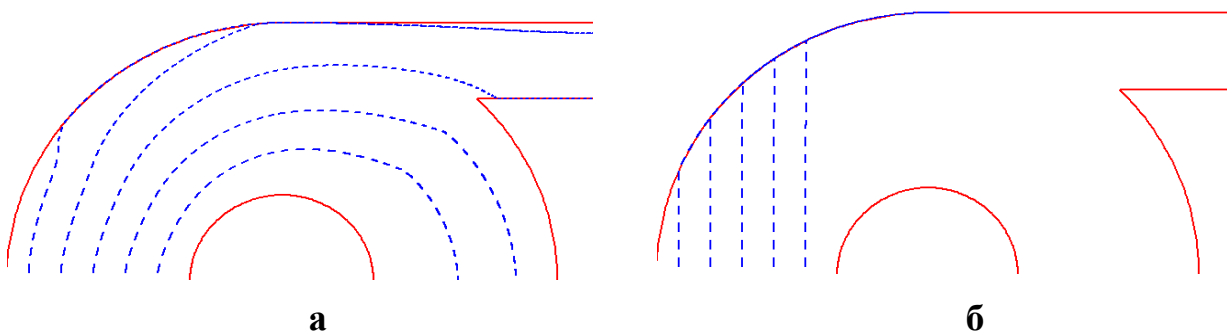
$$\frac{dV_{pr}}{dt} = \frac{V_{p\varphi}^2}{r} + k(V_r - V_{pr}), \quad \frac{dV_{p\varphi}}{dt} = -\frac{V_{p\varphi} V_{pr}}{r} + k(V_\varphi - V_{p\varphi}). \quad (5)$$

Ҳисоблаш соҳасини тўртбурчак шаклга келтириш учун  $(r, \varphi)$  янги координаталар  $(\xi, \eta)$  билан алмаштирилади:  $\xi = \varphi$ ,  $\eta = \frac{r - R_1}{R(\varphi) - R_1}$ . Бу ерда  $R(\varphi) - r$  бўйича оқимнинг ташқи чегараси.

Янги ўзгарувчиларга ўтиш натижасида (4) дан ҳаво оқим чизиғи учун қуйидаги тенгламани оламиз:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left( r^2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \left( r \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0. \quad (6)$$

(6) тенглама иккинчи тартибли аниқликда аппроксимацияланди ва итерация усулида ечилди. (5) тенгламалар системасини ечиш учун Эйлернинг иккинчи даражали аниқликдаги усулидан фойдаланилди. Чанг ва пахта қисмларининг характерли ўлчамларига қараб фазалараро таъсирлашув кучи коэффициенти  $k$  нинг қиймати аниқланган.



2-расм. Чанг зарралари (а) ва пахта қисмларининг (б) траекториялари

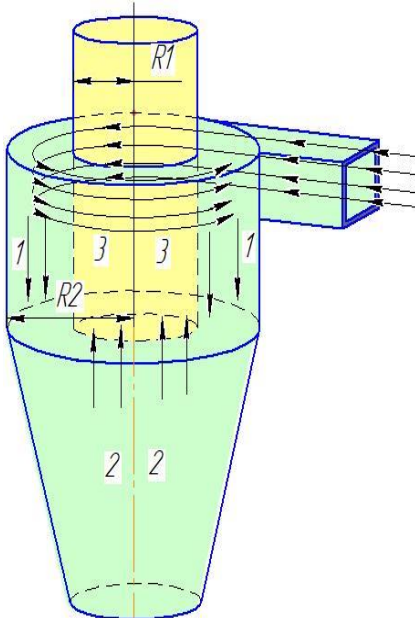
Сонли натижалар (2-расм) пахтани машинада териш жараёнида уни қисман тозалаш имкони мавжудлигини кўрсатди.

Иккинчи параграфда статик ҳаво классификаторларида (3-расм) майда зарраларни ажратиш жараёнини ўрганиш ва конструкциянинг муқобил кўрсаткичларини аниқлаш учун математик модель ва моделнинг тенгламаларини ечиш учун сонли алгоритм ишлаб чиқилган.

Бу ерда оқим ўққа нисбатан симметрик бўлгани учун Эйлер тенгламаларининг цилиндрик координаталардаги кўринишидан фойдаланилган:

$$\begin{cases} \frac{\partial(rV_z)}{\partial z} + \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} = 0, & \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, & \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Бу тенгламалар системасида  $p, \rho, V_z, V_r, V_\varphi$  – босим, газнинг зичлиги ва оқим тезлигининг ташкил этувчилари.



**3-расм. Марказдан қочма чанг туткичнинг принципал схемаси**

Қаттиқ деворларда тезликларни нолга тенглаб оламиз;  $z=0$  ва  $0 < r < R_1$  да:  $V_r = V_r(r), V_z = V_z(r), V_\varphi = V_\varphi(r)$ ;

$z=0$  ва  $R_1 < r < R_2$  да:  $V_r = V_\varphi = 0, \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$ ;

$z=L$  да:  $\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} = 0, \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} = 0, \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} = 0$ .

Қулайлик учун оқим чизиғи функцияси  $\psi$ , оқим уюмаси  $\zeta$  ва айланма оқим циркуляцияси  $\Gamma$  ни киритамиз. Ушбу ўзгарувчилар оқим тезлиги ташкил этувчилари билан қуйидаги боғланишларга эга:

$$V_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r},$$

$$\Gamma = rV_\varphi.$$

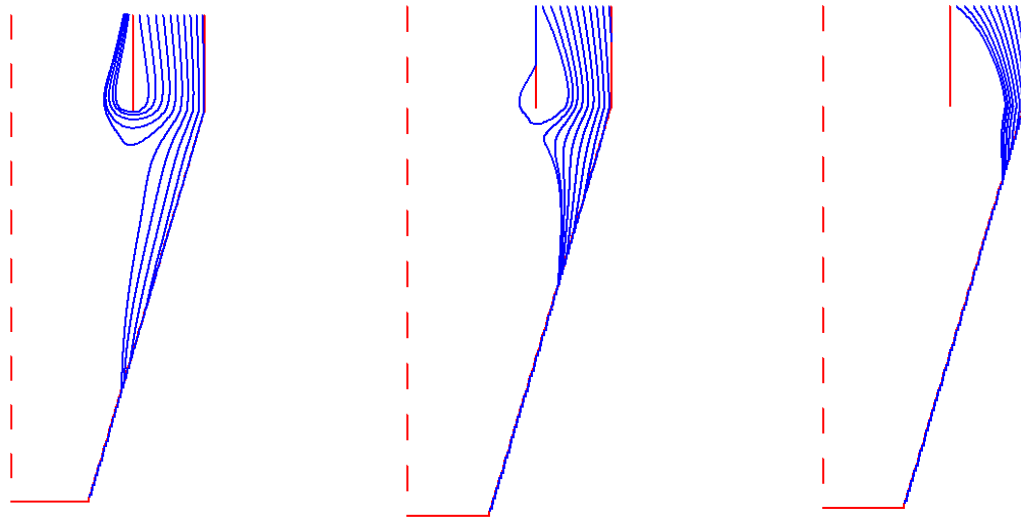
(8) системадан босимни йўқотиб, қуйидаги тенгламалар олинган:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\zeta, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial V_r \zeta}{\partial z} + \frac{\partial V_z \zeta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\Gamma^2}{r^3}, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + V_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + V_r \frac{\partial \Gamma}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

Заррачалар ҳаракати қуйидаги тенгламалардан аниқланган:

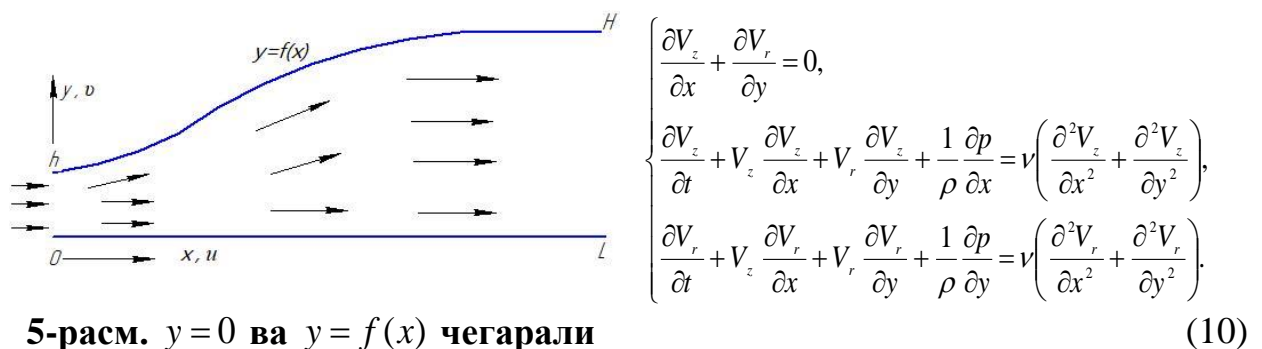
$$m_p \frac{DV_{pz}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_z - V_{pz}), \quad m_p \frac{DV_{pr}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_r - V_{pr}) + \frac{m_p V_{p\varphi}^2}{r}, \quad m_p \frac{DV_{p\varphi}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_\varphi - V_{p\varphi}).$$

Масалани сонли ечишда, олдинги параграфда бажарилганидек, ҳисоблаш соҳаси тўртбурчак шаклга олиб келинди ва янги ўзгарувчиларга ўтилди. Чанг зарраларининг траекторияси ва тезликларни ҳисоблашда Лагранж ёндашуви қўлланилди. Сонли натижалар 4-расмда келтирилган.



**4-расм. 3, 6 ва 10 мкм диаметри зарраларнинг траекториялари**

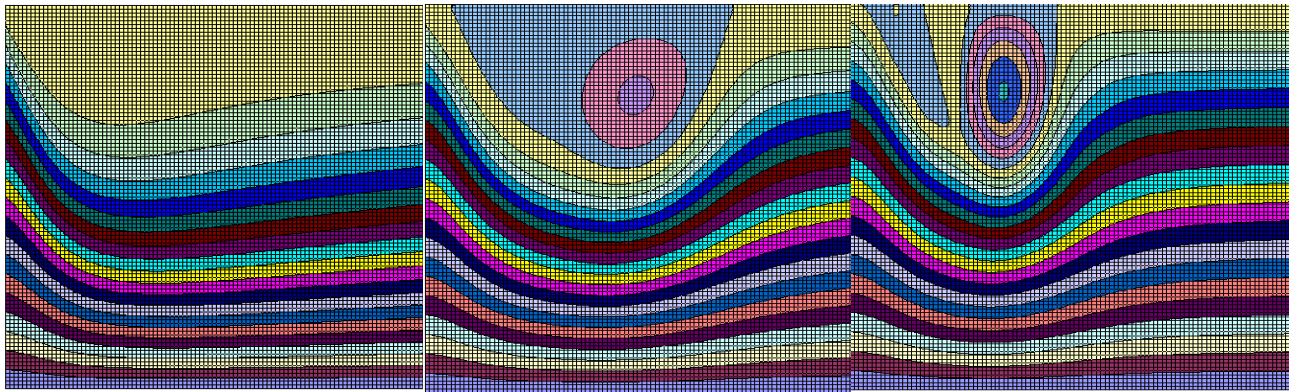
Марказдан қочма чанг туткичларда марказдан қочма куч туфайли чанг зарралари девор яқинида йиғилиб, сўнгра бункерга қараб йўналади. Учинчи параграфда чанг туткичнинг яна бир тури қаралиб, зарралар қурилманинг ўрта қисмида йиғилади (5-расм). Расмдан кўриниб турибдики, бу ҳолатда газ фазаси деворга қараб ҳаракатланади ва чанг зарралари ўзининг инерцияси туфайли оқим ўртасида қолади. Бундай стационар оқимни ифодалаш учун Навье-Стокс тенгламаси қўлланилган:



**5-расм.  $y=0$  ва  $y=f(x)$  чегарали каналдаги оқимнинг схематик кўриниши**

Киришда ( $x=0$  да) бир жинсли  $u_0$  тезлик майдони берилди. Чикишда ( $x=L$  да) тезликларнинг силлиқ ўтиши  $\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} = 0$  шартларидан фойдаланилди. Қаттиқ чегарада ёпишқоқлик туфайли суюқлик тезлиги нолга тенг деб олинди:  $V_z|_{y=0, y=f(x)} = 0$ ,  $V_r|_{y=0, y=f(x)} = 0$ .

Бу ерда соҳани регуляр тўртбурчак шаклга олиб келиш учун янги эркин ўзгарувчиларга ўтилди. Тенгламалар системаси (10) ни сонли ечишда Мак-Кормакнинг икки босқичли схемаси қўлланилди.



**а** **б** **в**  
**6-расм. Рейнольдс сони 20 (а), 200 (б) ва 2000 (в) га тенг бўлганда оқим чизиғи функциясининг  $(\xi; \eta)$  координаталардаги изолиниялари**

4-расмдан кўришиб турибдики, Рейнольдс сонининг қиймати ортиши билан уярма ҳосил бўлади. Уярма ҳисобидан турбулент оқим пайдо бўлади. Рейнольдс сонининг қиймати 2000 дан ошганда оқим муқаррар турбулент режимга ўтади. Бундай ҳолда турбулентликнинг таъсирини ҳисобга олиш керак бўлади.

Диссертациянинг учинчи “**Турбулент оқимларнинг математик ва сонли моделлари ва уларнинг татбиқи**” бобида айланма ҳаракатли турбулент оқимларга доир масалалар қаралган. Бундай масалаларни тавсифлаш учун Рейнольдс бўйича ўрталаштирилган Навье-Стокс тенгламасидан фойдаланилди.

Бобнинг биринчи параграфи сиқилмайдиган суюқликларнинг ўққа нисбатан симметрияга эга струясининг сокин муҳитда тарқалиш жараёнини модификациялаштирилган  $k - \varepsilon$  модели асосида тадқиқ этишга бағишланган. Тенгламалар системаси цилиндрик координаталарда қуйидагича олинган:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0, & V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial r} \right], \\ V_r \frac{\partial k}{\partial r} + V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G - \varepsilon, \\ V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{cases} \quad (11)$$

Тенгламалар системаси қуйидаги шартларда ечилади:

$z = 0$  ва  $r < R$  да:  $V_z = 1$ ,  $V_r = 0$ ,  $k = 0.19$ ,  $\varepsilon = 0.19$ ;  $r \rightarrow \infty$  да:

$V_z = V_r = k = \varepsilon = 0$ ;  $r = 0$  да:  $V_z = \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0$ ;

бу ерда  $G$  – тезликнинг  $V_z$  ва  $V_r$  ташкил этувчилари туфайли турбулентлик генерацияси;  $k$  – кинетик энергия диссипацияси;  $\varepsilon$  – диссипация тезлиги;  $V$ ,  $v_t$  – ламинар ва турбулентликнинг кинематик ёпишқоқлик коэффициентлари.

Масалани сонли ечиш учун янги  $\xi(z, r)$ ,  $\psi(z, r)$  координаталар киритилди:

$$\xi = z, \quad V_z = \frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_r = -\frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Янги ўзгарувчиларда (11) тенгламалар системаси куйидагича бўлади:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{r^2 V_z}{\psi} (v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial \psi} \right], & \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{r^2 V_z}{\psi} \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + \frac{G - \varepsilon}{V_z}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{r^2 V_z}{\psi} \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + \frac{c_1 f_1 \varepsilon G - c_2 f_2 \varepsilon^2}{V_z k}. \end{cases} \quad (12)$$

(12) тенгламалар системасини сонли ечиш учун ошкормас чекли айирмали схемадан ва куйиш усулидан фойдаланилди. Ўлчовсиз қадамлар  $\Delta \xi = 10^{-4}$ ,  $\Delta \psi = 10^{-2}$  деб олинди. Сонли натижаларда струянинг турли кесимларида бўйлама тезликнинг тарқалиши, ўқдаги тезликнинг оқим бўйлаб ўзгариши ва турбулент кучланишнинг турли кесимлардаги профиллари олинди.

Иккинчи параграфда ясси пластинани оқиб ўтиш масаласининг турбулентликнинг Спаларт-Аллмарас модели асосидаги сонли ечими берилди.

Сиқилмайдиган суюқликнинг ясси параллел стационар ҳаракати Навье-Стокс тенгламалари билан ифодаланди:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial y} = 0, & V_z \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial y} \right], \\ V_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + V_r \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = P_w - D_w + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) + C_{\varepsilon 2} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)^2 \right]. \end{cases} \quad (13)$$

Бу ерда  $V_z, V_r$  – бўйлама ва кўндаланг тезликлар;  $\tilde{v}$  – келтирилган турбулент ёпишқоқлик коэффициенти;  $P_w, D_w$  – турбулентликнинг генерацияси ва диссипацияси.

Ушбу масалани ечишда оқим чизиғи функцияси киритилиб, Мизес координаталарига ўтилди. Сонли натижалар натижасида олинган импульс йўқолиши қалинлигининг пластина ўлчовсиз узунлигига боғлиқ ўзгариши, пластина ишқаланиш коэффицентининг импульс йўқолиш қалинлигига боғлиқлиги ва ўлчовсиз бўйлама тезликнинг ихтиёрий кесимда чегаравий қатлам қалинлигидаги ўзгариши маълум тажриба маълумотларига яхши мос келади.

Учинчи параграфда марказдан қочма чанг туткидаги икки фазали айланма ҳаракатли турбулент оқим масаласи сонли ечилган. Бунда турбулентликнинг яхши ўрганилган  $k-\varepsilon$  модели ишлатилди. Чанг туткининг схематик кўриниши 3-расмда келтирилган.

Цилиндрик координаталар системасида тенгламалар куйидаги кўринишга эга:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0, \quad \rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\rho V_\varphi^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_r}{\partial r} \right), \\ \rho V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_r}{\partial r} \right), \\ \rho V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{\rho V_\varphi V_r}{r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \mu_s \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right) \right), \\ \rho V_r \frac{\partial k}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu_s}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G - \rho \varepsilon, \\ \rho V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Чегаравий шартлар 2.2-параграфдагига ўхшаб ёзилди.

(14) тенгламалар системасини ечишда қулай бўлгани учун оқим чизиғи функцияси  $\psi$  ҳамда оқим уюрмаси  $\zeta$  киритилган:

$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \zeta = \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial z}. \quad (15)$$

Босим чиқариб ташланганида (14) тенгламалар системасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + V_z \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{V_r \zeta}{r} + 2V_\varphi \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r(v + v_t) \zeta \right), \\ V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_\varphi V_r}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(v + v_t) \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{v + v_t}{r^2} V_\varphi, \\ V_r \frac{\partial k}{\partial r} + V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v + v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G - \rho \varepsilon, \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \zeta, \\ V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v + v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{array} \right. \quad (16)$$

Бундай тенгламалар системасининг стационар ечимини олиш учун барқарорлаштириш усулидан фойдаланилди. Ушбу усулнинг моҳияти шундан иборатки, тенгламалар ностационар ҳолда ёзиб олинади, сонли ечилади ва бу ечим вақт ўтиши билан стационар ечимга интилади.

Соҳани регуляр тўртбурчак шаклига олиб келиш мақсадида янги  $(\xi(z, r), \eta(z, r))$  координаталар киритилган:

$$\xi = \frac{z}{L}, \quad \eta = \frac{r}{f(z)}; \quad (17)$$

бу ерда  $z < 0$  да:  $f(z) = R$ ,  $0 < z < L$  да:  $f(z) = R - \frac{R-h}{L} z$ .

Янги ўзгарувчиларни (15) ва (16) тенгламалар системасига олиб бориб қўямиз ва ҳосил бўлган системани сонли ечамиз. Сонли усулнинг турғунлигини таъминлаш учун А.А. Самарскийнинг “оқимга қарши” схемаси ишлатилди ва диффузион ҳадлар марказий айирмалар билан аппроксимация қилинди. Оқим чизиғи функцияси учун олинган Пуассон тенгламаси ҳам марказий айирмалар билан аппроксимация қилинди ва сонли ечиш учун юқори релаксация итерацион усули қўлланилди.



Сонли тажриба ҳаво классификаторлари ичида кечадиган жараёнларни ўрганиш учун ўтказилди. Бунда қуйидаги параметрлардан фойдаланилди:

$$R_1 = 0.12 \text{ м}, R_2 = 0.2 \text{ м}, L = 3 \text{ м}, V_{0z} = 4.2 \text{ м/с}, V_{0r} = 0, rV_\varphi = 1.8 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}.$$

Натижалар ўлчовсиз бўйлама, кўндаланг, тангенциал тезликларнинг  $\xi = 0.5$  кесимда тарқалиши ва чанг зарраларининг траекториялари графиклари тарзида олинди.

Тўртинчи параграфда айланма ҳаракатли икки фазали турбулент оқимларни сонли ечиш учун алгоритм ишлаб чиқилди.

Чанг туткичларда чангнинг концентрацияси  $0.05 \text{ кг/м}^3$  га етиши мумкин.

Бу қиймат сиқилмайдиган ҳаво зичлигидан ( $1.29 \text{ кг/м}^3$ ) анча кичик. Шу сабабли кўплаб тадқиқот ишларида қаттиқ фазанинг ҳаво динамикасига таъсири эътиборсиз қолдирилади. Бироқ марказдан қочма куч таъсирида чанг зарралари тўпланадиган девор яқинида қаттиқ фазанинг концентрацияси катта қийматларга эришиши мумкин. Бундай ҳолларда қаттиқ фазанинг газ фазаси динамикасига таъсирини эътиборсиз қолдириб бўлмайди. Шунинг учун ушбу параграфда полидисперс қаттиқ заррачалар газ фазаси динамикасига таъсирини эътиборга олган ҳолда икки фазали муҳит қаралди:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_i) \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_z - \mathcal{G}_{iz}), \\ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_i) \frac{\partial V_r}{\partial r} \right] - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_r - \mathcal{G}_{ir}), \\ \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_\varphi V_r}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_i) \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right] - \frac{(v + v_i)}{r^2} V_\varphi - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}), \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial r \rho_i \mathcal{G}_{ir}}{r \partial r} + \frac{\partial \rho_i \mathcal{G}_{iz}}{\partial z} = \frac{\rho}{\rho + \rho_p} \frac{v + v_i}{S_c} \rho_p, \quad \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial z} = k_i (V_z - \mathcal{G}_{iz}), \\ \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial z} - \frac{v_i^2}{r} = k_i (V_r - \mathcal{G}_{ir}), \quad \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial z} + \frac{\mathcal{G}_{i\varphi} \mathcal{G}_{ir}}{r} = k_i (V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}), \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + V_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + V_r \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} = P_w - D_w + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right) + C_{\sigma 2} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right)^2 \right], \quad \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0. \end{array} \right. \quad (18)$$

Бу ерда  $\mathcal{G}_{iz}$ ,  $\mathcal{G}_{ir}$ ,  $\mathcal{G}_{i\varphi}$  –  $i$ -чанг фракцияси заррачалари тезлик векторининг ташкил этувчилари;  $p$  – босим;  $\rho$  – ҳаво зичлиги;  $v$  – ҳавонинг молекуляр кинематик ёпишқоқлиги;  $v_i$  – ҳаво оқимининг турбулент ёпишқоқлиги;  $\rho_i$  – чанг зарраларининг зичлиги;  $k_i$  –  $i$ -фракция ва ҳаво ўртасидаги ўзаро импульс алмашиш коэффициенти;  $D$  – қаттиқ фазанинг диффузия коэффициенти;  $S_c = 0.8$  – Шмидт сони.

Қаттиқ деворларда тезликларни нолга тенглаб оламиз;

$$z = 0 \quad \text{ва} \quad 0 < r < R_1 \quad \text{да:} \quad V_r = V_r(r), \quad V_z = V_z(r), \quad V_\varphi = V_\varphi(r); \quad \mathcal{G}_{iz} = V_z(r), \\ \mathcal{G}_{ir} = V_r(r), \quad \mathcal{G}_{i\varphi} = V_\varphi(r); \quad z = 0 \quad \text{ва} \quad R_1 < r < R_2 \quad \text{да:} \quad \mathcal{G}_{ir} = \mathcal{G}_{i\varphi} = V_r = V_\varphi = 0,$$

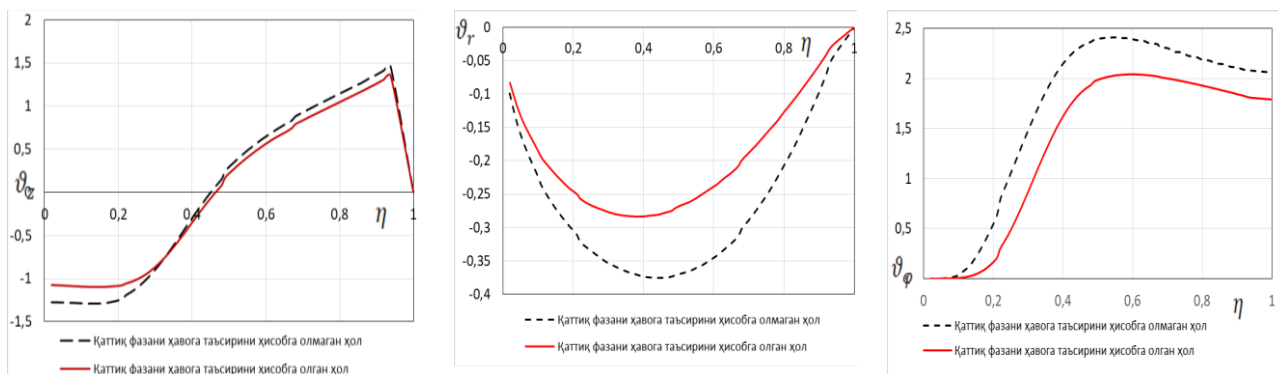
$$\frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial r} = \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0; \quad z = L \quad \text{да:} \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{ir}}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{iz}}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial r^2} = 0.$$

Фазалар орасидаги ўзаро таъсирлашув коэффициенти Стокс формуласи орқали аниқланган:  $k_i = \frac{18\rho\nu}{\rho^0 \delta_i^2}$ . Юқорида таъкидлаб ўтилганидек, Лагранж

ёндашуви заррачалар траекториясини ҳисоблаш учун қулайдир. Бунинг учун (18) системадаги 6-8- тенгламаларни қуйидаги шаклда ёзамиз:

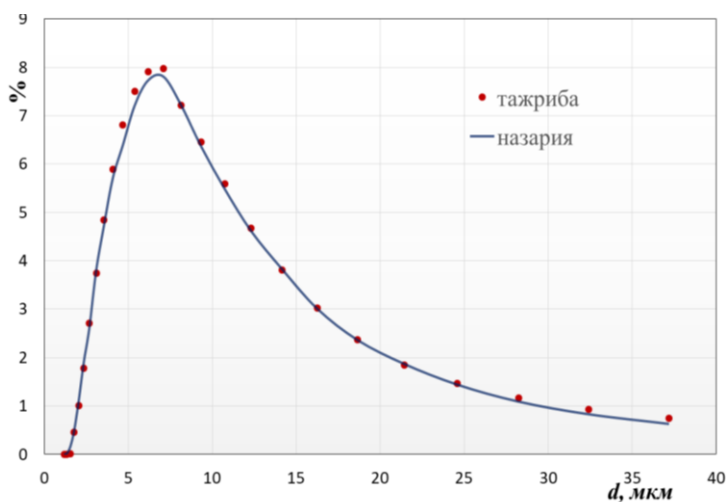
$$\frac{d\mathcal{G}_{ir}}{dt} - \frac{\mathcal{G}_{i\varphi}^2}{r} = k_i(V_r - \mathcal{G}_{ir}), \quad \frac{d\mathcal{G}_{iz}}{dt} = k_i(V_z - \mathcal{G}_{iz}), \quad \frac{d\mathcal{G}_{i\varphi}}{dt} + \frac{\mathcal{G}_{i\varphi}\mathcal{G}_{ir}}{r} = k_i(V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}). \quad (19)$$

Олдинги параграфдагидек, оқим чизиғи функцияси  $\psi$  ва оқим уюрмаси  $\zeta$  киритамиз ва масалани сонли ечамиз.



**7-расм.  $\xi = 0.5$  кесимда ҳаво оқимининг аксиал, радиал ва тангенциал тезликларининг профиллари**

Кукуннинг дисперсион таҳлили Малверн лазер фирмасининг лазерли анализатори ёрдамида ўтказилди. Сонли ҳисоблаш натижаларини тажриба маълумотлар билан таққослаш учун, марказдан қочма чанг туткич томонидан тўпланган чанг тўқима материалли филтърда тутиб қолинган чанг таркибининг таҳлили ўтказилди. 8-расмда анализ натижалари нуқталар, сонли ҳисоблаш натижалари эса узлуксиз чизиклар билан берилган ва тўқима материалли филтърдаги чангнинг таркиби кўрсатилган. Ушбу расмдан кўриниб турибдики, сонли натижалар ва дисперсион таҳлил маълумотлари билан устма-уст тушади.



**8-расм. Тўқима материалли филтёрдаги чанг таркибининг дисперсион таркиби**

## ХУЛОСА

«Айланма ҳаракатли оқимларнинг математик моделлари ва уларни сонли ечиш» мавзусидаги диссертация иши бўйича олиб борилган тадқиқотлар натижалари асосида қуйидаги хулосалар тақдим этилди:

1. Айланма ҳаракатли турбулент оқимда қаттиқ зарралар таъсир қилувчи кучлар таҳлил этилди. Ушбу таҳлил натижасида оқимдаги қаттиқ зарралар динамикасига гравитация, магнит, турбулент, электромагнит кучлар ва шунингдек, Сефмен, Магнус, Рахматулин кучларнинг таъсири кичиклиги кўрсатилди. Шу туфайли математик моделларни қуришда фақатгина марказдан қочма ва фазалараро таъсирлашув кучлари ҳисобга олинди.

2. Пахтани терим жараёнида майда чанг зарраларидан тозалаш учун вентилятор ва бункер орасига ўрнатиладиган қурилма таклиф этилди. Бу қурилма учун математик модель тузилди ва мос масала сонли ечилди. Натижада пахтани машинада териш жараёнида майда чанг зарраларидан қисман тозалаш мумкин эканлиги кўрсатилди.

3. Қаттиқ фаза сарфининг кичик қиймати ҳолларида газли муҳит динамикасини моделлаштириш учун гидродинамика тенгламаларини қўллаш мумкинлиги намоён этилди. Қаттиқ фаза динамикасини моделлаштиришда қаттиқ зарраларга ҳаво оқими таъсирини ва марказдан қочма кучни эътиборга олган ҳолда Лагранж ёндашуви самарали эканлиги кўрсатилди.

4. Ёпишқоқ сиқилмайдиган суюқликнинг ясси ва эгри сирт билан чегараланган соҳадаги ҳаракати масаласи Навье-Стокс тенгламалари асосида ва Мак-Кормакнинг придектор-корректор усулини қўллаб сонли ечилди. Рейнольдс сонининг катта қийматларида оқимда турбулентликка олиб келадиган узилиш пайдо бўлиши исботланди.

5. Ясси пластинани оқиб ўтиш ва ўққа нисбатан симметрик струя масалаларини сонли ечишда Мизес алмаштиришларига ўтилди, ошқормас чекли айирмалар схемаси ва турбулентликнинг замонавий моделларидан фойдаланилди. Ушбу моделларнинг адекватлиги кўрсатилди.

6. Марказдан қочма чанг туткидаги турбулент ҳаракат тенгламаларини сонли ечиш учун оқим функцияси ва циркуляция киритилди ва А.А. Самарскийнинг “оқимга қарши” схемасидан фойдаланилди. Улар

асосида ишлаб чиқилган дастурий восита чанг туткичнинг самарадорлигини аниқлашда фойдаланилди.

7. Яратилган дастурий таъминот полидисперс чангларни тутиб қолиш масаласига татбиқ этилиши мумкинлиги тасдиқланди. Сонли натижа Малверн лазер фирмасининг лазерли анализатори ёрдамида аниқланган қаттиқ зарралар дисперсион таркибига мос келади.

8. Яратилган ЭХМ дастури Олмалик тоғ металлургия комбинатида Рух заводида майда рух кукунини ажратиб олиш жараёнига муваффақиятли татбиқ этилди. Илмий тадқиқот натижасида чанг туткичнинг фойдали иш коэффиценти 50-70% гача оширилди ва натижада сифати чет эл кукунидан қолишмайдиган, ўлчами 7 мкмдан кичик бўлмаган рух кукуни ишлаб чиқилди.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.T/FM.61.01 ПО  
ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ  
МЕХАНИКИ И СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ**

---

**ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ И СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ**

**НАЗАРОВ ФАРРУХ ХОЛИЁРОВИЧ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВРАЩАЮЩИХСЯ  
ПОТОКОВ И ИХ ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ**

01.02.05 – Механика жидкости и газа

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)  
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Ташкент – 2020**

**Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № В.2020.2.PhD/FM236**

Диссертация выполнена в Институте механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице научного совета ([www.instmech.uz](http://www.instmech.uz)) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz)).

<b>Научный руководитель:</b>	<b>Маликов Зафар Маматкулович</b> доктор технических наук
<b>Официальные оппоненты:</b>	<b>Худайкулов Совет Ишонкулович</b> доктор технических наук, профессор <b>Зокиров Аскар Халилович</b> кандидат физико-математических наук, доцент
<b>Ведущая организация:</b>	<b>Самаркандский государственный университет</b>

Защита диссертации состоится «5» августа 2020 г. в 11<sup>00</sup> часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.T/FM.61.01 при Институте механики и сейсмостойкости сооружений. (Адрес: 100125, г. Ташкент, ул. Дурмон йули, 33, зал заседаний-1. Тел.(99871) 262-71-52; факс: (99871) 262-71-32, e-mail: [instmech@academy.uz](mailto:instmech@academy.uz)).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института механики и сейсмостойкости сооружений (зарегистрирована за № 1). (Адрес: 100125, г. Ташкент, ул. Дурмон йули, 33. Тел.(99871) 262-71-52).

Автореферат диссертации разослан «13» июля 2020 года.  
(реестр Протокола рассылки № 1 от «13» июля 2020 года.)



**М.М. Мирсаидов**  
Председатель Научного совета по  
присуждению ученых степеней,  
д.т.н., профессор, академик АН Руз

**М.К. Усаров**  
Ученый секретарь Научного совета  
по присуждению ученых степеней,  
д.ф.-м.н., с.н.с.

**И.К. Хужаев**  
Председатель Научного семинара при  
Научном совете по присуждению  
ученых степеней, д.т.н., с.н.с.

## **ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))**

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** Закрученные потоки жидкости и газа на мировом уровне широко используются в различных технологических процессах. С помощью вращающихся потоков проводится обогащение урана, удерживается пыль в пылеуловителях, разделяются различные материалы в сепараторах, стабилизируется процесс горения в двигателях внутреннего сгорания и так далее. Кроме того, вращательное движение потока можно наблюдать в природных явлениях, как ураганы в атмосфере, водовороты в реках, а также в следе летательных аппаратах, судовых винтов и ветряных генераторов. Во всех этих процессах наблюдается турбулентность потоков. Поэтому разработка эффективных математических моделей турбулентности для закрученных потоков и вычислительных алгоритмов являются актуальными проблемами в гидромеханике. Потому, что они позволяют изучить физические процессы, а также найти оптимальные параметры различных технологических устройств, где используются закрученные потоки.

В настоящее время в мире разрабатываются различные математические модели, описывающие вращательное движение сред, также расширяется круг их применения для решения различных прикладных задач. Вращение потока вызывает сильную анизотропную турбулентность. Математически эта проблема очень сложна и до сих пор не создана универсальная математическая модель для вращающегося турбулентного потока. Эта проблема еще больше усложняется при изучении многофазного турбулентного потока. В связи с этим необходимо разработать улучшенные математические модели, эффективные вычислительные алгоритмы и программы расчета для закрученных турбулентных течений многофазных сред.

В Узбекистане большое внимание уделяется к локализации средств производства и приоизводства различных материалов. В частности, разрабатываются и внедряются в объектах производства эффективные конструкции центробежных пылеуловителей, работающих в условиях разного расхода и сред с различным дисперсионным составом. Вместе с этим, в Стратегии действий по развитию Республики Узбекистан в 2017-2021 годы отмечены задача: «...техническое и технологическое обновление производства, ...дальнейшая модернизация и диверсификация промышленности путем перевода ее на качественно новый уровень, направленные на опережающее развитие высокотехнологичных обрабатывающих отраслей, прежде всего по производству готовой продукции с высокой добавленной стоимостью на базе глубокой переработки местных сырьевых ресурсов;... последовательное внедрение современных экономичных и эффективных технологий;... ». Для реализации этих задач

особую роль играют моделирование вращающихся потоков и создание пакетов программ для расчета.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных в Указе Президента Республики Узбекистан №-УП-4947 «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республика Узбекистана» от 7 февраля 2017 года, Постановлениях Президента Республики Узбекистана №-ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года и № ПП-2789 «Совершенствование системы государственного управления в сфере экологии и охраны окружающей среды от 3 октября 2018 и в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республики Узбекистана IV. «Математика, механика и информатика».

**Степень изученности проблемы.** Динамика и перенос массы во вращающихся многофазных и многокомпонентных средах были исследованы многими специалистами на основе законов аэро- и гидродинамики. Научные работы по разработке и усовершенствованию методов математического моделирования и вычислительных процессов по закрученным потокам ведутся в многочисленных научных центрах мира, в частности в NASA, Университете Стэнфорд (США), Санкт-Петербургском Государственном техническом университете, Центральном аэрогидродинамическом институте (РФ), Китайском центре исследований и разработок в области аэродинамики (Китай), Центре исследований воздушных систем (Япония), Кембриджском университете (Великобритания), Институте вычислительной аэродинамики (Канада).

В настоящее время математическое моделирование процессов в закрученных турбулентных потоках, разработка эффективных методов и алгоритмов их численного решения являются приоритетными научными направлениями современной аэрогидродинамики.

Х.А. Рахматуллин открыл дополнительную силу при изменении концентраций фаз и на основе этого усовершенствовал классическую модель многофазных потоков (1956). Классическую математическую модель многофазного потока можно встретить в научных работах Р. Бусройда (1975) и А. Фортъе (1971). В Вычислительном Центре РАН О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов для исследования сложных аэродинамических потоках разработали эффективные численные методы и провели обширные вычислительные эксперименты (1973). В своем исследовании Р.И. Нигматулин учел взаимодействие частиц твердой и жидкой фаз (1987). В научных работах В.В.Новомлинского, М.П. Стронгинса одно- и двухфазные турбулентные потоки, циркулирующие в цилиндрическом канале, были численно исследованы с помощью модели k-ε (1988). Спаларт П.Р. и Аллмарас С.Р. (1992), Шур М.Л. (1997), Менгер Ф.Р. (1994), Вилкокс Д.С.



(2006) и Секундов А. (1995) разработали улучшенные модели турбулентности.

В разработке теории многофазного течения в Узбекистане имеют большую заслугу Дж.Ф. Файзуллаев А.И. Умаров, К.Ш. Латипов, И.Н. Хусанов, А.А. Хамидов, А.А. Шакиров, З.М. Маликов, О.М. Арифжанов, А.М. Фатхуллаев и другие. Анализ показывает, что необходимо разработать улучшенные математические модели и численные методы решения для турбулентных многофазных закрученных потоков.

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ учреждения, где выполнена диссертация.** Диссертационная работа выполнена в рамках научного гранта Ф.13-12 «Перенос тепла и взвешенных частиц в турбулентном потоке» (2012-2014), а также хоздоговоров №14/2012 от 15.07.2012 г. «Испытание и внедрение инертных воздухоочистителей на транспортных средствах Навоийского горно-металлургического комбината» и №02-1466 от 23.04.2013г «Испытание воздухоочистителей грузовых автомашинах, и разработка конструкторских документаций».

**Цель исследования** – методика разработка математических моделей многофазных турбулентных течений и изучение на их основе физических характеристик центробежного пылеуловителя цикланного типа.

**Задачи исследования:**

на основе обзора литературы провести сравнительную оценку силовых факторов в движении двухфазной среды;

математическое моделирование и численное исследование двухфазного потока в пневмотранспорте хлопкоуборочной машины;

исследование течения несжимаемой вязкой жидкости в трубках с криволинейной стенкой по уравнениям Навье-Стокса;

численное решение задач о затопленной осесимметричной струи и обтекания плоской пластины несжимаемой вязкой жидкостью на основе различных моделей турбулентности;

численное моделирование двухфазного закрученного турбулентного потока и определение эффективности центробежного пылеуловителя.

**Объект исследования** турбулентность в закрученных двухфазных потоках.

**Предметом исследования** является математические модели турбулентности в закрученных двухфазных потоках.

**Методика исследования.** В исследовании использовались методы моделирования ламинарного, турбулентного многофазного и многокомпонентного потоков и методы численного решения систем нелинейных уравнений в частных производных.

**Научная новизна исследования** состоит в следующем:

разработаны математические модели процессов в пылеуловителе на основе уравнений Эйлера и Навье-Стокса;

получено численное решение для турбулентных течений, основанное на уравнениях Навье-Стокса с учетом взаимодействия воздуха и твердой фазы внутри пылеуловителя;

на основе моделей турбулентности Спаларта-Аллмараса и k-ε решены задачи об обтекании турбулентным потоком плоской пластины и истечении струи в затопленное пространство;

получено численное решение турбулентного двухфазного закрученного турбулентного потока, которое соответствует с результатами стендового эксперимента и использовано при определении оптимальных размеров центробежного пылеуловителя.

#### **Практические результаты исследования:**

предложено устройство очистки хлопка-сырца от пыли и грязи во время машинной его сборки и разработаны его аэродинамические особенности;

разработан пакет программ для изучения двухфазных турбулентных потоков, позволяющий определить показатели центробежного пылеуловителя.

**Достоверность результатов исследования** достоверность полученных результатов исследования основаны на корректной постановке задач аэродинамики, использованием известных методов и алгоритмов численного решения гидродинамических уравнений и сопоставлением полученных численных результатов с экспериментальными данными.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость результатов исследования заключается в том, что впервые при моделировании закрученного двухфазного турбулентного потока использованы современные модели турбулентности, которые позволили адекватно освещать процессы, происходящих в пылеуловителях.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанная модель применена в практике проектирования эффективного пылеуловителя.

**Внедрение результатов исследования.** На основании научных результатов, полученных в результате численных исследований усовершенствованных моделей процессов в центробежном пылеуловителе:

алгоритм и программное обеспечение для численного решения турбулентных течений в пылеуловителе были применены к производственному процессу на цинковом заводе Алмалыкского горно-металлургического комбината (Справка АС-01440 от 21 февраля 2020 г. ОАО «Алмалыкский горно-металлургический комбинат») для отделения мелкодисперсного цинкового порошка. Применение научного результата позволило разделить порошок цинка на две фракции, размером больше и меньше 7 мкм;

разработана математическая модель, алгоритм численного решения и программное обеспечение для отделения порошка цинка на цинковом заводе Алмалыкского горно-металлургического комбината (Справка АС-01440 от 21 февраля 2020 г. ОАО «Алмалыкский горно-металлургический комбинат»). Применение научного результата позволило повысить эффективность

пылеуловителя на 50-70% и получить продукт, не уступающий качеству цинкового порошка, производимого за рубежом.

**Апробация работы.** Результаты диссертаций обсуждены на 2 международных и 6 республиканских конференциях.

**Опубликованность результатов.** По теме диссертационного исследования опубликованы 21 научные работы, в том числе 10 статей в научных журналах, рекомендованных ВАК РУз для публикации основных научных результатов докторских диссертаций: 8 в республиканских и 2 в зарубежных журналах, включенных в список база Scopus. Получены 3 свидетельства о регистрации программам продуктов для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников и приложений. Объем диссертации составляет 108 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обоснована актуальность и востребованность темы диссертации в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, обоснована достоверность полученных результатов, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, приведены перечень внедрений результатов исследования в практику, сведения об опубликованных работах и структура диссертации.

Первая глава диссертации называется **«Анализ сил, действующих на твердые частицы в турбулентном закрученном потоке»**.

В первом параграфе проводится анализ сил, действующих на твердую частицу аэрозоли, возникающих в закрученном турбулентном потоке. Дается оценка величин этих сил.

Во втором параграфе обсуждаются основные характеристики и свойства турбулентности.

В третьем параграфе обсуждены преимущества и недостатки существующих математических моделей для изучения турбулентного потока.

Исходя из результатов анализа литературы, проблем, существующих в отраслях науки и производства, сформулированы цель и задачи диссертационной работы.

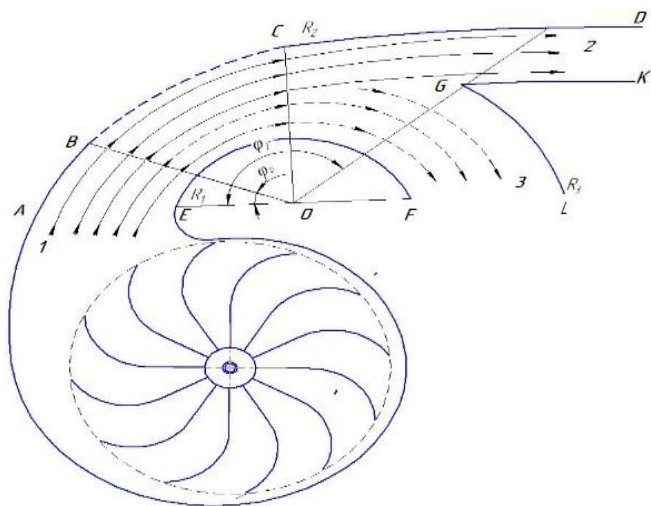
Вторая глава диссертации называется **«Моделирование и численное исследование потоков циркулирующего движения с привлечением уравнений Эйлера и Навье-Стокса»**.

В первом параграфе движение в пневмотранспорте хлопоуборочной машины моделируется как двухфазный поток (рис. 1). В реальных условиях массовое содержание воздуха в заданном объеме намного больше, чем масса хлопка. Это позволяет влиянием второй фазы на динамику газовой фазы пренебречь. Поэтому для моделирования воздушного потока использована

система уравнений Эйлера, а для второй фазы (дольки хлопка-сырца, пыль) использована подход Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{\partial r V_r}{r \partial r} + \frac{\partial V_\varphi}{r \partial \varphi} = 0, & V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \\ V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi V_r}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0, & V_{pr} \frac{\partial V_{pr}}{\partial r} + \frac{V_{p\varphi}}{r} \frac{\partial V_{pr}}{\partial \varphi} - \frac{V_{p\varphi}^2}{r} = k(V_r - V_{pr}), \\ V_{pr} \frac{\partial V_{p\varphi}}{\partial r} + \frac{V_{p\varphi}}{r} \frac{\partial V_{p\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{V_{p\varphi} V_{pr}}{r} = k(V_\varphi - V_{p\varphi}). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $V_r, V_\varphi$  – составляющие вектора скорости воздуха по полярным координатам  $r$  и  $\varphi$ ;  $V_{pr}, V_{p\varphi}$  – скорости волокна и пыли по координатам  $r$  и  $\varphi$ ;  $k$  – коэффициент взаимодействия воздуха и твердых включений;  $p$  – гидростатическое давление.



**Рис. 1. Устройство, установленное между бункером и вентилятором хлопкоуборочного аппарата**

Сформулированы следующие граничные условия: при  $\varphi_0 = 0$  и  $R_1 < r < R_2$ :  $V_r = 0, V_\varphi = 1, V_{pr} = 0, V_{p\varphi} = 1$ ; на твердой стене:  $V_n = 0, \frac{\partial V_\tau}{\partial n} = 0$ ; на отрезках DK и FL:  $\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \varphi_0^2} = 0$ . Здесь  $V_n, V_\tau$  – нормальная и касательная скорости.

Первые три уравнения в системе (1) относятся к движению воздуха, которые представляют законов сохранения массы и импульса, две последние – уравнения закон сохранения импульса второй фазы.

Согласно второму и третьему уравнениям, сила, движущая воздух, представляет собой градиент давления, а согласно последним двум уравнениям движущая сила второй фазы - это сила взаимодействия между двумя фазами. Коэффициент сил межфазных взаимодействий определялся по формуле Стокса.

Для решения системы уравнений (1) предполагали, что воздушный поток является потенциальным течением:

$$\frac{\partial r V_\varphi}{r \partial r} - \frac{\partial V_r}{r \partial \varphi} = 0. \quad (2)$$

Введен функцию тока  $\psi$

$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad V_\varphi = \frac{\partial \psi}{\partial r}. \quad (3)$$

При этом соотношения (3) однозначно удовлетворяют уравнению неразрывности, а вторые и третьи уравнения системы (1), заменяются уравнением

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (4)$$

Из решения (4) по (3) можно найти скорости воздуха. Найденные скорости потока воздуха используются для нахождения траектории второй фазы. Для этого два последних уравнения системы уравнений (1) записаны в виде:

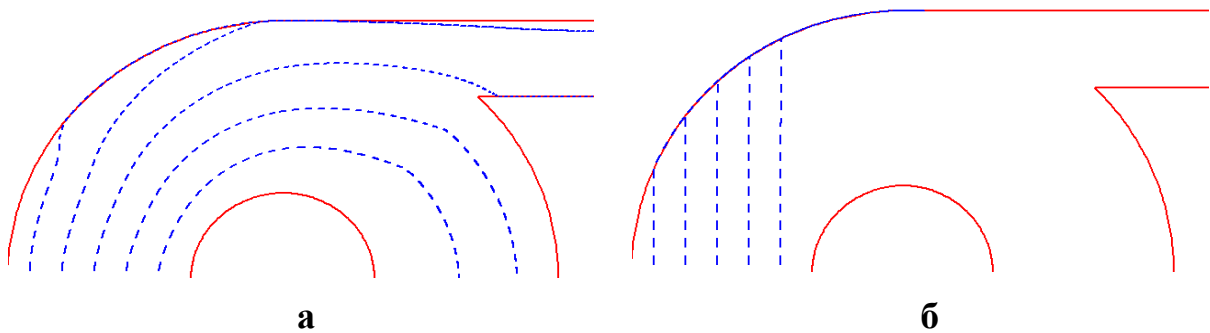
$$\frac{dV_{pr}}{dt} = \frac{V_{p\varphi}^2}{r} + k(V_r - V_{pr}), \quad \frac{dV_{p\varphi}}{dt} = -\frac{V_{p\varphi} V_{pr}}{r} + k(V_\varphi - V_{p\varphi}). \quad (5)$$

Для приведения расчетной области к прямоугольной форме производился переход от координат  $(r, \varphi)$  к переменным  $(\xi, \eta)$ :  $\xi = \varphi$ ,  $\eta = \frac{r - R_1}{R(\varphi) - R_1}$ , где  $R(\varphi)$  – внешний предел потока по направлению  $r$ .

При переходе к новым переменным из уравнения (4) получено следующее уравнение для воздушного потока:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left( r^2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \left( r \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) аппроксимировали со вторым порядком точности и решали методом итерации. Для интегрирования уравнений (5) использовали метод Эйлера с пересчетом, который также имеет второй порядок точности. Коэффициенты силы взаимодействия  $k$  определяли в зависимости от характерных размеров долек хлопка-сырца.



**Рис. 2. Траектории частиц пыли (а) и долек хлопка-сырца (б)**

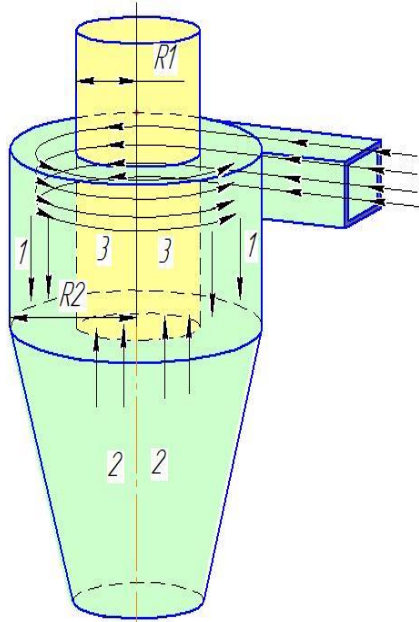
Численные результаты (рис. 2) показали возможность предварительной частичной очистки хлопка-сырца в процессе его машинного сбора.

Во втором параграфе разработаны математическая модель процесса разделения мелких частиц в статических воздушных классификаторах (рис. 3) и численный алгоритм для решения уравнений модели в целях определения оптимальных параметров конструкции.

Т.к. воздушный поток симметричен относительно оси симметрии, использована представление уравнений Эйлера в цилиндрических координатах:

$$\begin{cases} \frac{\partial(rV_z)}{\partial z} + \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} = 0, & \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, & \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

В этом системе уравнений  $p, \rho, V_z, V_r, V_\varphi$  – давления, плотность газа и компоненты скорости потока.



**Рис. 3. Принципиальная схема центробежного пылеуловителя**

На твердой стене скорости равны нулю; при  $z=0$  и  $0 < r < R_1$ :  $V_r = V_r(r), V_z = V_z(r), V_\varphi = V_\varphi(r)$ ; при  $z=0$  и  $R_1 < r < R_2$ :  $V_r = V_\varphi = 0, \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$ ; при  $z=L$ :  $\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} = 0, \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} = 0, \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} = 0$ .

Для удобства введем функцию тока  $\psi$ , поток вихря  $\zeta$  и поток циркуляции  $\Gamma$ . Эти переменные связаны с компонентами скорости потока:

$$V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \zeta = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}, \quad \Gamma = rV_\varphi.$$

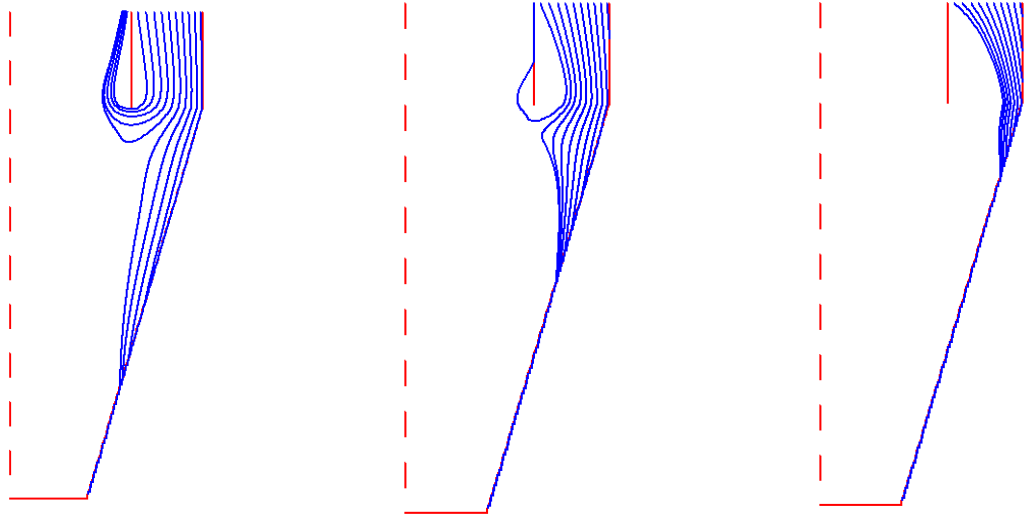
Исключая давление из системы (8), будем иметь следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\zeta, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial V_r \zeta}{\partial z} + \frac{\partial V_z \zeta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\Gamma^2}{r^3}, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + V_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} + V_r \frac{\partial \Gamma}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

Движение частиц описывается уравнениями:

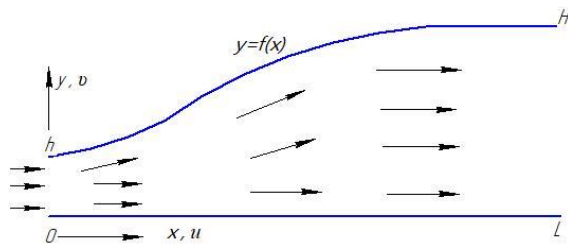
$$m_p \frac{DV_{pz}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_z - V_{pz}), \quad m_p \frac{DV_{pr}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_r - V_{pr}) + \frac{m_p V_{p\varphi}^2}{r}, \quad m_p \frac{DV_{p\varphi}}{Dt} = 3\pi\mu\delta(V_\varphi - V_{p\varphi}).$$

Для численного решения задачи, как и в предыдущем параграфе, расчетное поле было преобразовано в правильный прямоугольник, для чего произведена замена переменных. Для расчета скоростей и траекторий пылевых частиц использован подход Лагранжа. На рис. 4 продемонстрированы численные результаты.



**Рис. 4. Траектории частиц пыли диаметрами 3, 6 ва 10 мкм**

В центробежных пылеуловителях, за счет действия центробежной силы, пыль концентрируется около стенок, откуда они направляются в пылесборник. В третьем параграфе главы рассматривается еще один тип пылеуловителя, где частицы скапливаются в осевой части оборудования (рис. 5). Из рисунка видно, что газовая фаза в этом случае движется к стенке, а частицы пыли в силу своей инерции будут оставаться около центра потока. Для описания такого стационарного течения использовались уравнения Навье-Стокса :



$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial x} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial y^2} \right). \end{cases}$$

**Рис. 5. Схематический вид потока в канале с границами  $y = 0$  и  $y = f(x)$ .**

(10)

На входе (при  $x=0$ ) задано однородной поле скоростей  $u_0$ . На выходе при  $x=L$  использовались условия для гладкого прохождения скорости потока  $\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} = 0$ . Из-за вязкости на твердой границе скорость жидкости принималась равной нулю:  $V_z|_{y=0, y=f(x)} = 0$ ,  $V_r|_{y=0, y=f(x)} = 0$ .

Здесь также произведена замена независимых переменных чтобы привести поле в регулярную прямоугольную форму. Для численного решения системы уравнений (10) была применена двухступенчатая схема Мак-Кормака.

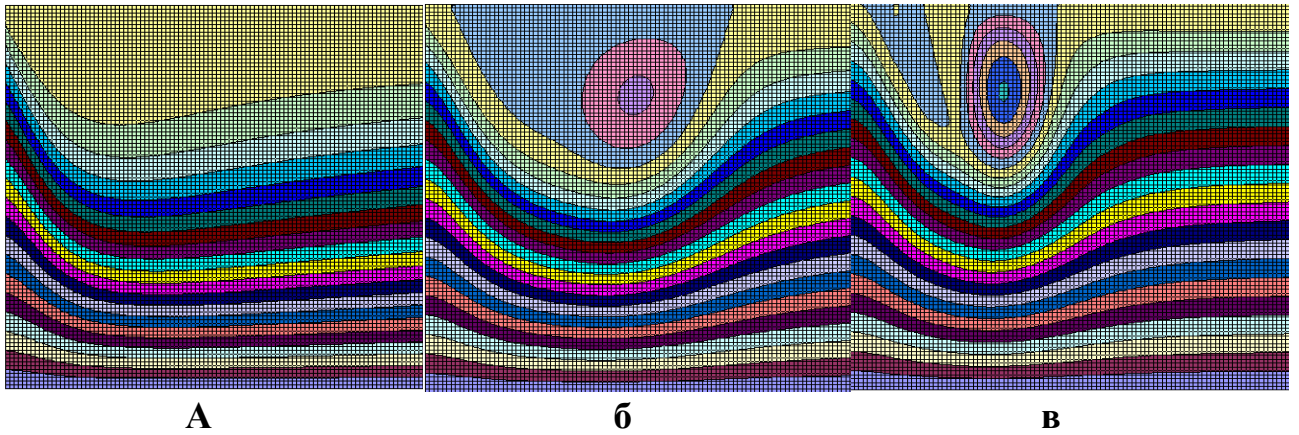


Рис. 6. Изолинии функции потока  $(\xi; \eta)$  при значениях числа Рейнольдса 20 (а), 200 (б) и 2000 (в).

Как видно из рис. 4, при увеличении значения числа Рейнольдса формируется вихрь. Турбулентный поток вызван за счет вихря. Когда число Рейнольдса превышает 2000, поток неизбежно перейдет в турбулентный режим. В этом случае необходимо учитывать влияние турбулентности.

В третьей главе диссертации «**Математические и численные модели турбулентных течений и их применение**» приведены задачи по закрученному турбулентному потоку. Для описания таких задач были использованы уравнения Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу.

Первый параграф этой главы посвящен изучению затопленной несжимаемой струи на основе модифицированной модели k-ε. Система уравнений в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0, & V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial r} \right], \\ V_r \frac{\partial k}{\partial r} + V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G - \varepsilon, \\ V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{cases} \quad (11)$$

Система уравнений (11) решалась при следующих условиях:

$z = 0$  и  $r < R$  при:  $V_z = 1$ ,  $V_r = 0$ ,  $k = 0.19$ ,  $\varepsilon = 0.19$ ;  $r \rightarrow \infty$  при:

$$V_z = V_r = k = \varepsilon = 0; \quad r = 0 \text{ при: } V_z = \frac{\partial V_z}{\partial r} = \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0;$$

где  $G$  – генерация за счет составляющих скорости  $V_z, V_r$ ;  $k$  – диссипация кинетической энергии;  $\varepsilon$  – скорость диссипация;  $V, V_t$  – коэффициенты кинематической ламинарной и турбулентной вязкости.

Для численного решения задачи введены новые  $\xi(z, r), \psi(z, r)$  координаты:

$$\xi = z, \quad V_z = \frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_r = -\frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

В новых переменных система уравнений (11) приводится к виду:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \frac{r^2 V_z}{\psi} (v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial \psi} \right], \quad \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{r^2 V_z}{\psi} \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + \frac{G - \varepsilon}{V_z}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{r^2 V_z}{\psi} \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + \frac{c_1 f_1 \varepsilon G - c_2 f_2 \varepsilon^2}{V_z k}. \end{array} \right. \quad (12)$$

Для численного решения системы уравнений (12) использовали неявный метод конечных разностей и метод прогонки. Интегрирование проводилось шагами  $\Delta \xi = 10^{-4}$ ,  $\Delta \psi = 10^{-2}$ . Численные результаты позволили получить изменение скорости вдоль оси потока и распределения продольных скоростей и турбулентных напряжений на разных участках струи.

Во втором параграфе предложено численное решение задачи об обтекании пластины на основе модели турбулентности Спаларта-Аллмараса.

Плоское стационарное движение несжимаемой жидкости описан уравнениями Навье-Стокса:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial y} = 0, \quad V_z \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial y} \right], \\ V_z \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x} + V_r \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} = P_w - D_w + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( (v + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} \right) + C_{\sigma 2} \left( \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial y} \right)^2 \right]. \end{array} \right. \quad (13)$$

Здесь  $V_z$ ,  $V_r$  – продольная и поперечная скорости;  $\tilde{\nu}$  – приведенный коэффициент турбулентной вязкости;  $P_w$ ,  $D_w$  – генерация и диссипация турбулентности.

При решении этой задачи была введена функция линии тока и осуществлен переход к координатам Мизеса. Численные результаты по изменению толщины импульса в зависимости от безразмерной длины пластины, по коэффициенту трения пластины в зависимости от толщины потери импульса и по изменению продольной скорости по толщине пограничного слоя в поперечном сечении показали хорошее согласие с известными экспериментальными данными.

В третьем параграфе проводится численное решение закрученного двухфазного турбулентного потока в центробежном пылеуловителе. Для этой цели использована хорошо изученная k-ε модель турбулентности. Схематическое изображение пылеуловителя показано на рис. 3.

В цилиндрической системе координат уравнения имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0, \quad \rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\rho V_\varphi^2}{r} + \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_r}{\partial r} \right), \\ \rho V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_s \frac{\partial V_r}{\partial r} \right), \\ \rho V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{\rho V_\varphi V_r}{r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \mu_s \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right) \right), \\ \rho V_r \frac{\partial k}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu_s}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G - \rho \varepsilon, \\ \rho V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \rho V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Граничные условия были написаны как в параграфе 2.2.

Для решения системы уравнений (14) введен функция тока  $\psi$  и вихрь потока  $\zeta$  :

$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad V_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \zeta = \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial z}. \quad (15)$$

Исключив давление, систему уравнений (14) можно записать в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \zeta, \quad V_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + V_z \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{V_r \zeta}{r} + 2V_\varphi \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r(v + v_t) \zeta \right), \\ V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_\varphi V_r}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(v + v_t) \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right) - \frac{v + v_t}{r^2} V_\varphi, \\ V_r \frac{\partial k}{\partial r} + V_z \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v + v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G - \rho \varepsilon, \\ V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{v + v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{array} \right. \quad (16)$$

Чтобы получить стационарное решение этой системы уравнений используется метод установления. Суть метода заключается в том, что решаются нестационарные уравнения, которые при больших значениях времени асимптотически выходят к стационарному решению.

Чтобы преобразовать область в регулярном прямоугольном виде введен новые координаты  $(\xi(z, r), \eta(z, r))$ :

$$\xi = \frac{z}{L}, \quad \eta = \frac{r}{f(z)}; \quad (17)$$

где при  $z < 0$  :  $f(z) = R$ , при  $0 < z < L$  :  $f(z) = R - \frac{R-h}{L} z$ .

Представленные в новых координатах уравнения (16) решены численно. Для обеспечения устойчивости вычислительного процесса использовалась схема «против потока» А.А. Самарского, а диффузионные члены были аппроксимированы центральной разностью. Уравнение Пуассона для

функции тока аппроксимировалось центральной разностью, а для численного решения использовался итерационный метод верхней релаксации.

Численные эксперименты проводились для изучения процессов, происходящих в воздушных классификаторах. Для этого использовались следующие параметры:  $R_1 = 0.12 \text{ м}$ ,  $R_2 = 0.2 \text{ м}$ ,  $L = 3 \text{ м}$ ,  $V_{0z} = 4.2 \text{ м/с}$ ,

$$V_{0r} = 0, \quad rV_\varphi = 1.8 \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}.$$

Численные результаты в диссертации представлены в виде графиков для безразмерных продольных, поперечных и тангенциальных скоростей для  $\xi = 0.5$  и траекторий пылевых частиц.

В четвертом параграфе разработан алгоритм численного решения задачи о закрученном двухфазном турбулентном потоке.

В пылеуловителях объемная концентрация пыли не превышает  $0.05 \text{ кг/м}^3$ . Эта величина намного меньше плотности несжимаемого воздуха ( $1.29 \text{ кг/м}^3$ ). По этой причине во многих исследованиях влиянием твердой фазы на динамику воздуха игнорируется. Однако около стены, где частицы пыли накапливаются под действием центробежной силы, концентрация твердой фазы может достигать высоких значений. В этом случае нельзя пренебрегать влиянием твердой фазы на динамику газовой фазы. Поэтому в этом параграфе рассматривается двухфазная среда с учетом влияния полидисперсных твердых частиц на динамику газовой фазы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_z - \mathcal{G}_{iz}), \\ \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial V_r}{\partial r} \right] - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_r - \mathcal{G}_{ir}), \\ \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_\varphi V_r}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(v + v_t) \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right] - \frac{(v + v_t)}{r^2} V_\varphi - \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i}{\rho} k_i (V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}), \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial r \rho_i \mathcal{G}_{ir}}{r \partial r} + \frac{\partial \rho_i \mathcal{G}_{iz}}{\partial z} = \frac{\rho}{\rho + \rho_p} \frac{v + v_t}{S_c} \rho_p, \quad \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial z} = k_i (V_z - \mathcal{G}_{iz}), \\ \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{ir}}{\partial z} - \frac{v_{i\varphi}^2}{r} = k_i (V_r - \mathcal{G}_{ir}), \quad \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ir} \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial r} + \mathcal{G}_{iz} \frac{\partial \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial z} + \frac{\mathcal{G}_{i\varphi} \mathcal{G}_{ir}}{r} = k_i (V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}), \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + V_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} + V_r \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} = P_w - D_w + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( (v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right) + C_{\sigma 2} \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right)^2 \right], \quad \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} = 0. \end{array} \right. \quad (18)$$

Здесь  $\mathcal{G}_{iz}$ ,  $\mathcal{G}_{ir}$ ,  $\mathcal{G}_{i\varphi}$  – составляющие вектора скорости для  $i$ -ой фракции пыли;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность газа;  $\nu$  – молекулярная его вязкость;  $\nu_t$  – турбулентная вязкость воздушного потока;  $\rho_i$  – массовая плотность пыли;  $k_i$  – коэффициент взаимодействия между воздухом и  $i$ -ой фракции пыли;  $D$  – коэффициент диффузии твердой фазы;  $S_c = 0.8$  – число Шмидта.

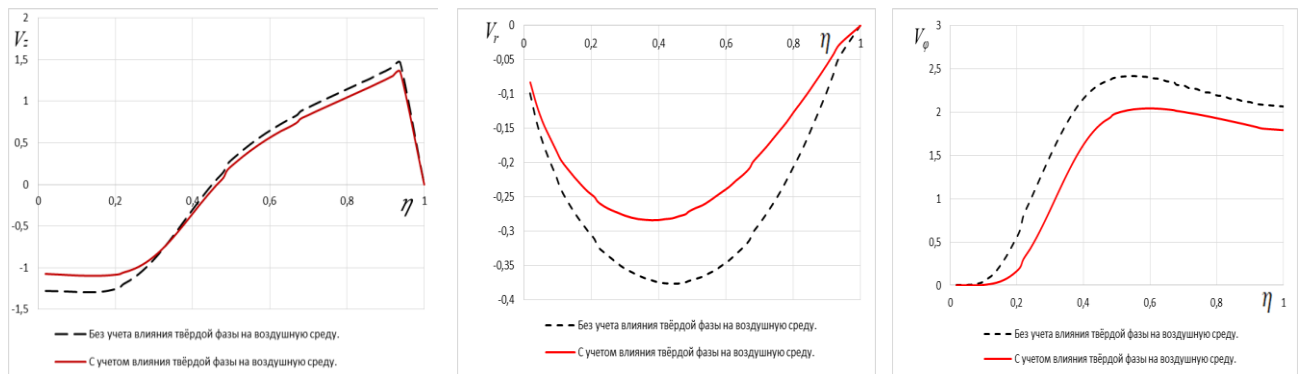
На твердой стенке скорости равны нулю;  
 при  $z=0$  и  $0 < r < R_1$ :  $V_r = V_r(r)$ ,  $V_z = V_z(r)$ ,  $V_\varphi = V_\varphi(r)$ ;  $\mathcal{G}_{iz} = V_z(r)$ ,  
 $\mathcal{G}_{ir} = V_r(r)$ ,  $\mathcal{G}_{i\varphi} = V_\varphi(r)$ ; при  $z=0$  и  $R_1 < r < R_2$ :  $\mathcal{G}_{ir} = \mathcal{G}_{i\varphi} = V_r = V_\varphi = 0$ ,  
 $\frac{\partial \mathcal{G}_{iz}}{\partial r} = \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$   $z=L$ :  $\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 \mathcal{G}_{ir}}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{iz}}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{i\varphi}}{\partial r^2} = 0$ .

Коэффициент взаимодействия между фазами определен по формуле Стокса:  $k_i = \frac{18\rho\nu}{\rho^0 \delta_i^2}$ .

Как уже упоминалось выше, подход Лагранжа удобен для расчета траектории частиц. Для этого запишем 6-8-е уравнения системы (18) следующим образом:

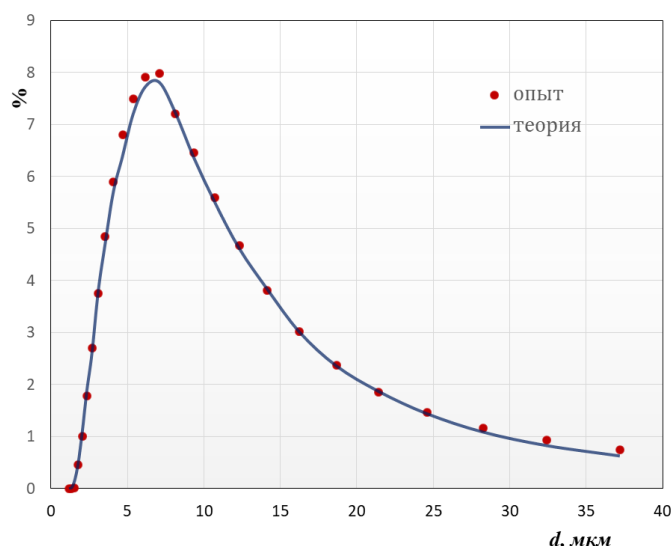
$$\frac{d\mathcal{G}_{ir}}{dt} - \frac{\mathcal{G}_{i\varphi}^2}{r} = k_i(V_r - \mathcal{G}_{ir}), \quad \frac{d\mathcal{G}_{iz}}{dt} = k_i(V_z - \mathcal{G}_{iz}), \quad \frac{d\mathcal{G}_{i\varphi}}{dt} + \frac{\mathcal{G}_{i\varphi}\mathcal{G}_{ir}}{r} = k_i(V_\varphi - \mathcal{G}_{i\varphi}). \quad (19)$$

Как и в предыдущем параграфе, введем функцию тока  $\psi$  и поток вихря  $\zeta$  и решаем задачу численно.



**Рис. 7. Профили аксиальной, радиально и тангенциальной скоростей потока воздуха в поперечном сечении  $\xi = 0.5$**

Анализ дисперсии порошка проводился с использованием лазерного анализатора от Malvern. Для сравнения результатов численного расчета с экспериментальными данными был проведен дисперсный анализ пыли, которая уходила вместе с воздухом в отводящую трубу. На рис. 8 показаны результаты анализа точками, а результаты численных расчетов сплошными линиями. Как видно из рисунка, численные результаты хорошо соответствуют с данными дисперсного анализа.



**Рис. 8. Дисперсный анализ состава пыли из рукавного фильтра**

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании результатов исследования по диссертационной работе «Математические модели вращающихся потоков и их численное решение» были сделаны следующие выводы:

1. Проведен анализ сил, действующих на твердую фазу в закрученном турбулентном потоке. В результате этого анализа показано, что гравитационные, магнитные, турбулентные, электромагнитные силы, а также силы Сефмена, Магнуса, Рахматулина оказывают небольшое влияние на динамику твердых веществ в потоке. По этой причине при построении математических моделей были приняты во внимание только центробежные и гидродинамические силы взаимодействия.

2. Предложено устройство, устанавливаемое между вентилятором и бункером хлопоуборочной машины, для удаления частиц пыли во время сбора хлопка-сырца. Создана математическая модель функционирования этого устройства, получены численные решения, результаты которых показали возможность частичного удаления сор во время машинного сбора хлопка-сырца.

3. Демонстрирована возможность использования уравнений гидродинамики для моделирования динамики газовой среды при малых концентрациях твердой фазы. Доказано, что для моделирования динамики твердой фазы эффективным является подход Лагранжа с учетом влияния воздушного потока на твердые частицы и центробежной силы.

4. Решена задача о течении вязкой несжимаемой жидкости в криволинейном канале на основе уравнений Навье-Стокса с применением конечно разностной схемы Мак-Кормака. Доказано, что при больших

значениях числа Рейнольдса происходит отрыв потока, что приводит к турбулентности.

5. Для численного решения обтекания плоской пластины и осесимметричной струи использовались замены Мизеса, неявные конечно-разностные схемы и современные модели турбулентности. Показана адекватность этих моделей.

6. Для численного решения уравнений турбулентного движения в центробежном пылеуловителе введены функция тока, циркуляция и использована схема «против потока» А.А. Самарского. Разработанное на их основе программное обеспечение использовано для определения эффективности пылеуловителя.

7. Подтверждено, что созданное программное обеспечение может быть применено к проблеме удержания полидисперсной пыли. Показано соответствие численного результата к дисперсионному составу твердых частиц, определенному лазерным анализатором Malvern.

8. Разработанная программа на ЭВМ была успешно использована для сепарации порошка цинка в Алмалыкском горно-металлургическом комбинате. В результате к.п.д. устройства сепарации порошка цинка была увеличена на 50-70% и было достигнуто производство цинкового порошка размерами менее 7 мкм, по качеству не уступающий импортным порошкам.

**SCIENTIFIC COUNCIL DSc. 02/30.12.2019.T/FM.61.01 AWARDING THE  
SCIENTIFIC DEGREE AT THE INSTITUTE OF MECHANICS AND  
SEISMIC STABILITY OF STRUCTURES**

---

**INSTITUTE OF MECHANICS AND SEISMIC STABILITY OF  
STRUCTURES**

**NAZAROV FARRUKH KHOLIYOROVICH**

**MATHEMATICAL MODELS OF ROTATING FLOWS AND  
THEIR NUMERICAL SOLUTION**

**01.02.05 – Mechanics of liquid and gas**

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)  
ON PHYSIC AND MATHEMATICS SCIENCES**

**Tashkent – 2020**

**The theme of doctor of philosophy (PhD) was registred at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of thr Republic of Uzbekistan under number B.2020.2.PhD/FM236**

The dissertation has been prepared in the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website of Scientific Council ([www.instmech.uz](http://www.instmech.uz)) and on the information- educational portal "ZiyoNet" at the address ([www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz).)

**Scientific adviser:** **Malikov Zafar Mamatkulovich**  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**Official opponents :** **Khudaykulov Savet Ishonkulovich**  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**Zokirov Askar Halilovich**  
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

**Leading organization:** **Samarkan State University**

Defense will take place «5» August 2020 at 11<sup>00</sup> at the meeting of the Scientific Council DSc.02/30.12.2019.T/FM.61.01 at the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures (Address 100125, Tashkent, Durman yuli street, 33, Conference hall – 1. Tel: (99871) 262-71-52; fax: (99871) 262-71-32, e-mail:[instmech@academy.uz](mailto:instmech@academy.uz)).

Dissertation is possible to review in Information-resource center of the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures (registration number№. 1). (Address: 100125, Tashkent, st. Durmon Yuli, 33. Tel. (99871) 262-71-52).

Abstract of the dissertation sent out on “13” July 2020y.  
(mailing report №. 1 on “13” July 2020 y.)



**M.M.Mirsaidov**  
Chairman of the Scientific Council  
for awarding scientific degrees,  
doctor of technic sciences, professor, academician

**M.K.Usarov**  
Scientific secretary of Scientific Council  
for awarding scientific degrees, doctor of  
technic sciences

**I.K.Khujaev**  
Chairman of the council seminar at the  
Scientific Council for the awarding  
degrees, doctor of technic sciences



## INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

**The aim of the research** is the construction of a mathematical model of multiphase turbulent flows and the study of the physical characteristics of a centrifugal dust collector.

**The object of the research work** turbulence in twisted two-phase flows

**Scientific novelty of the research work** of the research is as follows:

a mathematical model of processes in the dust collector based on the Euler and Navier-Stokes equations has been developed;

a numerical solution for turbulent flows based on the Navier-Stokes equations taking into account the interaction of air and the solid phase inside the dust collector is obtained;

based on the turbulence models Spalart-Allmaras and k-e, the problems of turbulent flow around a flat plate and the outflow of a jet into flooded space have been solved;

a numerical solution is obtained for a turbulent two-phase swirling turbulent flow, its compliance with the results of a bench experiment is established;

**Implementation of research results.** Based on scientific results obtained as a result of numerical studies of improved models of processes in a centrifugal dust collector:

algorithm and software for the numerical solution of turbulent currents in the dust collector were applied to the production process at the zinc plant of the Almalyk Mining and Metallurgical Plant (Reference AC-01440 dated February 21, 2020, OJSC Almalyk Mining and Metallurgical Plant) to separate fine zinc powder. The application of the scientific result made it possible to divide zinc powder into two fractions, large and less than 7 microns;

a mathematical model, a numerical solution algorithm and software for separating zinc powder at the zinc plant of the Almalyk Mining and Metallurgical Plant were developed (Reference AC-01440 dated February 21, 2020, OJSC Almalyk Mining and Metallurgical Plant). The application of the scientific result made it possible to increase the efficiency of the dust collector by 50-70% and obtain a product that is not inferior to the quality of zinc powder produced abroad.

**Volume and structure of dissertation.** The dissertation consists of an introduction, three chapters, a conclusion, a list of used sources and applications. The dissertation is 108 pages long.

**ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**I-бўлим (I часть; I part)**

1. Маликов З.М, Назаров Ф.Х. Гидродинамика тенгламаларини кувурдаги оқимлар учун сонли ечиш услуги // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2016, №2. – С.82-85. (01.00.00; № 9)
2. Маликов З.М, Назаров Ф.Х. Машина пахта терими жараёнида ифлосликлардан тозалаш усули ва унинг тадқиқоти // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2016, №4. – С.42-47. (01.00.00; № 9)
3. Маликов З.М, Назаров Ф.Х. Математическое моделирование и численное исследование переноса твердых частиц в воздушном классификаторе // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2017, №5. – С.42-49. (01.00.00; № 9)
4. Маликов З.М, Назаров Ф.Х. Численное исследование закрученного двухфазного турбулентного потока // Узбекский журнал: Проблемы механики. Ташкент, 2018, №3. – С.92-96. (01.00.00; № 4)
5. Маликов З.М., Назаров Ф.Х., Мадалиев М.Э. Применение модифицированной к–е модели для исследования затопленной осесимметричной турбулентной струи // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2019, №3(21). – С.87-94. (01.00.00; № 9)
6. Маликов З.М., Назаров Ф.Х., Наврузов Д.П. Численные решения задачи центробежного пылеуловителя на основе модели к–е // Узбекский журнал: Проблемы механики. Ташкент, 2019, №2. – С.52-58. (01.00.00; № 4)
7. Назаров Ф.Х. Численное исследование осесимметричной турбулентной струи на основе моделей к–е и Спаларта–Аллмараса // Узбекский журнал: Проблемы механики. Ташкент, 2019, №3. – С.30-35. (01.00.00; № 4)
8. Назаров Ф.Х. Численное исследование капель в турбулентной струе // «БухДУ илмий ахбороти», 2019. №4. – С.54-60. (01.00.00; № 3)
9. Nazarov F.X., Khasanov S.M., Yakubov A.A., Computational experiment of swirling flows of turbulence models SA and SST // International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE). ISSN: 2277-3878, Volume-8 Issue-4, November 2019. DOI: 10.35940 /ijrte. D7720.118419. P. 2140-2144. (№8. Scopus)
10. Nazarov F.X., Malikov Z.M., Rakhmanov N.M., Simulation and numerical study of two-phase flow in a centrifugal dust catcher // AMSD-2019 Journal of Physics: Conference Series 1441 (2020) 012155 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012155. (№2. Scopus)

**II-бўлим (II часть; II part)**

11. Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Кувурлардаги оқим тенгламаларини сонли ечиш услуги // «Инновацион ривожланиш муоммалари: ишлаб чиқариш, таълим, илм–фан» мавзусидаги вазирлик миқёсидаги илмий-техникавий анжуман материаллар тўплами. Андижон, 2017 йил 26 апрель. – 69-72 б.

12. Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Моделирование и численное исследование двухфазного потока в центробежном пылеуловителе // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы математического моделирования, алгоритмизации и программирования», Ташкент, 2018. 17-18 сентябр. – С.157-162
13. Назаров Ф.Х. Марказдан қочма чанг тутгичлардаги икки фазали оқимни сонли ечиш усули орқали тадқиқ қилиш // «Фаол инвестициялар ва ижтимоий ривожланиш йили» га бағишланган «Фан таълим–тарбиянинг долзарб масалалари» мавзусидаги Республика илмий–назарий анжуман материаллари, 4 – бўлим, Нуқис – 2019. – С.447 – 449
14. Назаров Ф.Х., Наврузов Д.П. Ҳаво классификаторидаги майда заррачаларнинг ҳаракатларини сонли ечиш усули // «Инновацион техника ва технологияларнинг муаммо ва истиқболлари» мавзусидаги Республика илмий ва илмий-техник анжумани, Фарғона, 2019. – С.494-498.
15. Назаров Ф.Х. Расчёт эффективности центробежного пылеуловителя // «Инновацион ғоялар, ишланмалар ва уларни ишлаб чиқариш ҳамда таълимда қўллашнинг замонавий муаммолари» Халқаро илмий-амалий конференция, 2019 йил 15 апрель, Андижон. – С.344-346.
16. Назаров Ф.Х. Чанг туткич ва сператорлардаги физик жараёнларни математик моделлаштириш. «Инновацион техника ва технологияларнинг муаммо ва истиқболлари» мавзусидаги Республика илмий ва илмий-техник анжумани илмий ишлар тўплами, Ташкент, 2019. – С.336-337.
17. Назаров Ф.Х. Численное исследование турбулентного переноса температуры на основе модели при обтекании плоской поверхности // Материалы Международной научно-практической интернет-конференции «Тенденции и перспективы развития науки и образования в условиях глобализации», Переяслав-Хмельницкий, 31 мая 2019. – С.420-424.
18. Назаров Ф.Х., Наврузов Д.П. Численное моделирование обтекания плоской пластины на основе Спаларта-Аллмараса моделей. // III Международной научно-практической конференции «Наука и образование в современном мире: вызовы XXI века» Том I. Нур-Султан, 10-12 июл 2019. – С.268-271.
19. Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Математическое моделирование аэродинамических процессов в центробежных пылеуловителях // Свидетельство DGU 05537. Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Дата регистрации 22.06.2018. Номер заявки DGU 2018 0544.
20. Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Применение модели k-ε для численного расчета турбулентных потоков // Свидетельство DGU 05852. Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Дата регистрации 09.11.2018. Номер заявки DGU 2018 0876.
21. Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Моделирование двухфазных потоков в центробежном пылеуловителе // Свидетельство DGU 06969. Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Дата регистрации 06.05.2019. Номер заявки DGU 2019 0582.

Авторефератнинг ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги нусхалари  
«ЎзМУ хабарлари» тахририятида тахрирдан ўтказилди.

Босишга рухсат этилди: 09.07.2020 йил