

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI**

**Habibullaev Ibrohim,
Jumayev Akbar Mahmudovich**

EKONOMETRIKA

**Amaliy mashg'ulot uchun
o'quv qo'llanma**

Toshkent 2019

EKONOMETRIKA. Amaliy mashg'ulot uchun o'quv qo'llanma.

-Т.: « » nashryoti, 2019, 173 bet.

Habibullaev Ibrohim, Jumayev Akbar Mahmudovich

O'quv qo'llanma "Ekonometrika" fanidan amaliy mashg'ulotlar olib borish uchun mo'ljallangan. Qo'llanma har bir mavzu bo'yicha uslubiy ko'rsatmalar, namunaviy misollar yechish va mustaqil ishlash uchun masalalar qismlaridan hamda misol va masalalar yechishda qo'llaniladigan statistik jadvallardan tashkil topgan. Bulardan tashqari qo'llanmada misol va masalalani Ms Excel dasturida ishlash va natijalarni regression-korrelyatsion tahlil qilish uchun amaliy ko'rsatmalar berilgan.

O'quv qo'llanma o'qituvchilar, iqtisodiy yo'nalishda tahsil olayotgan talabalar, magistrlar va tadqiqotchilar uchun mo'ljallangan.

Учебное пособие для проведения практических занятий по предмету "Эконометрики". Ташкент. Изд. « », 2019, 173 стр.

Хабибуллаев И., Жумаев А.

Учебное пособие подготовлен на основании учебного плана и программы утвержденной министерством Вышего и среднее специального образования Республики Узбекистан. Темы введенные в пособие, их стиль изложения, методы решения задач на компьютере, основные опорные термины и вспомогательные таблицы используемые в статистических расчетах а также вопросы для проверки полученных знаний дает возможность будущим экономистам получить знания по эконометрике.

Учебное пособие предназначен для студентов, магистров и аспирантов экономических вузов и лицам, применяющим методы экономического моделирования при изучении экономических процессов и явлений в своих работах.

Econometrics. Book. Tashkent. Publisher « », 2019, 173.pages.

Khabibullayev I., Jumayev A.

The book has been prepared according to the instructions approved by The Ministry of Higher and Secondary Education of The Republic of Uzbekistan.

The themes included in the textbook and their expressing style, the key words used in learning econometrics, the appendices helping to make statistical calculations as well as the question for learners to check their understanding of subject enable future economists to get introductory knowledge to econometrics.

This book is intended to students, masters, researchers and practitioners who learn economic phenomena and processes with the help of econometric modeling.

Taqrizchilar:

- G'oyibnazarov B.K. – O'zbekiston Respublikasi Davlat statistika qo'mitasi
“Kadrlarni malakasini oshirish va statistik tadqiqotlar”
markazi direktori, i.f.d., professor
- Djumanov J.X. – Toshkent axborot texnologiyalari universiteti “Kompyuter tizimlari” kafedrasи mudiri, t.f.d., professor

MUNDARIJA

KIRISH		
I-bob.	Juft regressiya va korrelyatsiya	
1.1.	Uslubiy ko'rsatma	
1.2.	Namunaviy misollar yechish	
1.3.	Namunaviy misolni kompyuterda yechish	
1.4.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
II-bob.	Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya	
2.1.	Uslubiy ko'rsatma	
2.2.	Namunaviy misollar yechish	
2.3.	Namunaviy misolni kompyuterda yechish	
2.4.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
III-bob.	Tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi ekonometrik modellar	
3.1.	Uslubiy ko'rsatma	
3.2.	Namunaviy misollar yechish	
3.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
IV-bob.	Dinamik qatorlarda ekonometrik modellashtirish	
4.1.	Uslubiy ko'rsatma	
4.2.	Namunaviy misollar yechish	
4.3.	Namunaviy misolni kompyuterda yechish	
4.4.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
V–bob.	Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash	
5.1.	Uslubiy ko'rsatma	
5.2.	Namunaviy misollar yechish	
5.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
VI–bob.	Amaliy ekonometrik modellar	
6.1.	Iqtisodiyotda chiziqli modellar	
6.1.1.	Uslubiy ko'rsatma	
6.1.2.	Namunaviy misollar yechish	

	6.1.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar	
6.2.	Iste'mol tanlovi modellari	
6.2.1.	Uslubiy ko'rsatma	
6.2.2.	Namunaviy misollar yechish	
6.2.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
6.3.	Ishlab chiqarish modellari	
6.3.1.	Uslubiy ko'rsatma	
6.3.2.	Namunaviy misollar yechish	
6.3.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
6.4.	Iqtisodiyot dinamikasi modellari	
6.4.1.	Uslubiy ko'rsatma	
6.4.2.	Namunaviy misollar yechish	
6.4.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
6.5.	Bozor munosabatlarini modellashtirishning ikki sektorli modeli	
6.5.1.	Uslubiy ko'rsatma	
6.5.2.	Namunaviy misol yechish	
6.5.3.	Mustaqil ishlash uchun masalalar	
	Adabiyotlar ro'yxati	
	Ilovalar	

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	
I раздел.	Парная корреляция и регрессия
1.1.	Методическое указания
1.2.	Решение типовых задач
1.3.	Реализация типовых задач на компьютере
1.4.	Задачи для самостоятельного решения
II раздел.	Многофакторная регрессия и корреляция
2.1.	Методическое указания
2.2.	Решение типовых задач
2.3.	Реализация типовых задач на компьютере
2.4.	Задачи для самостоятельного решения
III раздел.	Эконометрические модели в виде системы уравнений
3.1.	Методическое указания
3.2.	Решение типовых задач
3.3.	Задачи для самостоятельного решения
IV раздел.	Эконометрические моделирование в динамических рядах
4.1.	Методическое указания
4.2.	Решение типовых задач
4.3.	Реализация типовых задач на компьютере
4.4.	Задачи для самостоятельного решения
V раздел.	Прогнозирование экономических процессов
5.1.	Методическое указания
5.2.	Решение типовых задач
5.3.	Задачи для самостоятельного решения
VI раздел.	Прикладные эконометрические модели
6.1.	Линейные модели в экономике
6.1.1.	Методическое указания
6.1.2.	Решение типовых задач
6.1.3.	Задачи для самостоятельного решения
6.2.	Модели потребительского выбора
6.2.1.	Методическое указания
6.2.2.	Решение типовых задач
6.2.3.	Задачи для самостоятельного решения
6.3.	Производственные модели
6.3.1.	Методическое указания

	6.3.2. Решение типовых задач	
	6.3.3. Задачи для самостоятельного решения	
6.4.	Модели динамики экономики	
6.4.1.	Методическое указания	
6.4.2.	Решение типовых задач	
6.4.3.	Задачи для самостоятельного решения	
6.5.	Двухсекторный модель моделирование рыночных отношений	
6.5.1.	Методическое указания	
6.5.2.	Решение типовых задач	
	Задачи для самостоятельного решения	
	Список литературы	
	Приложение	

CONTENTS

INTRODUCTION		
I- volume.	Simple regression-correlation analysis 1.1. Instructions of methods 1.2. Solutions of sample exercises 1.3. Explanations of solving exercises in software programmes 1.4. Exercises for independent work	
II- volume.	Multiple regression-correlation analysis 2.1. Instructions of methods 2.2. Solutions of sample exercises 2.3. Explanations of solving exercises in software programmes 2.4. Exercises for independent work	
III- volume.	Econometric models in the form of equations system 3.1. Instructions of methods 3.2. Solutions of sample exercises 3.3. Exercises for independent work	
IV- volume.	Econometric modeling of time series data 4.1. Instructions of methods 4.2. Solutions of sample exercises 4.3. Explanations of solving exercises in software programmes 4.4. Exercises for independent work	
V- volume.	Forecasting economic processes 5.1. Instructions of methods 5.2. Solutions of sample exercises 5.3. Exercises for independent work	
VI- volume.	Practical econometric models 6.1. Linear models in economics 6.1.1. Instructions of methods 6.1.2. Solutions of sample exercises 6.1.3. Exercises for independent work 6.2. Consumer's choice models 6.2.1. Instructions of methods 6.2.2. Solutions of sample exercises 6.2.3. Exercises for independent work 6.3. Production models 6.3.1. Instructions of methods 6.3.2. Solutions of sample exercises	

6.3.3.	Exercises for independent work	
6.4.	Dynamics of economy models	
6.4.1.	Instructions of methods	
6.4.2.	Solutions of sample exercises	
6.4.3.	Exercises for independent work	
6.5.	Two sector models in market economy	
6.5.1.	Instructions of methods	
6.5.2.	Solutions of sample exercises	
6.5.3.	Exercises for independent work	
	Reference list	
	Applications	

KIRISH

Innovatsion iqtisodiyot iqtisodchi mutaxassislardan ish yuritishning zamonaviy yangi usullarini o'zlashtirishni va ularni amaliyatga qo'llay bilishni talab etadi. Iqtisodiyotdagi ko'pchilik usullar ekonometrik va iqtisodiy matematik usullar va modellarga asoslangan. Ularni bilmasdan va amaliyatga qo'llamasdan murakkab iqtisodiy jarayonlarni ilmiy asoslangan holda tahlil qilish va prognozlashda ijobjiy natijalarga erishish qiyin.

Ushbu o'quv qo'llanma talabalarga gipotetik ma'lumotlar asosida ekonometrik va iqtisodiy matematik modellashtirish usullarini amaliyatga qo'llash ko'rnikmalarini hosil qilishga mo'ljallangan bo'lib, И.И.Елисеева тahriri ostida 2003 yilda chop etilgan "Практикум по эконометрике" o'quv qo'llanma asosida yozilgan amaliy mashg'ulotlarda tajribadan o'tkazilgan. "Ekonometrika bo'yicha praktikum" uslubiy qo'llanma qayta ishlanib va misollarni kompyuterda yechish usullari qismi bilan to'ldirilgan holda tayyorlandi va u 2018 yilda O'zbekiston Respublikasi oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etilgan. "Ekonometrika asoslari" o'quv qo'llanmasida yoritilgan nazariy masalalarini amaliy jihatdan mustahkamlash imkoniyatini yaratadi.

O'quv qo'llanmaning har bir bobiga "Uslubiy ko'rsatma", "Namunaviy misollar yechish", "Namunaviy misolni kompyuterda yechish", "Mustaqil ishlash uchun masalalar" qismlaridan iborat. "Uslubiy ko'rsatma" qismida mavzuning misol va masalalarini yechishning uslubiy ta'minoti va formulalar keltirilgan. "Namunaviy misollar yechish" qismida mavzuni mazmun va mohiyatini to'liq qamrab oluvchi misollar ketma-ketligi, ularni yechish usullari va olingan yechimlarni iqtisodiy ma'nosini tahlili berilgan. "Namunaviy misollarni kompyuterda yechish" qismida misollarni kompyuter yordamida yechish ketma-ketligi yoritib berilgan. "Mustaqil yechish uchun masalalar" qismida esa talabalar o'rgangan usullarini mustaqil ravishda turli amaliy masalalarini yechishga qo'llash va ekonometrik modellashtirish ko'nikmalarini mustahkamlashga qaratilgan. Qo'llanmaning bunday tartibda yozilishi talabalarga mavzuni qiyinchiliklarsiz o'zlashtirishga va pedagog xodimga amaliy mashg'ulotlarni mazmunini rejalashtirishga yordam

beradi. Qo'llanmaning ilova qismida masalalar yechishda foydalaniladigan statistik jadvallar berilgan.

Mualliflar taqrizchilarga o'z minnatdorchiligini bildirib, o'quvchilardan o'quv qo'llanmani takomillashtirish bo'yicha fikr – mulohazalarni kutib qoladilar.

I-bob. Juft korrelyatsiya va regressiya

1.1. Uslubiy ko'rsatma

Ikki y va x o'zgaruvchilar orasidagi regressiya juft (oddiy) omilli regressiya deyiladi, u $y = f(x)$ ko'rinishga ega bo'ladi.

bu erda: y – natijaviy belgi (erksiz o'zgaruvchi); x – omil belgi (erkli o'zgaruvchi).

Regressiya chiziqli va chiziqsiz (chiziqli bo'limgan) regressiyalarga ajratiladi.

Chiziqli regressiya quyidagi ko'rinishga ega: $y = a + b \cdot x + \varepsilon$.

Chiziqsiz regressiya ikki qismga bo'linadi.

Erkli o'zgaruvchilarga nisbatan chiziqli bo'limgan regressiyalar:

-turli darajadagi polinomlar $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon$;

-giperbolalar $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$.

Baholanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqsiz regressiyalar:

-darajali funktsiya $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;

-ko'rsatkichli funktsiya $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$;

-eksponentsiyal funktsiya $y = e^{a+b \cdot x} \cdot \varepsilon$.

Parametrlari bo'yicha regressiya parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli(EKKU) qo'llaniladi. EKKU parametrlarning shunday qiymatlarini topish imkonini beradiki, shu topilgan qiymatlarda y belgining haqiqiy qiymatlaridan uning nazariy qiymatlari \hat{y}_x orasidagi farqlarni kvadratlarining yig'indisi eng kichik(minimal) qiymatni beradi, ya'ni

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 \Rightarrow \min.$$

Chiziqli va chiziqli holatga keltiriladigan tenglamalar uchun quyidagi tenglamalar sistemasi a va b parametrlarga nisbatan yechiladi:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

Yoki bo'lmasa tenglamalar sistemasidan kelib chiqadigan tayyor formulalardan foydalanish mumkin

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \quad \text{yoki} \quad b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2}.$$

O'rganilayotgan hodisa va jarayonlarda o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish zichligi(yoki kuchi)ni r_{xy} – chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti orqali baholanadi.

Chiziqli regressiya uchun korrelyatsiya koeffitsienti ($-1 \leq r_{xy} \leq 1$):

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya indeksi ($0 \leq \rho_{xy} \leq 1$):

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}.$$

$$\text{Bu erda } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y})^2}{n}}, \quad \sigma_{qol} = \sqrt{\frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{n-m-1}}.$$

Tuzilgan modellar sifatini baholash approksimatsiyaning o'rtacha xatoligini hamda determinatsiya koeffitsienti qo'llab amalga oshiriladi.

Approksimatsiyaning o'rtacha xatoliqi – natijaviy belgini hisoblangan qiymatlarini haqiqiy qiymatlaridan o'rtacha og'ishi:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\%,$$

\bar{A} ning mumkin bo'lган qiymatlari 10 %dan katta bo'lmasligi kerak.

Regressiya tenglamasining sifatini baholashning *F-test* –usuli.

Bu usulda regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligi ko'rsatkichini statistik ma'nodor emasligi haqidagi H_0 gipotezani tekshirishdan iborat. Buning uchun haqiqiy(F_{haq}) va Fisher F-kriteriyasining jadval(F_{jadv}) qiymatlari taqqoslanadi. F_{haq} quyidagicha topiladi:

$$F_{haq} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \frac{n - m - 1}{m},$$

bu erda n -kuzatuvlari soni, m -erkli o'zgaruvchilar soni.

F_{jadv} –berilgan erkinlik darjasи va α ma'nodorlik darajasida tasodify faktorlar ta'sirida kriteriyaning bo'lishi mumkin bo'lган eng katta(maksimal) qiymati. α –ma'nodorlik darjasи, bu y teng bo'lган qiymatda to'g'ri gipotezani inkor etish ehtimolligi. Odatda α 0,05 yoki 0,01ga teng deb olinadi.

Agar $F_{jadv} < F_{haq}$ shart bajarilsa baholanayotgan regressiya tenglamasida omillarning tasodifiyligi haqidagi H_0 gipoteza rad etiladi hamda regressiya statistik ma'noga egaligi va ishonchliligi tan olinadi. Agar $F_{jadv} > F_{haq}$ shart o'rинli bo'lsa H_0 gipoteza rad etilmaydi va regressiya tenglamasining statistik ma'noga ega emasligi, ishonchli emasligi tan olinadi.

Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining statistik ma'nodorligini baholash uchun Styudent t-kriteriyasi va har bir ko'rsatkichning ishonch intervallari hisoblanadi. Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining ma'nodorligini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash ularning qiymatlarini tasodify xatolarining qiymatlari bilan taqqoslash orqali amalga oshiriladi: ya'ni,

$$t_a = \frac{a}{m_a}; \quad t_b = \frac{b}{m_b}; \quad t_r = \frac{r}{m_r}.$$

Chiziqli regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsientlarining tasodify xatolari quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$m_a = \sigma_{qol} \frac{\sqrt{\sum x^2}}{n \cdot \sigma_x}, \quad m_b = \frac{\sigma_{qol}}{\sigma_x \cdot \sqrt{n}}, \quad m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}.$$

t-statistikada jadval(t_{jadv}) va haqiqiy(t_{haq}) qiymatlarni taqqoslab H_0 gipotezani qabul qilinadi yoki rad etiladi.

Fisher F-kriteriyasi va Styudent t-kriteriyasi orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$t_r^2 = t_b^2 = \sqrt{F}.$$

Agar $t_{jadv} < t_{haq}$ shart bajarilsa H_0 gipoteza rad etiladi, ya'ni a, b va r_{xy} noldan tasodifiy farq qilmaydi va ular x omilning tizimli ta'sirida yuzaga kelgan. Agar $t_{jadv} > t_{haq}$ shart o'rini bo'lsa, u holda H_0 gipoteza rad etilmaydi va a, b va r_{xy} lar tasodifiyligi tan olinadi.

Har bir parametr shonch oralig'ini hisoblash uchun bo'lishi mumkin bo'lган xatolik $-\Delta$ aniqlaniladi.

$$\Delta_a = t_{jadv} \cdot m_a, \quad \Delta_b = t_{jadv} \cdot m_b.$$

Ishonch oraliqlarini aniqlash formulalari quyidagicha:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a; \quad \gamma_{a_{min}} = a - \Delta_a; \quad \gamma_{a_{max}} = a + \Delta_a.$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b; \quad \gamma_{b_{min}} = b - \Delta_b; \quad \gamma_{b_{max}} = b + \Delta_b.$$

Agar ishonch oralig'i chegarasiga nol tushib qolsa, ya'ni quyi chegarasi manfiy yuqori chegarasi musbat bo'ladigan bo'lsa, baholanayotgan parametr nol deb qabul qilinadi, chunki u bir paytning o'zida ham musbat ham manfiy qiymatni qabul qila olmaydi.

Erksiz o'zgaruvchi y ning prognoz qiymati $\hat{y}_x = a + b \cdot x$ regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi x_r ning prognoz qiymatini qo'yib hisoblanadi. Prognoz qiymatning aniqligini hisoblash uchun prognozning o'rtacha standart hatoligi $m_{\hat{y}_p}$ hisoblanadi.

$$m_{\hat{y}_p} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}},$$

Prognozning ishonch oralig'i quyidagicha aniqlaniladi:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = \hat{y}_p - \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = \hat{y}_p + \Delta_{\hat{y}_p}.$$

bu erda $\Delta_{\hat{y}_p} = t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_p}$.

1.2. Namunaviy misollar Yechish

1-misol.

Mamlakatda ettita viloyat bo'yicha ikkita ko'rsatkich qiymatlari berilgan (1.1-jadval).

1.1-jadval

Viloyatlar raqamlari	Umumiylar xarajatlarda oziq -ovqat mahsulotlarini sotib olish uchun xarajatlar, %, y	Bir ishchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm, x
1	68,8	45,1
2	61,2	59,0
3	59,9	57,2
4	56,7	61,8
5	55,0	58,8
6	54,3	47,2
7	49,3	55,2

Topshiriq:

1. y bilan x orasidagi bog'lanishni tavsiflash uchun quyidagi funktsiyalar parametrlarini hisoblang:
 - a) chiziqli;
 - b) darajali;
 - v) ko'rsatkichli;
 - g) teng tomonli giperbola.

2. Har bir modelni approsimatsyaning o'rtacha xatoligi - \bar{A} va Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang.

Yechish

- 1.a.** $y = a + b \cdot x$ chiziqli regressiyaning a va b parametrlarini hisoblash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasini a va b larga nisbatan echamiz:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum x = \sum y \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 = \sum (y \cdot x) \end{cases}$$

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun quyidagi ishchi jadvalini tuzamiz (1.2-jadval):

1.2-jadval

	y	x	yx	x^2	y^2	\hat{y}_x	$y - \hat{y}_x$	$A_{i,\%}$
1	68,8	45,1	3102,88	2034,01	4733,44	61,3	7,5	10,9
2	61,2	59,0	3610,80	3481,00	3745,44	56,5	4,7	7,7
3	59,9	57,2	3426,28	3271,84	3588,01	57,1	2,8	4,7
4	56,7	61,8	3504,06	3819,24	3214,89	55,5	1,2	2,1
5	55,0	58,8	3234,00	3457,44	3025,00	56,5	-1,5	2,7
6	54,3	47,2	2562,96	2227,84	2948,49	60,5	-6,2	11,4
7	49,3	55,2	2721,36	3047,04	2430,49	57,8	-8,5	17,2
Jami	405,2	384,3	22162,34	21338,41	23685,76	405,2	0,0	56,7
O'rtacha qiymat	57,89	54,90	3166,05	3048,34	3383,68	x	x	8,1
σ	5,74	5,86	x	x	x	x	x	x
σ^2	32,92	34,34	x	x	x	x	x	x

Jadval ma'lumotlaridan foydalanib a va b parametrlarning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} = -0,35,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 - 0,35 \cdot 54,9 = 76,88.$$

Parametrlarning qiymatlarini o'rniga qo'ysak ushbu regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y}_x = 76,88 - 0,35 \cdot x.$$

Tuzilgan regressiya tenglamasi o'rtacha kunlik ish haqini 1000 so'mga ortishi oziq-ovqat mahsulotlarini sotib olish uchun xarajatlar ulushni o'rtacha 0,35 foizga kamayishiga olib kelishini ko'rsatadi.

Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \frac{5,86}{5,74} = -0,357.$$

Bog'lanish o'rta miyona, teskari.

Determinatsiya koeffitsientini aniqlaymiz.

$$r_{xy}^2 = (-0,357)^2 = 0,127.$$

Determinatsiya koeffitsientining bu qiymati natija - y ning variatsiyasi 12,7 foiz x omil belgining variatsiyasiga bog'liqligini ko'rsatadi.

Regressiya tenglamasiga x ning haqiqiy qiymatlarini qo'yib \hat{y}_x ning nazariy (hisoblangan) qiymatlarini topamiz.

Endi \bar{A} – approksimatsiyaning o'rtacha standart xatoligini hisoblaymiz.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{0,567}{7} 100\% = 8,1\%.$$

Bu, natijaviy belgining hisoblangan qiymatlari nazariy qiymatlaridan 8,1 foizga chetlanishini ko'rsatadi.

Fisherning F-kriteriyasini hisoblaymiz:

$$F_{haq} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7.$$

$1 \leq F \leq \infty$ ekanligini e'tiborga oladigan bo'lsak, olingen natijalar hosil bo'lgan bog'lanishni tasodifiy xususiyatga egaligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilish kerakligini va tenglama parametrлari hamda bog'lanish zichligini statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi.

1 b. $y = a \cdot x^b$ –darajali modelni tuzishdan avval, o'zgaruvchilarni chiziqli ko'rinishga keltiramiz. Misolimizda chiziqli holatga keltirish tenglamani ikkala qismini logarifmlash orqali amalga oshiriladi.

$$\log y = \log a + b \cdot \log x,$$

$$Y = C + b \cdot X.$$

bu erda $Y = \log y$, $X = \log x$, $C = \log a$.

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzib(1.3-jadval).

b va C larni hisoblaymiz:

1.3-jadval

	y	x	yx	y²	x²	ŷ_x	y - ŷ_x	(y - ŷ_x)²	A_i
1	1,8376	1,6542	3,0398	3,3768	2,7364	61,0	7,8	60,8	11,3
2	1,7868	1,7709	3,1642	3,1927	3,1361	56,3	4,9	24,0	8,0
3	1,7774	1,7574	3,1236	3,1592	3,0885	56,8	3,1	9,6	5,2
4	1,7536	1,7910	3,1407	3,0751	3,2077	55,5	1,2	1,4	2,1
5	1,7404	1,7694	3,0795	3,0290	3,1308	56,3	-1,3	1,7	2,4
6	1,7348	1,6739	2,9039	3,0095	2,8019	60,2	-5,9	34,8	10,9
7	1,6928	1,7419	2,9487	2,8656	3,0342	57,4	-8,1	65,6	16,4
Jami	12,3234	12,1587	21,4003	21,7078	21,1355	403,5	1,7	197,9	56,3
O'rtacha qiymat	1,7605	1,7370	3,0572	3,1011	3,0194	x	x	28,27	8,0
σ	0,0425	0,0484	X	x	x	x	x	x	x
σ^2	0,0018	0,0023	X	x	x	x	x	x	x

$$b = \frac{\bar{yx} - \bar{y}\bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{3,0572 - 1,7605 \cdot 1,7370}{0,0484^2} = -0,298.$$

$$C = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 1,7605 + 0,298 \cdot 1,7370 = 2,278.$$

Hisoblanganlarni o'rniga qo'yib $\bar{y} = 2,78 - 0,298 \cdot x$ chiziqli tenglamani olamiz. Tenglamani potentsirlab quyidagi darajali modelni olamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{2,278} \cdot x^{-0,298} = 189,7 \cdot x^{-0,298}.$$

Hosil bo'lgan tenglamaga x ning haqiqiy qiymatlarini qo'yib, \hat{y}_x natijaning nazariy qiymatlarini olamiz.

Ular bo'yicha bog'lanish zichligi- ρ_{xy} korrelyatsiya indeksini va \overline{A} -approksimatsiyaning o'rtacha xatoligini hisoblaymiz.

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,3758, \quad \overline{A} = 8,0\%.$$

Darajali modelning tavsiyi bog'lanishni chiziqli funktsiyaga nisbatan ancha yaxshi ekanligini ko'rsatadi.

1v. $y = a \cdot b^x$ - ko'rsatkichli egri chiziq modelini tuzishdan oldin funktsiyani ikki tomonini logarifmlab o'zgaruvchilarni chiziqli ko'rinishga keltiramiz.

$$\log y = \log a + x \cdot \log b ;$$

$$Y = C + B \cdot x .$$

$$\text{bu erda } Y = \log y, \quad C = \log a, \quad B = \log b .$$

Hisoblashni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(1.4-jadval).

1.4-jadval

	y	x	yx	Y²	x²	ŷ_x	y - ŷ_x	(y - ŷ_x)²	A_i
1	1,8376	45,1	82,8758	3,3768	2034,01	61,7	8,1	65,61	11,8
2	1,7868	59,0	105,4212	3,1927	3481,00	56,4	4,8	23,04	7,8
3	1,7774	57,2	101,6673	3,1592	3271,84	56,9	3,0	9,00	5,0
4	1,7536	61,8	108,3725	3,0751	3819,24	55,5	1,2	1,44	2,1
5	1,7404	58,8	102,3355	3,0290	3457,44	56,4	-1,4	1,96	2,5
6	1,7348	47,2	81,8826	3,0095	2227,84	60,0	-5,7	32,49	10,5
7	1,6928	55,2	93,4426	2,8656	3047,04	57,5	-8,2	67,24	16,6
Jami	12,3234	384,3	675,9974	21,7078	21338,41	403,4	-1,8	200,78	56,3
O'rtacha qiymat	1,7605	54,90	96,5711	3,1011	3048,34	x	x	28,68	8,0
σ	0,0425	5,86	x	x	x	x	x	x	x
σ^2	0,0018	34,34	x	x	x	x	x	x	x

A va C regressiya parametrlarining qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$B = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{96,5711 - 1,7605 \cdot 54,90}{5,86^2} = -0,0023 ,$$

$$C = \bar{y} - B \cdot \bar{x} = 1,7605 + 0,0023 \cdot 54,9 = 1,887 .$$

Bularni tenglamaga qo'ysak $\hat{y}_x = 1,887 - 0,0023 \cdot x$ chiziqli tenglama hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan tenglamani potintsirlab uni oddiy shaklda yozamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{1,887} \cdot 10^{-0,0023 \cdot x} = 77,1 \cdot 0,9947^x .$$

Bog'lanish zinchligini ρ_{xy} -korrelyatsiya indeksi orqali baholaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,358, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Bu bog'lanish o'rtamiyona bo'lib, approksimatsiya xatoligini oshganligini ko'rsatadi. Ko'rsatkichli funktsiya o'rganilayotgan bog'lanishni darajali funktsiyadagi bog'lanishga nisbatan yomonroq tasvirlaydi.

1g. $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$ teng tomonli giperbola tenglamasini $z = \frac{1}{x}$ almashtirish bilan chiziqli holatga keltiramiz. Bunda tenglama $y = a + b \cdot z$ ko'rinishni oladi. Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(1.5-jadval).

1.5-jadval

	y	z	yz	z^2	y^2	\hat{y}_x	$y - \hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$A_i, \%$
1	68,8	0,0222	1,5255	0,000492	4733,44	61,3	7,0	49,00	10,2
2	61,2	0,0169	1,0373	0,000278	3745,44	56,5	4,9	24,01	8,0
3	59,9	0,0175	1,0472	0,000306	3588,01	57,1	3,0	9,00	5,0
4	56,7	0,0162	0,9175	0,000262	3214,89	55,5	1,2	1,44	2,1
5	55,0	0,0170	0,9354	0,000289	3025,00	56,5	-1,4	1,96	2,5
6	54,3	0,0212	1,1504	0,000449	2948,49	60,5	-6,5	42,25	12,0
7	49,3	0,0181	0,8931	0,000323	2430,49	57,8	-8,2	67,24	16,6
Ja-mi	405,2	0,1291	7,5064	0,002431	23685,76	405,2	0,0	194,90	56,5
O'r-tacha qiy-mat	57,89	0,0184	1,0723	0,000345	3383,68	x	x	27,84	8,1
σ	5,74	0,002145	x	x	x	x	x		x
σ^2	32,94	0,000005	x	x	x	x	x		x

Hisoblashlar natijalariga ko'ra a va b parametrлarning qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{z} - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\sigma_z^2} = \frac{1,0723 - 57,89 \cdot 0,0184}{0,002145^2} = 1051,4,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} = 57,89 - 1051,4 \cdot 0,0184 = 38,5.$$

Parametrлarning hosil bo'lgan qiymatlarini o'rinalariga qo'yib

$$\widehat{Y}_x = 38,0 - 1051,4 \cdot \frac{1}{x}$$

regressiya tenglamasini olamiz.

Korrelyatsiya indeksini hisoblaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{27,84}{32,92}} = 0,3944.$$

Approksimatsiyaning o'rtacha standart hatoligi $\bar{A} = 8,1\%$.

Ikki tomonli giperbola tenglamasi bo'yicha bog'lanish kuchi chiziqli, darajali va ko'rsatkichli regressiyalarga nisbatan kuchliroq ya'ni,

$\rho_{xy} = 0,3944$, \bar{A} esa me'yor darajasida.

$$2. F_{haq} = \frac{\rho_{xy}^2}{1-\rho_{xy}^2} \cdot \frac{n-m-1}{n} = \frac{0,1555}{0,8445} \cdot 5 = 0,92 ,$$

$$F_{jad} = 6,6 > F_{haq} = 0,92, \quad \alpha = 0,05.$$

Xulosa qilib shuni ta'kidlash mumkinki, tenglamaning parametrlari statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilinadi. Ushbu natijalar ko'rib chiqilgan bog'lanishlar zichligi nisbatan yuqori emasligi va kuzatuvlar sonining kamligi bilan tasdiqlanadi.

2-misol.

Hududlar bo'yicha aholining bir kunlik o'rtacha ish haqi va bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi haqida ma'lumotlar berilgan(1.6-jadval).

1.6-jadval

Hududlar raqami	Bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi, ming so'm, x	Bir kunlik o'rtacha ish haqi, ming so'm, y
1	78	133

2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Topshiriq:

1. y ni x ga juft regressiyasini chiziqli tenglamasini tuzing.
2. Juft korrelyatsiya chiziqli koeffitsientini va approsimatsiyaning o'rtachi xatoligini hisoblang.
3. Regressiya parametrлari va korrelyatsiya koeffitsientini statistik ma'nodorligini baholang.
4. Jon boshiga yashash minimumi x ning prognoz qiymati o'rtacha darajasiga nisbatan 107 foizga o'zgarganda ish haqi y ning prognoz qiymatini toping.
5. Prognoz hatoligi va uning oralig'ini hisoblab, prognoz aniqligini baholang.

Yechish

1. Chiziqli regressiya tenglamasi parametrlarini hisoblash uchun ishchi jadval tuzamiz(1.7-jadval).

1.7-jadval

	x	y	yx	x^2	y^2	\hat{y}_x	$y - \hat{y}_x$	$A_i\%$
1	78	133	10374	6084	17689	149	-16	12,0
2	82	148	12136	6724	21904	152	-4	2,7
3	87	134	11658	7569	17956	157	-23	17,2
4	79	154	12166	6241	23716	150	4	2,6
5	89	162	14418	7921	26244	159	3	1,9
6	106	195	20670	11236	38025	174	21	10,8
7	67	139	9313	4489	19321	139	0	0,0
8	88	158	13904	7744	24964	158	0	0,0
9	73	152	11096	5329	23104	144	8	5,3
10	87	162	14094	7569	26244	157	5	3,1

11	76	159	12084	5776	25281	147	12	75
12	115	173	19895	13225	29929	183	-10	
Jami	1027	1869	161808	89907	294377	1869	0	68,8
O'rtacha qiymat	85,6	155,8	13484,0	74923	24531,4	X	X	5,7
Σ	12,95	16,53	X	X	X	X	X	X
σ^2	167,7	273,4	X	X	X	X	X	X

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \frac{13484 - 85,6 \cdot 155,8}{7492,3 - 85,6^2} = \frac{151,8}{164,94} = 0,92.$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 155,8 - 0,92 \cdot 65,6 = 77,0.$$

Parametrlarning hosil bo'lgan qiymatlarini o'rinalariga qo'yib

$$\hat{y}_x = 77,0 + 0,92 \cdot x$$

regressiya tenglamasini olamiz.

Ushbu tenglamadan aytish mumkinki, jon boshiga yashash minimumini 1000 so'mga ortishi o'rtacha kunlik ish haqini 920 so'mga ko'tarishga olib keladi.

2. Chiziqli bog'lanish zichligini korrelyatsiya koeffitsienti baholab beradi.

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,92 \frac{12,95}{16,53} = 0,721; \quad r_{xy}^2 = 0,52.$$

Ushbu natija ish haqi bilan jon boshiga yashash minimumi orasidagi bog'lanish zichligi yuqori darajada bo'lib 0,7ga teng va u ning 52 foiz variatsiyasi x omilning varitsiyasi bilan bog'liqligini anglatadi.

Modelning sifatini approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi formulasi orqali aniqlaymiz.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{68,9}{12} 100\% = 5,7\%.$$

Aning qiymati 10 foizdan oshmaganligi sababli tuzilgan modelni sifati yaxshi deb baholanadi.

3. Regressiya parametrlarini statistik muximligini baholashni Styudent t-statistikasi va har bir ko'rsatkichni ishonch oralig'ini hisoblash orqali amalga oshiramiz.

Ko'rsatkichlarni nuldan farqlanishini statistik muhim emasligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilaylik: $a = b = r_{xy} = 0$. Erkinlik darajasi soni uchun $df = n - 2 = 12 - 2 = 10$ va $\alpha = 0,05$ bo'lganda t_{jad} qiymati 2,23ni tashkil etadi.

Endi $m_a, m_b, m_{r_{xy}}$ lardagi tasodifiy hatolarni aniqlaymiz.

$$m_a = 12,6 \frac{\sqrt{89907}}{12 \cdot 12,95} = 24,3; \quad m_b = \frac{12,6}{12,95 \cdot \sqrt{12}} = 0,281;$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - 0,520}{12 - 2}} = 0,219.$$

Bulardan:

$$t_a = \frac{77}{24,3} = 3,2; \quad t_b = \frac{0,92}{0,281} = 3,3; \quad t_r = \frac{0,721}{0,219} = 3,3$$

qiymatlarni olamiz. Ko'rinish turibdiki t-statistikaning haqiqiy(t_{haq}) qiymatlari jadval(t_{jad}) qiymatlaridan katta:

$$t_a = 3,2 > t_{jad} = 2,23; \quad t_b = 3,3 > t_{jad} = 2,23; \quad t_r = 3,3 > t_{jad} = 2,23.$$

shuning uchun H_0 gipoteza rad etiladi, ya'ni a, b va r_{xy} lar tasodifan noldan farq qilmaydi, ularning statistik muximligi tasdiqlanadi.

a va b lar uchun ishonch oraliqlarini hisoblaymiz. Buning uchun har bir ko'rsatkich uchun limit xatoliklarini aniqlaymiz:

$$\Delta_a = 2,23 \cdot 24,3 = 54; \quad \Delta_b = 2,23 \cdot 0,281 = 0,62.$$

Ishonch oraliqlarini hisoblaymiz:

$$\gamma_a = 77 \pm 54; \quad \gamma_{a_{min}} = 77 - 54 = 23; \quad \gamma_{a_{max}} = 77 + 54 = 131,0.$$

$$\gamma_b = 0,92 \pm 0,62; \quad \gamma_{b_{min}} = 0,92 - 0,62 = 0,30; \quad \gamma_{b_{max}} = 0,92 + 0,62 = 1,54.$$

Demak ishonch oraliqlari:

$$23,0 \leq \gamma_a \leq 131, \quad 0,30 \leq \gamma_b \leq 1,54.$$

Ishonch oraliqlarining taxlili shuni ko'rsatadi, a va b parametrlar $p=1-\alpha = 0,95$ ehtimollik bilan hisoblangan oraliqlarda nol qiymatga teng bo'lmaydi, ya'ni ular statistik muhim va noldan ancha farq qiladi.

4. Tuzilgan regressiya tenglamasining baholash natijalari uni prognozlash masalalarini yechish uchun qo'llash mumkinligini ko'rsatadi.

Agar yashash minimumining prognoz qiymati $x_p = \bar{x} \cdot 1,07 = 85,6 \cdot 1,07 = 91,6$ ming so'mni tashkil etsa u holda oylik ish haqining prognoz qiymati

$$\hat{y}_p = 77 + 0,92 \cdot 91,6 = 161 \text{ ming so'mni tashkil etadi.}$$

5. Prognozlash xatoligi:

$$m_{\hat{y}_p} = 12,6 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(91,6 - 85,6)^2}{12 \cdot 12,95^2}} = 13,2 \text{ ming so'mga teng.}$$

Prognozning limit xatoligi 95 foiz holatlarda

$$\Delta_{\hat{y}_p} = t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_p} = 2,23 \cdot 13,2 = 29,4 \text{ ming so'mdan oshmaydi.}$$

Prognozning ishonch oralig'i:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = 161 \pm 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = 161 - 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = 161 + 29,4$$

$$131,6 \leq \gamma_{\hat{y}_p} \leq 190,4.$$

Prognoz qilingan o'rtacha oylik ish haqini 95 foiz($p=1-\alpha = 1-0,05=0,95$) ishonchli deyish mumkin, lekin u aniq qiymat emas. Chunki ishonch oralig'inining quyi va yuqori chegaralari nisbati 1,44 martaga teng, ya'ni

$$D_\gamma = \frac{\gamma_{\hat{y}_{max}}}{\gamma_{\hat{y}_{min}}} = \frac{190,4}{131,6} = 1,44.$$

3-misol.

Bir turdag'i mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar guruhlari bo'yicha mahsulot birligi tannarxi u ning jadvalda keltirilgan omillarga qanday bog'liqligi haqidagi ma'lumotlar berilgan:

1.8-jadval

Omil belgi	Juft regressiya tenglamasi	Omilning o'rtacha qiymati
Ishlab chiqarish hajmi, mln. so'm, x_1	$\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$	$\bar{x}_1 = 2,64$
Mahsulot birligi mexnat sig'imi, kishi/soat, x_2	$\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$	$\bar{x}_2 = 1,38$
Bir tonna yoqilg'inining ulgurji bahosi, mln. so'm, x_3	$\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$	$\bar{x}_3 = 1,50$
Foydaning davlatga o'tkaziladigan ulushi, %, x_4	$\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$	$\bar{x}_4 = 26,3$

Topshiriq:

- Elastiklik koeffitsienti yordamida har bir omilni natijaga ta'sir kuchini aniqlang.
- Omillarni ta'sir kuchlari bo'yicha ranjirlang.

Yechish

1. $\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$ – teng tomonli giperbola tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_1} = f'(x_1) \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = -\frac{b}{\bar{x}_1^2} \cdot \frac{\bar{x}_1}{a + b / \bar{x}_1} = -\frac{b}{a \cdot \bar{x}_1 + b} = -\frac{58,74}{0,62 \cdot 2,64 + 58,74} = -0,97\%.$$

$\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$ – to'g'ri chiziq tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_2} = f'(x_2) \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{b \cdot \bar{x}_2}{a + b \cdot \bar{x}_2} = \frac{9,83 \cdot 1,38}{9,30 + 9,83 \cdot 1,38} = 0,59\%.$$

$\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$ – darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_3} = f'(x_3) \frac{\bar{x}_3}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}_3^{b-1} \cdot \frac{\bar{x}_3}{a \cdot \bar{x}_3^b} = b = 1,63\%.$$

$\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$ – darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_4} = f^!(x_4) \frac{\bar{x}_4}{y} = a \cdot b^{\bar{x}_4} \cdot \ln b \cdot \frac{\bar{x}_4}{a \cdot b^{\bar{x}_4}} = \ln b \cdot \bar{x}_4 = \ln 1,016 \cdot 26,3 = 0,42\%.$$

2. \overline{E}_{yx_i} larning qiymatlarini o'zaro taqqoslab, x_j larni maxsulot birligi tannarxiga ta'sir kuchlari bo'yicha ranjirlaymiz:

$$a) \overline{E}_{yx_3} = 1,63\%; \quad b) \overline{E}_{yx_2} = 0,59\%;$$

$$v) \overline{E}_{yx_4} = 0,42\%; \quad g) \overline{E}_{yx_1} = -0,97\%.$$

Korxonalar guruhi maxsuloti tannarxining shakllanishida yoqilg'i bahosi omili eng asosiy o'rinni egallaydi, keyingi o'rinni esa maxsulot birligi mehnat sig'imi va foydaning davlatga to'lanadigan ulushi. Ishlab chiqarish hajmi omili esa tannarxni kamayishiga olib keladi: ishlab chiqarish hajmining 1 foizga o'sishi maxsulot birligi tannarxini 0,97 foizga kamayishiga olib keladi.

4-misol.

20 ta oilaning yashash sharoitini o'rtacha jon boshiga to'g'ri keladigan daromadga bog'liqligini o'rganish natijalari quyidagicha tavsiflangan:

regressiya tenglamasi: $\hat{y}_x = 2 \cdot x^{0,3}$;

korrelyatsiya indeksi: $\rho_{xy} = 0,9$;

qoldiq dispersiya: $\sigma_{qol}^2 = 0,06$.

Topshiriq:

Olingan natijalarni dispersion tahlil qiling.

Yechish

1.9-jadval

y ning variatsiyasi	Erkinlik darjasini soni	Chetlanishlar kvadratlari yig'indisi, s	Bitta erkinlik darajasiga dispersiya, σ	F_{haq}	F_{jad} $\alpha = 0,05$, $k_1=1, k_2=18$

Umumiy	$df = n - 1 = 19$	6,316	-	-	-
Haqiqiy	$k_1 = m = 1$	5,116	5,116	76,7	4,41
Qoldiq	$k_2 = n-m-1=18$	1,200	0,0667	-	-

$$S_{qol} = \sigma_{qol}^2 \cdot n = 0,06 \cdot 20 = 1,2;$$

$$S_{umum} = S_{qol} \cdot (1 - \rho_{xy}^2) = 1,2 \cdot (1 - 0,81) = 6,316;$$

$$S_{haq} = 6,316 - 1,2 = 5,116;$$

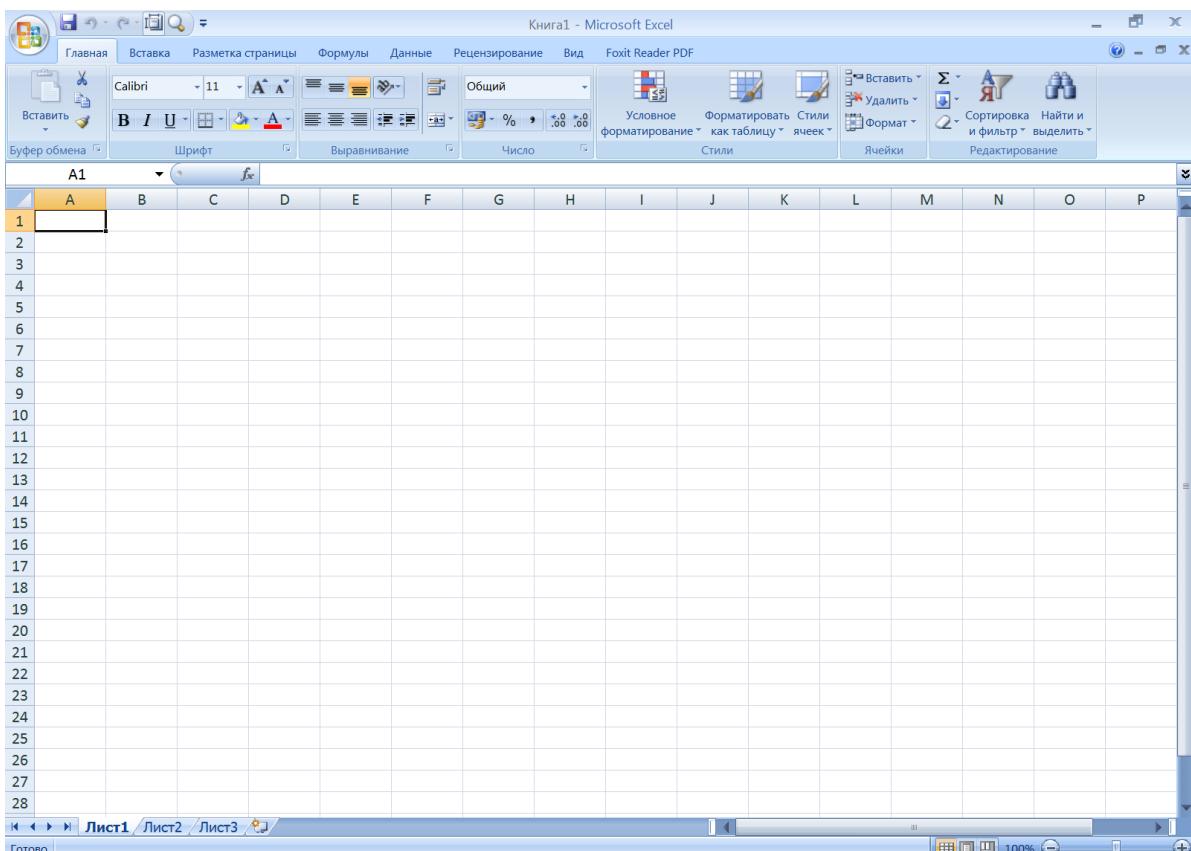
$$F_{haq} = \frac{0,9^2}{1 - 0,9^2} \cdot \frac{18}{1} = 76,7.$$

$F_{haq} = 76,7 > F_{jad} = 4,4$ munosabat o'rinli bo'lganligi sababli, omil(haqiqiy) va qoldiq dispersiyalarning farqlanishini tasodifiyligi haqidagi gipoteza o'rinli emas. Bu farqlanishlar muxim, statistik nuqtai nazardan axamiyatli, tenglama ishonarli, ahamiyatli, bog'lanish zichligi ko'rsatkichi ishonchli va oilalarning yashash sharoiti o'rtacha jon boshiga to'g'ri keladigan daromad miqdoriga bog'liqligini ifodalaydi.

1.3. Namunaviy misollarni kompyuterda Yechish

Barcha ekonometrik masalalarni bir nechta kompyuter dasturlaridan foydalanib ishlash mumkin. Jumladan, MS Excel, Stata, Minitab, R studio kabi dasturlarda ekonometrik masalarni yechish hamda ularning yechimlarini grafiklarda tasvirlash imkoniyatlari mavjud. Ushbu qo'llanmada **MS Excel** dasturida ekonometrik masalarni ishlash va tahlil qilish yo'llari ko'rsatilib berilgn.

Masalani kompyuterda ishlash uchun dastlab MS Excel dasturini ishga tushiramiz. So'ngra **Пуск – Программи- MS Office – MS Excel** buyruqlarini ketma ket tanlab MS Excel dasturini ishga tushiriladi. Dastur ishga tushganda 1.1-rasmdagi ish oynasi ochiladi yani kompyutering ish oynasida Kniga1 oynasi hosil bo'ladi. Ishni davom ettirish uchun uni saqlash talab qilinadi. Buning uchun F12 tugmasi bosiladi.

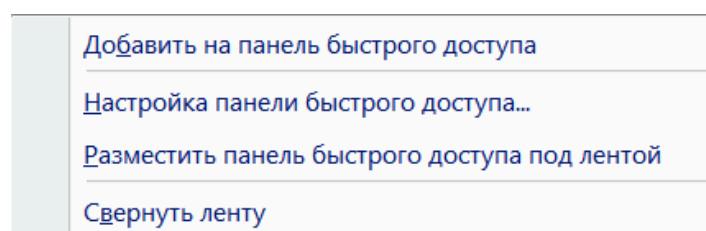


1.1- rasm. MS Excel dasturining ishchi oynasi

MS Excel dasturida ekonometrik masalalarni yechish uchun mo’ljallangan buyruglar jamlanmasini hosil qilinadi.

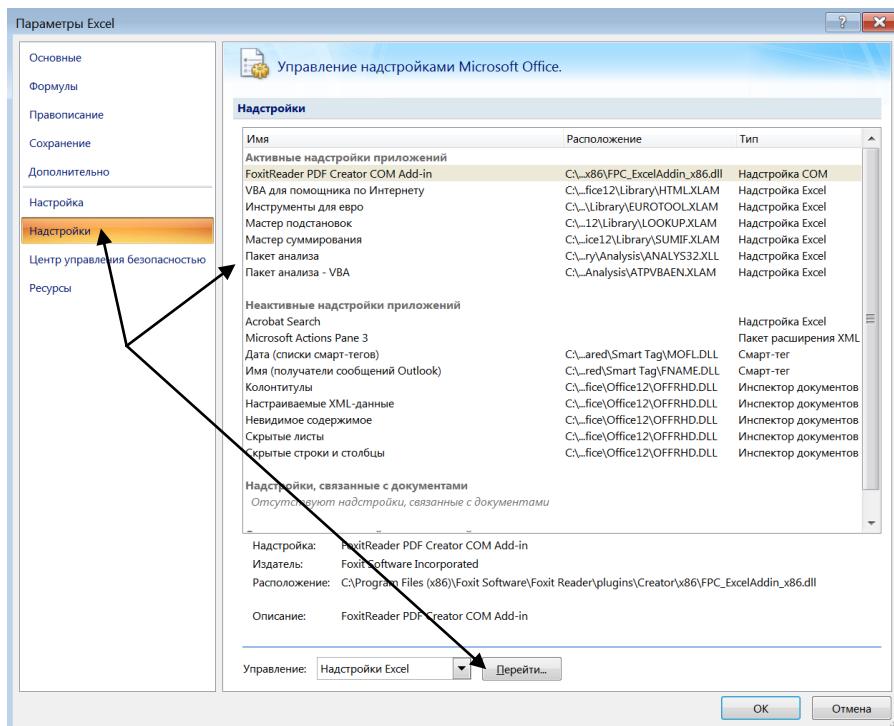
Quyidagi amallar ketma ketligi bajarilsa zarur buyruqlar ishga tushadi.

1. Buyruqlarni ishga tushurish uchun sichqonchani menyular qatorining ixtiyoriy joyida qo’yib uning o’ng tugmasi bosiladi natijada quyidagi darcha hosil bo’ladi (1.2-rasm).



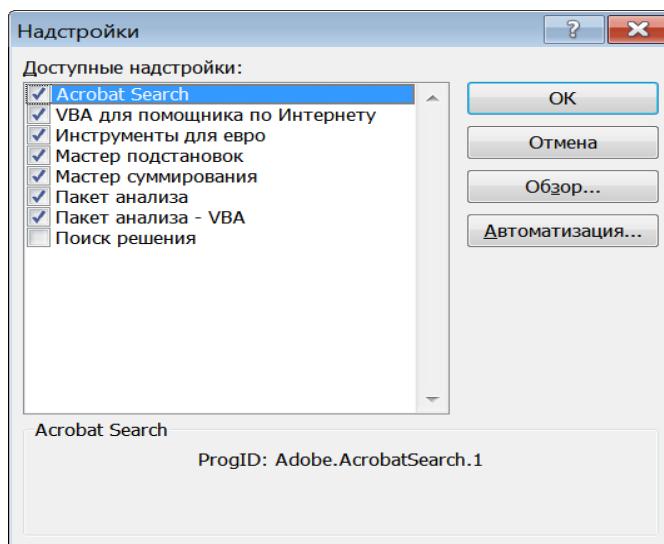
1.2-rasm. Buyruqlar to’plami

2. Hosil bo’lgan darchadan “**Настройка панели быстрого доступа**” buyrug’ini tanlanadi va quyidagi darcha hosil bo’ladi (1.3-rasm).



1.3-rasm. “Надстройка” оynasiga o’tish

3. Keyingi ketma-ketlikda hosil bo’lgan oynada (1.3-rasmida) “Надстройки”, undan so’ng “Пакет анализа”ni va “Перейти” buyruqlari belgilanib “OK” tugmasi bosiladi. Natijada quyidagicha darcha hosil bo’ladi (1.4-rasm).



1.4 rasm. “Надстройка” оynasi

4. 1.4-rasmida korsatilgan darcha hosil bo’lgandan so’ng “Пакет анализа” buyrug’i tanlab olinadi va “OK” tugmasi bosiladi. So’ng ekonometrik masalalarini yechish uchun mo’ljallangan buyruqlar to’plami ishga tushish jarayoni boshlanadi va biroz kutiladi. Agar yuqoridagi ishlar ketligi to’g’ri bajarilsa MS Excel

menyular qatorining “**Данные**” menyusing buyruqlar qatorining eng oxirgi qismida “**Анализ данных**” buyrug’i hosil bo’ladi. “**Анализ данных**” buyrug’i ichida masalalarni yYechish uchun mo’ljallangan buyruqlar to’plami mavjud. Ushbu tugma bosilganda bir necha buyruqlar ketma ketligi hosil bo’ladi. Buyruqlardan foydalanib korrelatsion, regression tahlilni va vaqtli qatorlarni tuzishni amalga oshirishimiz mumkin. “**Анализ данных**” buyrug’i faqat bir marta hosil qilinadi. Agar avval hosil qilingan bo’lsa, uni qaytadan ishga tushirish shart emas.

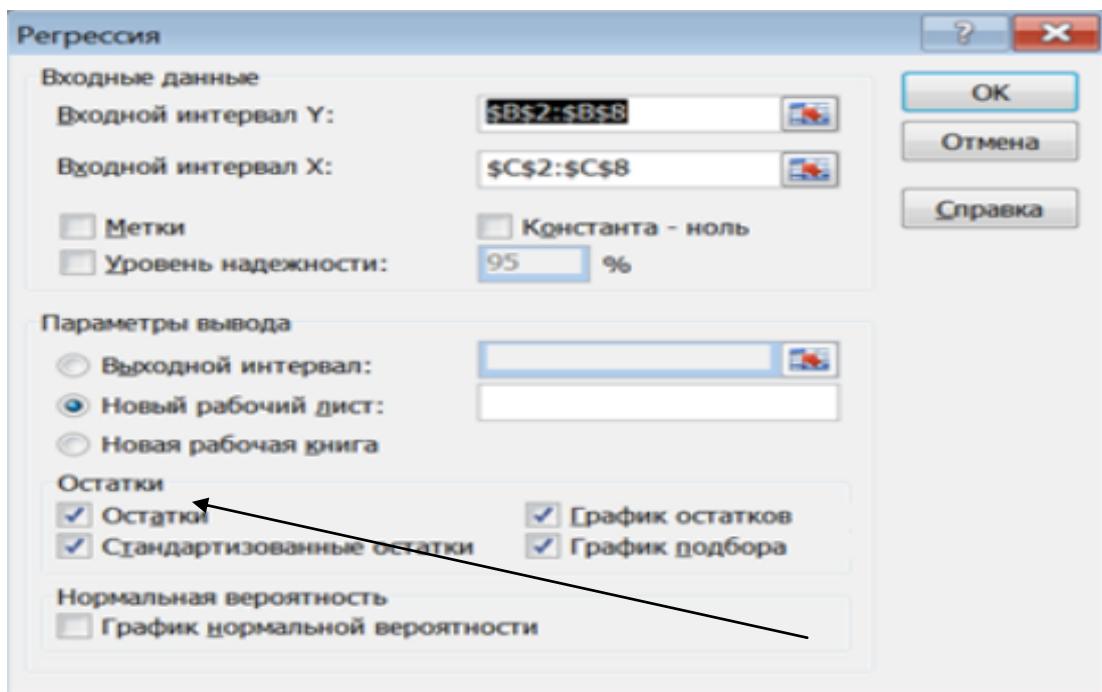
Yuqoridagi 1-misolni **MS Excel** dasturi yordamida yYechishni ko’rib chiqamiz.

1.a. $y = a + b \cdot x$ chiziqli regression modelni tuzamiz. Buning uchun 1- misoldagi ma’lumotlar **MS Excel** dasturiga kiritiladi. Natijaviy belgi, ya’ni y ni ma’lumotlarini B ustuniga B2 qatoridan B8 qatorigacha yozib chiqamiz. Omil belgi ma’lumotlarini C ustunga C2 qatoridan C8 qatorigacha yozib chiqamiz (1.5 - rasm).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1		x	y																				
2		45,1	68,8																				
3		59	61,2																				
4		57,2	59,9																				
5		61,8	56,7																				
6		58,8	55																				
7		47,2	54,3																				
8		55,2	49,3																				
9																							
10																							
11																							
12																							
13																							
14																							
15																							
16																							
17																							
18																							
19																							
20																							
21																							
22																							
23																							
24																							
25																							
26																							
27																							
28																							
29																							
30																							
31																							

1.5-rasm. Ma’lumotlarni kiritish

So'ngra “Анализ данных” buyruqilar ichidan “Регрессия” buyrug'ini tanlanib unga sichqonchni qo'yib tugmacha bosiladi va natigada quyidagi darcha hosil bo'ladi 1.6-rasm).



1.6- rasm. “Регрессия” oynasi

1.5 rasmdagi ish oynasidan ko'rinib turibdiki, natijaviy belgi ma'lumotlari yo'zilgan kataklar raqamlari **Входной интервал Y:** ro'parasidagi oynachaga ko'chiriladi. Buning uchun kursov ko'chriladigan ish oynasiga bosiladi va kursov bilan natijaviy belgi ma'lumotlari yozilgan B2-B8 kataklar belgilanadi. Shundan so'ng natijaviy belgi ma'lumotlari yo'zilgan kataklar raqami oynachada paydo bo'ladi. Xuddi shu tartibda omil belgi ma'lumotlari yozilgan kataklar **Входной интервал X:** ro'parasidagi oynachga yoziladi. Ishonch oralig'i (Uroven nadejnosti) uchun 95% tanlanadi. **Остатки** qismidagi barcha buyruqlar belgilanadi. “OK” tugmasi bosilgandan so'ng regression taxlilning natigalari yoritilgan quyidagi ko'rinishidagi oyna hosil bo'ladi (1.7-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,353257293					
5	R-квадрат	0,124790715	I				
6	Нормированный R-квадрат	-0,050251142					
7	Стандартная ошибка	6,351507436					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	28,76033785	28,76033785	0,712919283	0,4369945	II
13	Остаток	5	201,7082336	40,34164671			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	76,87708484	22,62016613	3,398608321	0,019280151	18,73009669	135,0240
18	Переменная X1	-0,345926604	0,409697942	-0,844345476	0,436999565	-1,399088692	0,707235484

1.7-rasm. Regressiya natijasi

Tahlil natijalariga diqqat bilan ahamiyat beradigan bo'lsak, natijalar uch qismdan tashkil topganini ko'rishimiz mumkun.

I-qism Регрессионная статистика(regression statistika) deb nomlangan bo'lib, bu qismda **Множественный R** (korrelatsiya koeffitsiyenti), **R-квадрат** (determinatsiya koeffitsiyenti), **Нормированный R-квадрат** (tuzatilgan determinatsiya koeffitsiyenti), **Стандартная ошибка** (regressiya tenglamasining standart xatosi) va **Наблюдения** (kuzatishlar soni) haqida ma'lumotlar berilgan.

Ushbu ko'rsatkichlarni birin ketin ko'rib chiqamiz.

1. Множественный R 0,353257.

Ushbu ko'rsatkich korrelatsiya koeffitsiyenti $r_{yx} = 0,353$ ekanligini bildiradi.

2. R-квадрат 0,124791.

Ushbu ko'rsatkich determinatsiya koeffitsiyentini $r^2_{yx} = 0,125$ ekanligini anglatadi.

3. Нормированный R-квадрат -0,05025

Tuzatilgan determinatsiya koeffitsiyentini $\tilde{R}^2 = -0,05$ ekanligini anglatadi.

4. Стандартная ошибка 6,351507

Regressiya tenglamasining standart xatosi $\bar{A} = 6,35$ ga teng ekan.

Kuzatishlar soni $n = 7$ ga tengligini ko'rsatadi.

II-qism Дисперсионный анализ deb nomlangan bo'lib, ushbu qismda regressiya tenglamasining dispersiyasi, qoldiq dispersiyasi, umumi dispersiya, F-test ma'lumotlari berilgan.

Ushbu qismda «**Регрессия**»ning ro'parasidagi (df) B12 katakdagi 1 soni regressiya tenglamasidagi omil belgi sonini anglatadi. «**Остаток**»ning ro'parasidagi B13 katakdagi 5 ($n-m-1$) soni erkin o'zgaruvchilar sonini. Bunda n kuzatuvlar soni, m esa omillar sonini anglatadi. Bizni misolimizda $n=7$ va $m=1$. B14 katakda esa B12 va B13 kataklardagi sonlarning yig'indisi. C12,C13,C14 kataklardagi (SS) raqamlar mos ravishda natigaviy belgi (y) va omil belgilar (x_i)ning o'rtachalaridan og'ishlari va ularning yig'indisi. D12, D13 kataklardagi (MS) raqamlar esa ularning o'rtachalari – dispersiyasi. E12 katakdagi (F) raqam Fisherning F-kriteriyasini hisoblangan qiymati, F12 katakdagi (Znachimost F) raqam Fisherning F-kriteriyasining jadval qiymati.

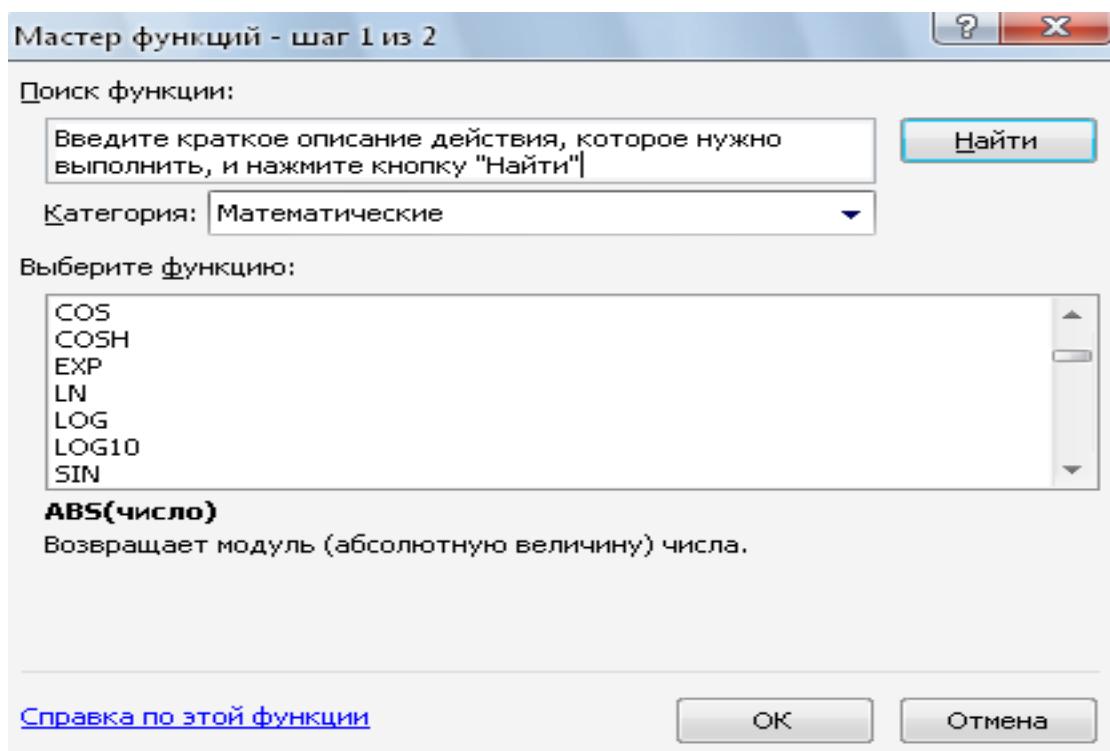
III qismda regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari haqida ma'lumotlar berilgan. Har bir koeffitsiyentning qiymati, koeffitsiyentlarning standart xatosi, t-test qiymatlari, ishonch oralig'lari berilgan.

B17 katakdagi raqam regressiya tenglamasidagi “ a ” koeffitsiyentni qiymati. **B18** katakdagi raqam “ b ” koeffitsiyentning qiymati. **C17** va **C18** kataklardagi raqamlar mos ravishda “ a va b ” koeffisiyentlarning standart xatolari. **D17** va **D18** kataklardagi raqamlar mos ravishda “ a va b ” koeffisiyentlarning hisoblangan t-statistika qiymatlari, **E17** va **E18** kataklardagi raqamlar esa Styudent kriteriyasi jadvalidagi t-test yani t ning jadval qiymatlari, F16, G16 va F17, G17 kataklardagi raqamlar koeffisiyentlarning yuqori va quyi chegaralarining qiymatlari.

1 b. $y = a \cdot x^b$ –darajali modelni tuzishni ko'rib chiqmiz.

Buning uchun berilgan ma'lumotlarni MS Excel dasturiga kiritamiz (1.5-rasm). Kiritilgan ma'lumotlar (x va y) ni logarifmlash uchun 1.5-rasmdagi oynada

buyruqlar qatori tagida joylashgan qatorda f_x funksiyasini bosamiz, natijada **Мастер функций** (1.8-rasm) oyhasi hosil bo'ladi.



2.8 rasm. Funksiyalarni tanlash

Ushbu oynadagi **Категория** darchasida **Математические** buyrug'ini tanlanadi. So'nra **Выберите функцию** darchasidan **LOG10** funksiyasini topib, belgilab **OK** tugmasi bosiladi, natijada **Аргументы функции** oynasi ochiladi (1.9-rasm). Ushbu oynanining **Число** darchasiga logarifmlash kerak bo'lgan ozgaruvchining qiymatlari kiritiladi va **OK** tugmasi bosiladi.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	y	x											
2	68,8	45,1	G10(A2)										
3	61,2	59											
4	59,9	57,2											
5	56,7	61,8											
6	55	58,8											
7	54,3	47,2											
8	49,3	55,2											
9													
10													
11													
12													

Аргументы функции

LOG10

Число A2 = 68,8
= 1,837588438

Возвращает десятичный логарифм числа.

Число положительное действительное число, для которого вычисляется десятичный логарифм.

Значение: 1,837588438

[Справка по этой функции](#)

OK Отмена

1.9-rasm. Logarifmlash oynasi

Hosil bo'ladigan natijani 1.9-rasmdagi oynada yangi katak ochib unga yoziladi va ketma-ket qolgan boshqa o'zgaruvchilar ham shu tartibda logarifmlanadi(1.10 - rasm).

	A	B	C	D	E
1	y	x	log y	log x	
2	68,8	45,1	1,83759	1,65418	
3	61,2	59	1,78675	1,77085	
4	59,9	57,2	1,77743	1,7574	
5	56,7	61,8	1,75358	1,79099	
6	55	58,8	1,74036	1,76938	
7	54,3	47,2	1,7348	1,67394	
8	49,3	55,2	1,69285	1,74194	
9					
10					
11					
12					

1.10-rasm. Logarifmlash natijalari

Logarifmlangan ma'lumotlar asosida korrelyatsion-regression tahlil amalga oshiriladi (1.11-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,34018966					
5	R-квадрат	0,115729005					
6	Нормированный R-квадрат	-0,061125194					
7	Стандартная ошибка	0,047222531					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	0,001459235	0,001459235	0,654375216	0,455305837	
13	Остаток	5	0,011149837	0,002229967			
14	Итого	6	0,012609072				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	2,278828547	0,64102796	3,554959672	0,016301475	0,631013717	3,926643377
18	Переменная X1	-0,298424105	0,368910043	-0,808934618	0,455305837	-1,246737561	0,649889351

1.11-rasm. Regressiya natijalari

Rasmdagi natigalardan ko'rinish turibdiki a parametrning qiymati 2,278ga, b parametrning qiymati esa -0,298 ga teng. Bu natija yuqoridagi hisoblashlarni to'g'ri bajarilganligini ko'rsatadi.

1v. $y = a \cdot b^x$ - ko'rsatkichli egri chiziq modelini tuzish.

Modelni tuzish uchun y ni logarifmlab olamiz (1.12-rasm).

	A	B	C	D
1	y	x	logy	x
2	68,8	45,1	1,837588	45,1
3	61,2	59	1,786751	59
4	59,9	57,2	1,777427	57,2
5	56,7	61,8	1,753583	61,8
6	55	58,8	1,740363	58,8
7	54,3	47,2	1,7348	47,2
8	49,3	55,2	1,692847	55,2

1.12- rasm. O'zgaruvchilarni logarifmlash

Hosil bo'lgan ma'lumot asosida korrelyatsion-regression tahlilni amalga oshiramiz. Tahlil natijasi 1.13-rasmda berilgan. Rasmdan korrelyatsiya koeffitsenti $\rho_{xy} = 0,32$, $a = 1,887$ va $b = -0,003$ ga teng ekanini ko'rishimiz mumkin.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,320033981					
5	R-квадрат	0,102421749					
6	Нормированный R-квадрат	-0,077093901					
7	Стандартная ошибка	0,047591685					
8	Наблюдения	7					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	0,001292266	0,001292266	0,570544959	0,484083813	
13	Остаток	5	0,011324842	0,002264968			
14	Итого	6	0,012617109				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	1,887787745	0,169492333	11,13789463	0,00010174	1,452093832	2,323481657
18	Переменная X 1	-0,002318798	0,003069856	-0,755344265	0,484083813	-0,010210115	0,005572519

1.13-rasm. Korrelyatsion-regression tahlil natijalari

1g. $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$ teng tomonli giperbolik tuzamiz

Ushbu misolni kompyuterda yechish uchun $1/x$ ni qiymatlarini hisoblab olinadi (1.14-rasm).

	A	B	C	D
1	y	x	$z=1/x$	
2	68,8	45,1	0,022173	
3	61,2	59	0,016949	
4	59,9	57,2	0,017483	
5	56,7	61,8	0,016181	
6	55	58,8	0,017007	
7	54,3	47,2	0,021186	
8	49,3	55,2	0,018116	
9				

1.14-rasm. Hisoblash natijalari

Yechimning kompyuter variant 1.15-rasmida keltirilgan.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,392245897					
5	R-квадрат	0,153856844					
6	Нормированный R-квадрат	-0,015371787					
7	Стандартная ошибка	6,245148588					
8	Наблюдения	7					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	Значимость F	
12	Регрессия	1	35,45916701	35,45916701	0,909165563	0,384124191	
13	Остаток	5	195,0094044	39,00188088			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	38,43533684	20,53500492	1,871698448	0,120151062	-14,35157379	91,22224747
18	Переменная X1	1054,669864	1106,101669	0,953501737	0,384124191	-1788,654995	3897,994722

1.15-rasm. Regression tahlil natijalari

2-misolni Ms Excel dasturidagi yechimi (1.16-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,721025214					
5	R-квадрат	0,519877359					
6	Нормированный R-квадрат	0,471865095					
7	Стандартная ошибка	12,5495908					
8	Наблюдения	12					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	Значимость F	
12	Регрессия	1	1705,327706	1705,327706	10,82801173	0,008141843	
13	Остаток	10	1574,922294	157,4922294			
14	Итого	11	3280,25				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	76,9764852	24,21156138	3,179327594	0,009830668	23,02976485	130,9232056
18	Переменная X1	0,920430553	0,279715587	3,290594434	0,008141843	0,297185389	1,543675716

1.16- rasm. Regression tahlil natijalari

Kompyuterda Ms Excel dasturida amalga oshirilgan hisoblashlarning natigalari yuqorida olingan natigalar bilan aynan bir xil. Y'ni, korrelyatsiya koeffitsentining qiymati (B4-katakda) $r_{xy} = 0,72$ ga, a parametrning qiymati (B17-katakda) 76,98; b parametrning qiymati (B18-katakda) 0,92ga teng. a parametr qiymatining o'zgarish chegarasi F17,G17- kataklarda, b parametr qiymatining o'zgarish chegarasi F18,G18- kataklarda joylashgan. Demak, hisoblashlar to'g'ri bajarilgan.

5-misol.

Qandolat ishlab chiqaruvchi sexda bir ish kunida har bir sarflangan soat davomida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi kuzatilib quyidagi ma'lumotlar olingan:

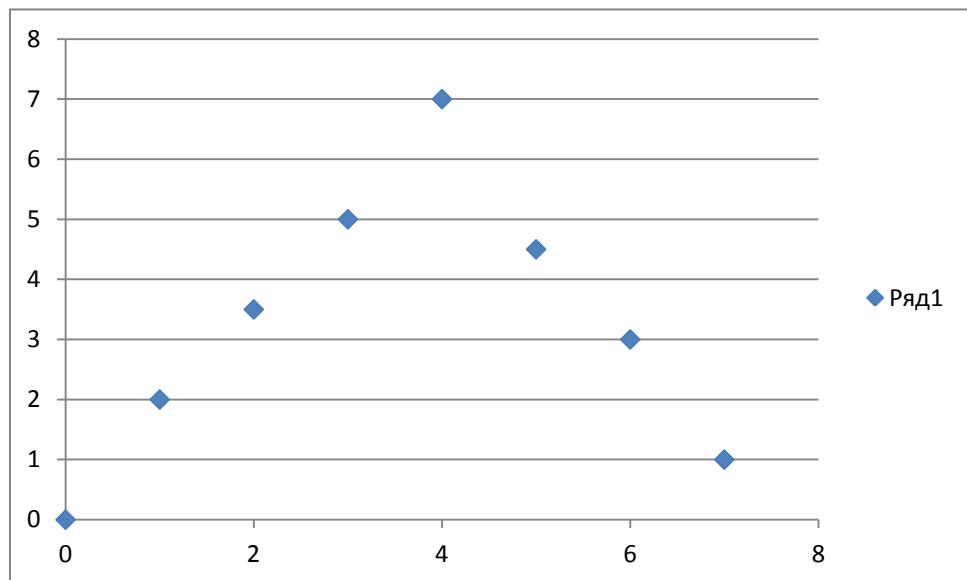
Sarflangan ish vaqtি, soat (x)	0	1	2	3	4	5	6	7
Mahsulot hajmi, mln. so'm (y)	0	2	3,5	5	7	4,5	3	1

Topshiriq:

1. Olingan ma'lumotlarni grafikda tasvirlang va ko'rsatkichlarning bog'lanish shaklini aniqlang.
2. y ni x ga juft regressiyasining chiziqsiz tenglamasini tuzing.
3. Juft korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang.
4. Tuzilgan regressiya tenglamasini va uning parametrlarini statistik ma'nodorligini baholang.

Yechish

1. Ma'lumotlarni grafikda tasvirlash uchun MS Excel dasturiga kirib **Вставка** menyusidan **Графики** burug'iga murojaat qilamiz va quyidagi 1.17-rasmida tasvirlangan chizmani olamiz.



1.17-rasm. Ma'lumotlarni grafikdagi tasviri

Grafikdan ko'rinish turibdiki, ma'lumotlar teng tomonli parabolani aks ettiradi, bu esa ikkinchi darajali parabola tenglamasi bilan ifodalanadi.

Ikkinchi darajali parabola tenglamasi:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \varepsilon,$$

bu tenglamaning parametrlari (a_0, a_1, a_2) quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechishib aniqlanadi:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

2. Parametrlar va korrelyatsiya koeffitsientining qiymatlarini aniqlash hamda regressiya tenglamasini tuzish uchun MS Excel dasturiga murojat qilamiz. Ma'lumotlarni kiritish **A** ustunga x omil belgining qiymatlaridan boshlanadi va **B** ustunda x^2 ning qiymatlari hisoblanib yoziladi hamda **C** ustunga y natigaviy belgining qiymatlari yoziladi (1.18-rasm). So'ngra **MS Excel** dasturining **Регрессия** buyrug'iga murojaat qilinadi (1.18-rasm).

A	B	C
1	x	x^2
2	0	0
3	1	1
4	2	4
5	3	9
6	4	16
7	5	25
8	6	36
9	7	49
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		

1.18-rasm. Regressiya oynasi

Korrelyatsion-regression hisoblashlar asosida quyidagilar jadval hosil bo'ladi(1.19-rasm).

A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	<i>Регрессионная статистика</i>					
4	Множественны	0,951276642				
5	R-квадрат	0,904927249				
6	Нормированны	0,866898148				
7	Стандартная ош	0,827359541				
8	Наблюдения	8				
9						
10	<i>Дисперсионный анализ</i>					
11		df	SS	MS	F	Значимость F
12	Регрессия	2	32,57738095	16,28869048	23,79565217	0,00278702
13	Остаток	5	3,422619048	0,68452381		
14	Итого	7	36			
15						
16		<i>Коэффициенты стандартная оши t-статистика</i>		P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	-0,458333333	0,696326814	-0,658215832	0,539494134	-2,248298392
18	Переменная X 1	3,202380952	0,464705244	6,891208985	0,000985181	2,007818094
19	Переменная X 2	-0,428571429	0,063832174	-6,714034619	0,001110021	-0,592657256

1.19-rasm. Korrelyatsion-regression hisoblashlar natijalari

1.19-rasmdagi jadval ma'lumotlariga asosan: $a_0=-0,46$; $a_1=3,20$; $a_2=-0,43$ teng.
Demak o'rganilayotgan jarayonning regression modeli quyidagicha:

$$\bar{y}_x = -0.4 + 3.2 \cdot x - 0.4 \cdot x^2.$$

Rasmdagi jadvalning 12, 17., 18, 19-qatordagi ma'lumotlardan xulosa qilish mumkinki, Fisher mezoni bo'yicha H_0 gipoteza rad etiladi, Styudent mezoni bo'yicha regressiya tenglamasi parametrlari statistik ma'noga ega va ularning qiymatlarini o'zgarish chegaralari aniqlangan(F va G ustunlari).

1.4. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Quyidagi regressiya tenglamalari berilgan:

$$1. y = a + bx^3 + \varepsilon, \quad 2. y = a + b \ln x + \varepsilon,$$

$$3. \ln y = a + b \ln x + \varepsilon, \quad 4. y = a + bx^c,$$

$$5. y^a = b + cx^2 + \varepsilon, \quad 6. y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$$

Topshiriq:

Yuqorida keltirilgan regressiya tenglamalarining qaysi biri o'zgaruvchilar bo'yicha chiziqli, qaysi biri parametrlar bo'yicha chiziqli, qaysi biri ham o'zgaruvchilar bo'yicha ham parametrlar bo'yicha chiziqli emasligini aniqlang.

2-masala.

y ning x ga bog'lanishini tavsiflovchi quyidagi regressiya modeli berilgan bo'lsin:

$$y_x = 8 - 7x + \varepsilon.$$

$$r_{xy} = -0,5; \quad n = 20 \text{ ekanligi ham ma'lum bo'lsin.}$$

Topshiriq:

1. Berilgan modelda regressiya koeffitsienti uchun ehtimollikning quyidagi qiymatlarida ishonch oralig'ini tuzing:
 - a) 90% ehtimollik bilan;
 - b) 99% ehtimollik bilan.
2. Olingan natijalarni tahlil qilib, ularning farqlarini tushuntirib bering.

3-masala.

Firma foydasini $y = a \cdot b^x$ funktsiya bilan modellashtirish quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

1.10-jadval

t/r	Firma foydasi, mlrd.so'm, y		t/r	Firma foydasi, mlrd.so'm, y	
	haqiqiy	hisoblangan		haqiqiy	hisoblangan
1	10	11	5	18	20
2	12	11	6	11	11
3	15	17	7	13	14
4	17	15	8	19	16

Topshiriq:

Model sifatini baholash uchun:

- a) approksimatsiya xatoligini aniqlang;
- b) o'r ganilayotgan modeldag'i omil belgi bilan foyda o'rta sidagi bog'lanish zichligini aniqlang;
- v) Fisherning F-kriteriyasini hisoblang.

4-masala.

30 ta savdo tashkiloti bo'yicha maxsulot bahosi $-x$ (ming so'm) va savdo tashkilotining foydasi-y (mln. so'm) ko'rsatkichlari orasidagi bog'lanish o'r ganilgan.

Regression modelni baholash natijasida quyidagi dastlabki natijalar olingan:

$$\sum (y_j - \hat{y}_x)^2 = 39000;$$

$$\sum (y_j - \bar{y})^2 = 120000.$$

Topshiriq:

1. Bu ma'lumotlar bilan qanday korrelyatsiya koeffitsientini aniqlash mumkin, tushuntirib bering.
2. Fisher F-kriteriyasi qiymatini hisoblash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. F-kriteriyasining haqiqiy qiymatini jadval qiymati bilan taqqoslang va xulosa qiling.

5-masala.

$y = a \cdot x^b$ bog'lanish o'r ganilgan. O'zgaruvchilarni logarifmlaganda quyidagi ifodalar olingan:

$$\begin{aligned} \sum xy &= 4,2087; & \sum x &= 8,2370; \\ \sum x^2 &= 9,2334; & \sum y &= 3,9310; \\ && \sum (y - \hat{y}_2)^2 &= 0,0014. \end{aligned}$$

Topshiriq:

1. "b" parametrni aniqlang.
2. $\sigma_y = 0,08$ deb faraz qilib korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang va uni muhimligini baholang

6-masala.

15 ta zavod bo'yicha maxsulot hajmi -y (ming dona)ni ishlab chiqarishda band aholi -x(kishi) ga bog'liqligi quyidagicha ifodalangan

Regressiya tenglamasi:	$y = 30 - 0,4x + 0,04 \cdot x^2$
Umumi dispersiyada qoldiq dispersiya ulushi:	20%

Aniqlang:

- a) korrelyatsiya indeksini;
- b) regressiya tenglamasini muhimligini;
- v) band aholining soni 30 kishi bo'lganda elastiklik koeffitsientini.

7-masala.

10 ta bir turdag'i mahsulot ishlab chiqaruvchi zavodda mahsulot birligiga sarflangan material hajmini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga bog'liqligini o'rganish natijalari haqida quyidagi ma'lumotlar berilgan:

1.11-jadval

Ko'rsatkich	Zavodlar bo'yicha maxsulot material sig'imi									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mahsulot birligiga sarflangan material hajmi, kg	9	6	5	4	3,7	3,6	3,5	6	7	3,5
Ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi, ming birlikda	100	200	300	400	500	600	700	150	120	250

Topshiriq:

1. $y = a + \frac{b}{x}$ tenglamaning parametrlarini aniqlang.
2. Korrelyatsiya indeksi yordamida bog'lanish zichligini aniqlang.
3. Maxsulot material sig'imining o'zgarishini elastikligini tavsiflang.
4. Regressiya tenglamasining muhimligi haqida xulosa qiling.

8-masala.

Viloyatning 20 ta fermer xo'jaliklari bo'yicha quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar olingan:

1.12-jadval

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	Variatsiya koeffitsienti
Hosildorlik, ts/ga	50	25
1ga ekin maydoniga berilgan o'g'it, kg	10	15

Fisher F-kriteriyasining haqiqiy qiymati 50ga teng.

Topshiriq:

1. Chiziqli determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing.
3. Elastiklikning umumiy koeffitsientini toping.
4. Ekin maydoniga berilgan o'g'itnig o'rtacha miqdoriga nisbatan 10 foizga oshirilganda hosildorlikni 0,95 ehtimollik bilan bo'lishi mumkin bo'lган qiymatini ishonch oralig'ini toping.

9-masala.

12 ta savdo do'konlarining sotilgan mahsulotlari hajmi y (ming dollar) ning reklama xarajatlari x (ming dollar) ga bog'liqligi quyidagilar bilan tavsiflanadi:

$$\text{Regressiya tenglamasi: } y = 10,6 + 0,6x .$$

$$x \text{ bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish: } \sigma_x = 4,7.$$

$$y \text{ bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish: } \sigma_y = 3,4.$$

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Regressiya tenglamasini muhimligini baholash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. Regressiya koeffitsientini baholashning standart xatoligini toping.
4. Styudent t-kriteriysi orqali regressiya koeffitsientining muhimligini baholang.
5. 0,95 ehtimollik bilan regressiya koeffitsienti uchun ishonch oralig'ini aniqlang.

10-masala.

Bir xil turdag'i mahsulot ishlab chiqaruvchi 8 ta zavod bo'yicha mahsulot birligi tannarxi u (mln.so'm)ning texnik ta'minlanganlik darajasi x (mln.so'm)ga bog'lanishini ifodalovchi $y = 25 + \frac{800}{x}$ regressiya tenglamasi tuzilgan. Umumiyl dispersiyada qoldiq dispersiyaning ulushi 0,19 ni tashkil etadi.

Topshiriq:

1. Ishlab chiqarish fondlarining narxi 200 mlrd. so'm bo'lsin deb faraz qilgan holda elastiklik koeffitsientini hisoblang.
2. Korrelyatsiya indeksini aniqlang.
3. Fisher F-kriteriyasini hisoblang va regressiya tenglamasini baholang.

11-masala.

Mamlakatning 20 ta hududi bo'yicha ishsizlik darajasi- y (%)ni iste'mol bahosi indeksi - x (avvalgi yilga nisbatan %)ga bog'liqligi o'rganilgan. Berilgan ko'satkichlarning logarifmlari orasidagi korrelyatsiya koeffitsienti $r_{\ln x \ln y} = 0,8$. Ko'rsatkichlarni logarifmik qiymati quyidagi jadvalda berilgan:

1.13-jadval

Ko'rsatkich	$\ln x$	$\ln y$
O'rtacha qiymati:	0,6	1,0
O'rtacha kvadratik chetlanish:	0,4	0,2

Topshiriq:

1. Ishsizlik darajasini iste'mol bahosi indeksiga bog'liqligining regressiya tenglamasini darajali funktsiyalar ko'rinishida yozing.
2. Regressiya tenglamasida elastiklik koeffitsientini tavsiflab bering.
3. Determinatsiya koeffitsienti qiymatini aniqlang va uning ma'nosini tushuntiring.

12-masala.

Savdo korxonasining analitik bo'limi tomonidan 19 ta savdo nuqtalarida O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talab o'rganib chiqilgan. To'plangan ma'lumotlar bo'yicha har bir savdo nuqtasida sotilgan televizorlar soni- y va televizorlarning narxi- x o'rtaqidagi bog'lanish o'rganilgan va taxlil qilinib quyidagi bog'lanish olingan:

$$\ln y = 10,5 - 0,8 \ln x + \varepsilon.$$

Olingen tenglamada ozod had $a(10,5)$ va korrelyatsiya koeffitsienti $b(0,8)$ parametrlarining Styudent t-kriteriyasi uchun haqiqiy qiymatlari mos ravishda 2,5 va -4,0ga teng.

Topshiriq:

Savdo korxonasi raxbaryati kuzatuv o'tkazishdan avval O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talabning narxga nisbatan elastikligi 0,9 bo'lsa kerak deb taxmin qilingan edi. Kuzatuv natijalari bo'yicha rahbariyatning taxmini to'g'riligi isbotlandimi yoki yo'qmi?

13-masala.

Mamlakat tumanlari bo'yicha ma'lum bir yil uchun quyidagi ma'lumatlar berilgan:

1.14-jadval

Tumanlar	Jon boshiga iste'mol uchun harajatlar, ming so'm, y	Jon boshiga pul daromadlari, ming so'm, x
Shimoliy tumanlar		
1	596	913
2	417	1095
3	354	606
4	526	876
5	934	1314
6	412	593
7	525	754
8	367	528
Janubiy tumanlar		
1	364	520
2	336	539
3	409	540
4	452	682
5	367	537
6	328	589
7	460	626
8	380	521
9	439	626
10	344	521

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli haqida gipotezani keltirib chiqaring.

2. Chiziqli, darajali, eksponentsiyal, yarimlogarifmik, teskari, giprbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
 3. Korrelyatsiya va determinatsiya ko'rsatkichlari orqali bog'lanish zichligini baholang.
 4. O'rtacha (umumiy) elastiklik koeffitsientini hisoblang.
 5. Approksimatsyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
 6. Fisher kriteriysi yordamida regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchlilagini baholang.
 7. 4, 5 va ushbu punktlarda hisoblangan ko'rsatkichlar qiymatlari asosida eng yaxshi regressiya tenglamasini tanlang.
 8. Agar omil belgining prognoz qiymati uning o'rtachasidan 4%ga ko'paysa, natijaning kutilayotgan qiymatini hisoblang. Muhimlik qiymati $\alpha = 0,05$ uchun prognoz qiymatining ishonch oralig'ini aniqlang.
- Olingan natijalarni baholang, xulosani yozma shaklda ifodalang.

14-masala.

O'rtacha oylik mehnat unumdorligini ishchilarining yoshiga bog'liqligi $y = a + bx + cx^2$ model bilan tavsiflanadi. Modelning qo'llanilishi quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

1.15-jadval

t/r	Ishchilarining mehnat unumdorligi, mln.so'm, y		t/r	Ishchilarining mehnat unumdorligi, mln.so'm, y	
	haqiqiy	Hisoblangan		haqiqiy	hisoblangan
1	12	10	6	11	12
2	8	10	7	12	13
3	13	13	8	9	10
4	15	14	9	11	10
5	16	15	10	9	9

Topshiriq:

Korrelyatsiya indeksi, approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi va Fisher F-kriteriyasini hisoblab modelni sifatini baholang.

15-masala.

Mamlakatning xududlari bo'yicha 2017 yilda aholining jon boshiga umumiyl pul daromadlaridagi jamg'armaga ajratilgan qismining ulushi va aholining o'rtacha oylik ish haqi to'g'risida shartli ma'lumotlar berilgan:

1.15-jadval

t/r	Xududlar nomi	Aholining jon boshiga umumiyl pul daromadlaridagi jamg'armaga ajratilgan qismining ulushi, %(y)	Aholining o'rtacha oylik ish haqi, ming so'm(x)
1	Qoraqalpog'iston Respublikasi	6,9	1235
2	Andijon	8,7	965
3	Buxoro	6,4	896
4	Jizzax	8,4	821
5	Qashqadaryo	7,5	921
6	Navoiy	9,0	1092
7	Namangan	7,5	845
8	Samarqand	8,3	965
9	Surxondaryo	6,5	900
10	Sirdaryo	5,2	816
11	Toshkent viloyati	9,9	987
12	Farg'ona	8,3	863
13	Xorazm	6,7	1052
14	Toshkent shahri	12,2	893

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli bo'yicha gipotezani ifodalang.
2. Chiziqli, darajali, teskari, yarimlogarifmik, giperbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.

3. Har bir regressiya tenglamasida korrelyatsiya va determinatsiya koeffitsientlari yordamida bog'lanish zichligini baholang.
4. O'rtacha (umumiy) elastiklik koeffitsienti yordamida omil belgining natijaviy belgi bilan bog'liqligini taqqoslama bahosini bering.
5. Approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
6. Regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchlilagini Fisher F-kriteriysi yordamida baholang. Olingan natijalar asosida eng maqbul regressiya tenglamasini tanlang.
7. Omil belgining qiymati o'rtachasiga nisbatan 10foizga ko'payganda natijaviy belgining prognoz qiymatini hisoblang. Muhimlik darajasi $\alpha = 0,05$ uchun prognoz qiymatining ishonch oralig'ini toping.
8. Olingan natijalarni baholang va xulosa qiling.

16-misol.

Korxonada o'n sakkiz oylik reklama xarajatlari va daromadlar to'g'risida ma'lumotlar berilgan. MS Excel dasturidan foydalanib korxona holatini tahlil qiling.(1.16-jadval).

1.16-jadval

Oylar	Reklama xarajatlari, mln. so'm(x)	Korxona daromadlari, mln. so'm(y)
1	7,7	141,77
2	4,17	96,97
3	1,52	163,92
4	10,04	154,7
5	6,02	151,61
6	4,81	147,82
7	1,57	98,61
8	3,63	179,18
9	1,57	125,19
10	4,65	171,81
11	2,97	200,23
12	0,98	120,49
13	4,18	95,83
14	6,09	196,67
15	3,09	275,97
16	3,08	289,59
17	1,76	105,71
18	7,7	141,77

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli haqida gipotezani keltirib chiqaring.
2. Chiziqli, darajali, eksponentsiyal, yarimlogarifmik, teskari, giprbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
3. Korrelyatsiya va determinatsiya ko'rsatkichlari orqali bog'lanish zichligini baholang.
4. O'rtacha (umumiy) elastiklik koeffitsientini hisoblang.
5. Approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglamalar sifatini baholang.
6. Fisher kriteriysi yordamida regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchligini baholang.
7. 5, 6 punktlarda hisoblangan ko'rsatkichlar qiymatlari asosida eng yaxshi regressiya tenglamasini tanlang.

Olingan natijalarni baholang, xulosani yozma shaklda ifodalang.

II. Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya

2.1 Uslubiy ko'rsatma

Ko'p omilli regresiya deb natijaviy belgi (erkli o'zgaruvchi) –y ning erksiz o'zgaruvchilar(omillar) - x_1, x_2, \dots, x_p bilan bog'lanishini ifodalovchi

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$$

funktsiyaga aytildi.

Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzish uchun asosan quyidagi funktsiyalardan foydalaniladi:

- chiziqli - $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p + \varepsilon;$
- darajali - $y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \dots x_p^{b_p} \cdot \varepsilon;$
- giperbola - $y = \frac{1}{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_px_p+\varepsilon};$
- eksponentli... - $y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_px_p+\varepsilon}.$

Bulardan tashqari chiziqli ko'rinishga keltirilishi mumkin bo'lgan boshqa funktsiyalardan ham foydalanish mumkin.

Ko'p omilli regressiya tenglamasini parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli(EKKU) qo'llaniladi. Chiziqli tenglamalar va chiziqli ko'rinishga keltirilishi mumkin bo'lgan chiziqsiz tenglamalar uchun yechimi regressiya parametrlarini baholash imkonini beruvchi quyidagi normal tenglamalar sistemasi tuziladi.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum y = na + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 + \dots + b_p \sum x_p, \\ \sum yx_1 = a \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_2 x_1 + \dots + b_p \sum x_p x_1, \\ \dots \\ \sum yx_p = a \sum x_p + b_1 \sum x_1 x_p + b_2 \sum x_2 x_p + \dots + b_p \sum x_p^2. \end{array} \right.$$

Sistemani yechish uchun matritsalar algebrasidan foydalaniladi.

Ko'p omilli regressiya modelini tuzishning bashqa usuli – standartlashtirilgan masshtabdagi regressiya tenglamasi:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2} + \cdots + \beta_p t_{x_p},$$

bu erda:

$t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$, $t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}}$ - standartlashtirilgan o'zgaruvchilar;

β_i –standartlashtirilgan regressiya koeffitsientlari.

Standartlashtirilgan masshtabdagi ko'p omilli regressiya tenglamasiiga EKKUni qo'llab, standartlashtirilgan regressiya koeffitsientlari quyidagi tenglamalar tizimidan aniqlaniladi.

Ko'p omilli regressiya koeffitsienti b_i standartlashtirilgan regressiya koeffitsienti β_i bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}$$

a parametr quidagicha aniqlanadi:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \cdots - b_p \bar{x}_p.$$

Chiziqli regressiya uchun *elastiklikning o'rtacha koeffitsienti* quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$\overline{E}_{yx_j} = b_j \frac{\overline{x}_j}{\overline{v}}.$$

Elastiklikning xususiy koeffitsientini hisoblash uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$E_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}}.$$

Omillarning natijaga bиргаликдаги та'sir kuchi zichligi *ko'p omilli korrelyatsiya indeksi* bilan aniqlaniladi:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_y^2 q_{qol}}{\sigma_y^2}}.$$

Ko'p omilli korrelyatsiya indeksining qiymati [0,1] oralig'ida yotadi va u juft korrelyatsiya indeksining eng katta qiymatidan katta yoki unga teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} \geq r_{yx_i \text{ (max)}} \quad (i = \overline{1, p}).$$

Standartlashtirilgan masshtabdagi tenglama uchun ko'p omilli korrelyatsiya indeksini quyidagicha yozish mumkin:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}.$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsienti(indeksi) u natijaviy belgiga x_i – omilni, qolgan omillar o'zgarmagan holda ta'sir kuchini o'lchaydi va u quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1}, x_{i+1} \dots x_p}^2}},$$

yoki quyidagi rekkurent formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i x_1 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}} \cdot r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)(1 - r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientlari [-1,1] oralig'ida o'zgaradi. Tuzilgan modelning sifatini determinatsiya koeffitsienti(indeksi) baholaydi. Ko'p omilli determinatsiya koeffitsienti ko'p omilli korrelyatsiya indeksi kvadratiga teng: $R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2$.

Tuzatilgan ko'p omilli determinatsiya indeksi erkinlik darajasi sonini e'tiborga oladi va quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1},$$

bu erda n - kuzatuvlar soni,
 m -omillar soni.

Ko'p omilli regressiya tenglamasining ahamiyatliligi Fisherning F-kriteriyasi

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

yordamida baholanadi.

Xususiy F-kriteriya tenglamada har bir omilning ishtirokini statistik ahamiyatliligini baholaydi. Umumiy ko'rinishda x_i omil uchun xususiy F-kriteriya quyidagicha aniqlaniladi:

$$F_{x_{\text{xususiy}} x_i} = \frac{R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2 - R_{yx_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2} \cdot \frac{n-m-1}{1}.$$

Toza regressiya koeffitsientlarini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash quyidagi ifodaning qiymatini hisoblashga olib keladi:

$$t_{b_i} = \frac{b_i}{m_{b_i}} = \sqrt{F_{x_i}}.$$

bu erda $m_{b_i} - b_i$ regressiya koeffitsientining o'rtacha kvadratik xatoligi, u quyidagi formula bilan aniqlanishi mumkin:

$$m_{b_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R_{yx_1 \dots x_p}^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{1 - R_{x_i x_1 \dots x_p}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n-m-1}}.$$

Ko'p omilli regressiya tenglamalarini tuzishda omillarning multikollinearlik muammosi yuzaga kelishi mumkin, ya'ni omillarning o'zaro chiziqli bog'lanish darajasi yuqori bo'lishi holatlari. Bunday holatlarda ko'p omilli regressiya natijalari tuzilgan modelni ishonchli emasligiga olib keladi.

Omillarning multikollinearligini tekshirish uchun omillar bo'yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi tuzilib uni determinanti hisoblanadi. Uchta o'zgaruvchili regressiya tenglamasi uchun

$$Det|R| = \begin{vmatrix} R_{x_1x_1} & R_{x_2x_1} & R_{x_3x_1} \\ R_{x_1x_2} & R_{x_2x_2} & R_{x_3x_2} \\ R_{x_1x_3} & R_{x_2x_3} & R_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

bo'lsa, ya'ni birga qancha yaqin bo'lsa o'zgaruvchi omillarning multikollinearlik darajasi shunchalik past bo'ladi, aksincha

$$Det|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

bo'lgan holatda omillararo korrelyatsiya kuchli, multikollinearlik darajasi yuqori bo'lib, regressiya tenglamasining ishonchililik darajasi past deb hisobdanadi.

Ko'p omilli regressiya tenglamalari parametrlarining qiymatlarini hisoblash uchun EKKU qo'llaniladi. Buning uchun qoldiq dispersiya *gamoskedastik* bo'lishi talab etiladi, ya'ni x_j omilning har bir qiymati uchun qoldiq ε_i bir hil dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Agar mazkur shart bajarilmasa qoldiq dispersiya geteroskedastik bo'ladi, ya'ni qoldiq dispersiyalar o'zaro teng bo'lmaydi:

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 \neq \sigma_{\varepsilon_j}^2 \neq \sigma^2, \quad j \neq i.$$

Ko'p omilli regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi sifatida sifat ko'rsatkichlari kiritilishi mumkin (masala.n: kasb, jins, ma'lumot, ob-havo sharoiti va x.k.). Regression modelga bu kabi o'zgaruvchilarini kiritish uchun ularni tartiblab biror qiymat berilishi kerak, ya'ni sifat o'zgaruvchilar miqdor o'zgaruvchilarga aylantiriladi. Bunday ko'rinishdagi almashtirilgan o'zgaruvchilar ekonometrikada "sohta(fiktiv) o'zgaruvchilar" deb nomlanadi.

Masalan, modelga "ma'lumot" iborasi sohta o'zgaruvchi kiritilayotgan bo'lsa, uni quyidagicha belgilash mumkin:

$$z = \begin{cases} 1 - \text{oliy ma'lumotli} \\ 0 - \text{o'rta maxsus ma'lumotli} \end{cases}$$

Soxta o'zgaruvchilarning ta'sirini ahamiyatligi haqidagi xulosani Styudent t-kriteriyasidan foydalanib chiqarish mumkin.

2.2. Namunaviy misollar yechish

1-misol.

Shahardagi 30 ta oila bo'yicha jon boshiga kunlik o'rtacha daromad(y), bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi(x_1) va ishsizlarning o'rtacha yoshi(x_2) haqida ma'lumotlar berilgan(2.1-jadval).

2.1-jadval

Belgilar	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti
Jon boshiga kunlik o'rtacha daromad, ming so'm (y)	86,8	11,44	-
Bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm (x_1)	54,9	5,86	$r_{yx_1} = 0,8405$
Ishsizlarning o'rtacha yoshi, yosh (x_2)	33,5	0,58	$r_{yx_2} = -0,2101$ $r_{x_1x_2} = -0,1160$

Topshiriq:

- Standartlashtirilgan va oddiy shakldagi ko'pomilli regressiya tenglamasini tuzing; xususiy elastiklik koeffitsientini hisoblang, ularni β_1 va β_2 bilan taqqoslang, ular orasidagi farqni tushuntiring.
- Chiziqli xususiy korrelyatsiya koeffitsientini va ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang, ularni juft korrelyatsiya koeffitsienti bilan taqqoslang va oralaridagi farqni tushuntiring.
- Fisherning umumiy va xususiy F-kriteriyasini hisoblang.

Yechish

y ning x_1 va x_2 omil belgilar bilan chiziqli ko'p omilli regressiya tenglamasi $y = a + b_1x_1 + b_2x_2$ ko'rinishga ega. Uning parametrlarini hisoblash uchun o'zgaruvchilarni standartlashtirish usulidan foydalanamiz va tuzilishi kerak bo'lgan tenglamani standartlashtirilgan mashtabda yozamiz:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2}.$$

β_1, β_2 –koeffitsientlarning qiymatlarini quyidagi formulalar bilan hisoblaymiz:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{0,8161}{0,9865} = 0,8273.$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{-0,2101 + 0,8425 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{-0,1126}{0,9865} = -0,1141.$$

Koeffitsientlarning qiymatlarini o'rinalariga qo'yib quyidagi tenglamani olamiz:

$$t_y = 0,8273 t_{x_1} + 0,1141 t_{x_2}.$$

Oddiy shakldagi tenglamani tuzish uchun b_1 va b_2 parametrlarni hisoblash uchun β_i dan b_i ga o'tkazadigan formuladan foydalanamiz:

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}; \quad b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

$$b_1 = 0,8273 \frac{11,44}{5,86} = 1,6151; \quad b_2 = -0,1141 \frac{11,44}{5,80} = -2,2505.$$

a parametrning qiymatini hisoblaymiz:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 = 86,8 - 1,6151 \cdot 54,9 + 2,2505 \cdot 33,5 = -73,52.$$

Yuqoridagilardan foydalanib oddiy ko'rinishdagi regressiya tenglamasini yozamiz:

$$y_{x_1 x_2} = -73,52 + 1,62 x_1 - 2,25 x_2$$

x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning y ga nisbiy ta'sir kuchini tavsiflash uchun o'rtacha elastiklik koeffitsientini hisoblaymiz:

$$\overline{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

$$\overline{E}_{yx_1} = 1,62 \frac{54,9}{86,8} = 1,03\%, \quad \overline{E}_{yx_2} = -2,25 \frac{33,5}{86,8} = -0,87\%.$$

O'rtacha ish haqi (x_1) 1 %ga o'zgarishi bilan jon boshiga o'rtacha daromadni (y) o'zining o'rtacha darajasiga nisbatan 1,03 %ga ko'payishiga olib keladi; ishsizlarning o'rtacha yoshi (x_2) 1 yoshga o'sganda jon boshiga o'rtacha daromad o'zining o'rtacha darajasidan 0,87 %ga kamayadi.

Ko'riniib turibdiki o'rtacha ish haqining jon boshiga o'rtacha daromadga ta'sir kuchi, ishsizlarning o'rtacha yoshini ta'sir kuchiga nisbatan katta ekan.

Bog'lanish kuchi haqidagi xuddi shunday xulosaga β_1 va β_2 lar qiymatlarining modullarini taqqoslash natijasida ham kelamiz:

$$|\beta_1| = |0,8273| > |\beta_2| = |-0,1141|.$$

\bar{E}_{yx_j} va β_i larni taqqoslashda olingan natijaga omillarning ta'sir kuchlaridagi farqlanishni quyidagicha tushunish kerak: elastiklik koeffitsienti o'rtachalarning nisbatidan kelib chiqadi, ya'ni $\bar{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$,

β_i - koeffitsientlar esa o'rtacha kvadratik chetlanishlar nisbatidan kelib chiqadi

2. Chiziqli xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari rekkurent formulalar yordamida hisoblanadi:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,2101^2)(1 - 0,116^2)}} = 0,8404,$$

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{-0,2101 + 0,8405 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,116^2)}} = -0,2092,$$

$$r_{x_1x_2y} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1}r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2}^2)}} = \frac{-0,116 + 0,8405 \cdot 0,2101}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,2101^2)}} = 0,1144.$$

Agar juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini taqqoslab ko'rsak omillar orasidagi bog'lanish ($r_{x_1x_2} = -0,116$) kuchsiz bo'lganligi sababli juft va xususiy korrelyatsiyalar bir biridan kam farq qiladi degan xulosaga kelamiz.

Juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari asosida olingan xulosalar ustma-ust tushadi:

$$r_{yx_1} = 0,8405; \quad r_{yx_2} = -0,2101; \quad r_{x_1x_2} = 0,1160;$$

$$r_{yx_1x_2} = 0,8404; \quad r_{yx_2x_1} = -0,2092; \quad r_{x_1x_2y} = 0,1144.$$

r_{yx_j} va β_j koeffitsientlarni qo'llab chiziqli ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} R_{yx_1x_2} &= \sqrt{r_{yx_1} \cdot \beta_1 + r_{yx_2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8405 \cdot 0,8273 + 0,2101 \cdot 0,1141} \\ &= \sqrt{0,7193} = 0,8481. \end{aligned}$$

y ning x_1 va x_2 omillarga bog'liqligi yuqori deb baholanadi, jon boshiga o'rtacha daromadning 72% variatsiyasi modelda hisobga olingan omillar: o'rtacha ish haqi va ishsizlarning o'rtacha yoshi variatsiyasi bilan tavsiflanadi. Modelga kiritilmagan boshqa omillar y ning umumiy variatsiyasining 28%ni tashkil etadi.

3. Umumiy F-kriteriya regressiya tenglamasining va bog'lanish zichligi ko'rsatkichi ($R^2 = 0$)ning statistik ahamiyatliligi haqidagi H_0 gipotezani tekshiradi:

$$F_{\text{haq}} = \frac{R_{x_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} : \frac{m}{n - m - 1} = \frac{R_{x_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,7193}{0,2807} \cdot \frac{27}{2} = 34,6;$$

$$F_{jadv} = 3,4; \quad \alpha = 0,05.$$

F_{jadv} va F_{haq} larni taqqoslaganda, $F_{jadv} = 3,4 < F_{\text{haq}} = 34,6$ bo'lganligi sababli H_0 gipotezani rad etish kerak degan xulosaga kelamiz. $1-\alpha=0,95$ ehtimollik bilan tenglamani va haqiqatda x_1 va x_2 omillarni ta'siri natijasida hosil bo'lgan

bog'lanish zichligi ko'rsatkichi $R_{yx_1x_2}$ ni statistik ma'nodorligi haqida xulosa qilamiz.

F_{x_1} va F_{x_2} xususiy F-kriteriya x_1 va x_2 omillarni ko'p omilli regressiya tenglamasida ishtirokini statistik ahamiyatlilagini va bir omilni ikkinchi omildan so'ng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi, ya'ni $F_{x_1} x_1$ omilni modelga x_2 omil kiritilgandan so'ng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Mos ravishda $F_{x_2} x_2$ omilni modelga x_1 omil kiritilgandan so'ng kiritish maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi.

$$F_{x_1\text{haq}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,2101^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64,9.$$

$$F_{jadv} = 4,21; \quad \alpha = 0,05.$$

F_{jadv} va F_{haq} larni taqqoslab, $F_{jadv} = 3,4 < F_{x_1\text{haq}} = 64,9$ bo'lganligi sababli x_1 omilni modelga x_2 omildan so'ng kiritish kerak degan xulosaga kelamiz. R_y^2 ni x_1 omilni qo'shimcha kiritish hisobiga o'sib borishi muhim emasligi haqidagi N_0 gipotezani rad etamiz va x_1 omilni x_2 omildan so'ng kiritish maqsadga muvofiqligi statistik ma'qullanganligi haqidagi xuloaga kelamiz. x_2 omilni x_1 omildan so'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini F_{x_2} tekshiradi.

$$F_{x_2\text{haq}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,8405^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 1,234.$$

$F_{x_2\text{haq}}$ ning qiymatini kichikligi x_2 omilni modelga x_1 omildan so'ng kiritilishi hisobiga $r_{yx_1}^2$ ning o'sishi statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi. Bundan kelib chiqqan holda, x_2 omil(ishsizlarning o'rtacha yoshi)ni modelga kiritish maqsadga muvofiq emasligi haqidagi N_0 gipoteza tasdiqlanadi. Bu esa o'rtacha daromadni o'rtacha ish haqiga bog'lanishini ifodalovchi juft regressiya modeli etarlicha statistik ma'noga ega, ishonchli va uni x_2 -ishsizlarning o'rtacha yoshi omilini kiritib yanada yaxshilashni zaruriyati yo'qligini ko'rsatadi.

2-misol.

Hududning 20ta ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida y - jon boshiga o'rtacha yillik daromadining(mlrd. so'm) x_1 .hududda dehqonchilik bilan shug'ulanayotgan band aholining umumiy aholi sonidagi ulushi(%) va x_2 - barcha aholi sonidagi chorvachilik bilan shug'ullanuchi aholi ulushi(%)ga bog'liqligi quyidagi 2.2 -jadvalda keltirilgan ma'lumotlar asosida o'rganilgan:

2.2 –jadval

Belgilar	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Bog'lanish zichligi	Bog'lanish tenglamasi
y	112,76	31,58	$R_{yx_1x_2} = 0,773$	$\hat{y}_{x_1x_2} = -130,49 + 6,14 \cdot x_1 + 4,13 \cdot x_2$
x_1	3,34	3,34	$r_{yx_1} = 0,746$	$\hat{y}_{x_1} = 74,4 + 7,1 \cdot x_1$
x_2	1,74	1,74	$r_{yx_2} = 0,507$ $r_{x_1x_2} = 0,432$	$\hat{y}_{x_2} = -355,3 + 9,2 \cdot x_2$

Talab etiladi:

1. Ko'p omilli regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligi ko'rsatkichini statistik ahamiyatlilagini $\alpha=0,05$ muhimlik darajasida tekshirish uchun dispersion tahlil jadvalini tuzish;
2. Ko'p omilli regressiya tenglamasiga x_1 omilni x_2 omildan so'ng kiritilishi va x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini qanchalik maqsadga muvofiqligini Fisherning xususiy F –kriteriysi yordamida baholash;
3. Ko'p omilli regressiya tenglamasida x_1 va x_2 erkli o'zgaruvchilar oldidagi statistik ahamiyatlilagini Styudent t –kriteriysi yordamida baholash.

Yechish

1. Dispersion tahlil masalasi regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligini statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi H_0 gipotezani tekshirishdan iborat.

Tahlil Fisherning F –kriteriysining F_{jadv} va F_{haq} larning qiymatlarini taqqoslash bilan amalga oshiriladi. F_{haq} erkinlik darjasasi bir bo'lgan holatda haqiqiy va qoldiq dispersiyalarning nisbatlari yordamida topiladi:

$$F_{\text{haq}} = \frac{\sum(\hat{y}_{x_1x_2} - \bar{y})^2}{m} : \frac{\sum(y - \bar{y}_{x_1x_2})^2}{n-m-1} = \frac{\sigma_{\text{haq}}}{\sigma_{\text{qol}}} \cdot \frac{n-m-1}{m},$$

bu erda n –kuzatuvlar soni;

m –chiziqli regressiya tenglamasidagi omillar soni;

y –natijaviy belgining haqiqiy qiymati;

$\hat{y}_{x_1x_2}$ –natijaviy belgining hisoblangan qiymati.

Dispersion tahlilni amalga oshiramiz:

$$S_{\text{umum}} = \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9;$$

$$S_{\text{haq}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_1x_2}^2 = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3;$$

$$S_{\text{qol}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R_{yx_1x_2}^2) = \sigma_{\text{umum}} - \sigma_{\text{haq}} = 8027,6;$$

$$F_{\text{haq}} = \frac{11918,3}{8027,6} \cdot \frac{17}{2} = 12,62.$$

Dispersion tahlilning natijasini quyidagi 2.3–jadvalda ifodalaymiz:

2.3-jadval

Natijaning variatsiyasi, y	Erkinlik darajasi soni	Chetlanish kvadratlari yig'indisi, S	Bir erkinlik darajasiga dispersiya, s^2	F_{haq}	F_{jadv} $\alpha=0,05,$ $k_1=2, k_2=17$
Umumiy	$df = n-1=19$	19945,9	-	-	-
Omilli	$k_1=m=2$	11918,3	5959,15	12,62	3,59
Qoldiq	$k_2=n-m-1=17$	8027,6	472,21	-	-

F_{jadv} va F_{haq} larning qiymatlarini taqqoslash natijasi H_0 gipotezani rad etish xulosasiga olib keladi va regressiya tenglamasini umuman va $R_{yx_1x_2}^2$ ning qiymati bo'yicha statistik ahamiyatliligi haqida xulosa qilamiz, chunki ular statistik ishonchli va tasodifiy bo'lмаган omillar ta'sirida xosil bo'lган. H_0 gipotezani rad etganda bo'lishi mumkin bo'lган xatolik ehtimolligi 5%dan oshmaydi va bu etarlicha kichik miqdorni tashkil etadi.

2. Fisherning xususiy F -kriteriysi x_1 omilni x_2 omil modelga kiritilgandan so'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Fisherning xususiy F -kriteriysi omil dispersiyani qo'shimcha kiritilgan omil (bir erkinlik darajasiga) hisobiga o'zgarishini qoldiq dispersiyaga nisbati bilan hosil qilinadi, ya'ni

$$F_{xususiy_{x_1}} = \frac{S_{\text{haq}_{yx_1x_2}} - S_{\text{haq}_{yx_2}}}{S_{\text{qol}_{yx_1x_2}}} \cdot \frac{n - m - 1}{1}.$$

Dispersion tahlilni amalga oshiramiz va uning natijalarini 2.4-jadvalda ifodalaymiz:

$$S_{\text{umum}} = \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9;$$

$$S_{\text{haq}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_1x_2}^2 = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3;$$

$$S_{\text{haq}_{x_2}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_2}^2 = 19945,9 \cdot 0,507^2 = 5127,1;$$

$$S_{\text{haq}_{x_1}} = S_{\text{haq}} - S_{\text{haq}_{x_2}} = 11918,3 - 5127,1 = 6791,2;$$

$$S_{\text{qol}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R_{yx_1x_2}^2) = \sigma_{\text{umum}} - \sigma_{\text{haq}} = 8027,6;$$

2.4-jadval

Natijaning variatsiyasi, y	Erkinlik darajasi soni	Chetlanish kvadratlari yig'indisi, S	Bir erkinlik darajasiga dispersiya, s^2	F_{haq}	F_{jadv} $\alpha=0,05$, $k_1=2$, $k_2=17$
Umumiyl	$df = n-1=19$	19945,9	-	-	-
Omilli Shu jumladan: - x_2 hisobiga -qo'shimcha kiritilgan x_1 hisobiga	$k_1=m=2$ 1 1	11918,3 5127,1 6791,2	5959,15 5127,1 6791,2	12,62 10,86 14,38	3,59 4,45 4,45
Qoldiq	$k_2=n-m-1=17$	8027,6	472,21	-	-

Modelga x_1 omilni x_2 omildan keyin kiritish statistik ma'noga ega va to'g'ri deb hisoblanadi, chunki x_1 omilni modelga qo'shimcha ravishda kiritish natijasi omil dispersiyani o'sishiga olib keldi, ya'ni

$$F_{xususiy_{x_1}} = \frac{11918,3 - 5127,1}{8027,6} \cdot \frac{17}{1} = 14,38.$$

$$F_{xususiy_{x_1}} = 14,38 > F_{jad} = 4,45.$$

Xuddi shu tartibda x_2 omilni avval kiritilgan x_1 omildan so'ng qo'shimcha qilib kiritilishini maqsadga muvofiqligini aniqlaymiz. Hisoblashlarni $R_{yx_1x_2}^2$ va $r_{yx_1}^2$ bog'lanish zichliklarini qo'llab amalga oshiramiz:

$$F_{xususiy_{x_2}} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,773^2 - 0,746^2}{1 - 0,773^2} \cdot 17 = 1,7.$$

Hosil bo'lgan $F_{hususiy} = 1,7 < F_{jadv} = 4,45$ munosabatdan kelib chiqib x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritish maqsadga muvofiq emas deb xulosa qilishimiz mumkin, chunki erkinlik darajasi bir bo'lganda haqiqiy dispersiyani ortishi muhim emas, statistik ahamiyatga ega emasligi kelib chiqdi, x_2 omilni ta'siri sezilarli ham, doimiy ham emas ekan. y ni x_1 ga chiziqli juft regressiya tenglamasni tuzish bilan chegaralanish kifoya edi.

3. b_1 va b_2 koeffitsientlarning ahamiyatlilagini Styudent t -kriteriyasi yordamida baholash, ularning qiymatlarini m_{b_1} va m_{b_2} -tasodifiy xatoliklar qiymatlari bilan taqqoslash bilan bog'liq. Tasodifiy hatoliklarning qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi usuldan foydalanamiz:

$$t_{b_1} = \sqrt{F_{xususiy_{x_1}}} = \sqrt{14,38} = 3,79,$$

$$t_{b_2} = \sqrt{F_{xususiy_{x_2}}} = \sqrt{1,73} = 1,32.$$

Styudent t -kriteriyasini taqqoslab ko'ramiz. Bizning misolimizda $\alpha = 0,05$, $df = 20-3=17$, $t_{jadv} = 2,14$. $t_{b_1} = 3,79 > t_{jadv} = 2,11$ munosabatdan xulosa qilish mumkinki, b_1 regressiya koeffitsienti statistik ma'nodor, ahamiyatga ega, tahlil va prognoz masalalarini yechishda uni qo'llash mumkin.

$t_{b_1} = 1,32 < t_{jadv} = 2,11$ munosabatdan b_2 regressiya koeffitsienti statistik ma'noga ega emas, ahamiyatsiz, u tasodifiy omillar ta'siri natijasida hosil bo'lgan

degan xulosa qilinadi. Ushbu natija ko'rsatadiki y –natijaviy ko'rsatkichga x_1 omilning ta'siri statistik ahamiyatga ega, x_2 omilning ta'siri ahamiyatsiz, ya'ni xududda 20 ta fermer xo'jaliklarida faoliyat yuritayotgan aholining o'rtacha yillik jon boshiga daromadi asosan dehqonchilik bilan shug'ullanayotgan aholining ulushiga to'g'ri kelishini ko'rsatadi.

3-misol.

Qo'y go'shti(y)ga talabni uning narxi(x_1)ga va mol go'shti narxi(x_2)ga bog'liqligi quyidagi

$$\log y = 0,1274 - 0,2143 \cdot \log x_1 + \log x_2$$

tenglama bilan ifodalangan.

Topshiriq:

1. Berilan tenglamani oddiy shaklga keltiring.
2. Agar x_1 oldidagi b_1 parametr uchun t –kriteriy 0,827, x_2 oldidagi b_2 parametr uchun esa -1,015 ma'lum bo'lsa, berilgan tenglama parametrlarini ahamiyatli ekanligini baholang.

Yechish

1. Berilgan ko'p omilli regressiya tenglamasini ikki tomonlama potentsirlab oddiy shaklda yozamiz:

$$y = 10^{0,1274} \cdot x_1^{-0,2143} \cdot x_2^{2,8254} \quad \text{yoki} \quad y = 10^{0,1274} \cdot \frac{1}{x_1^{0,2143}} \cdot x_2^{2,8254}.$$

Darajali funktsiyalarda b_1 va b_2 regressiya koeffitsientlari y natijaning x_1 va x_2 larga nisbatan elastiklik koeffitsientlariga teng.

$$\bar{E}_{yx_1} = -0,2143\%; \quad \bar{E}_{yx_2} = 2,8254\%.$$

Qo'y go'shtiga talab mol go'shti bahosi bilan yuqori bog'lanishda, mol go'shtining narhi 1%ga ko'tarilganda qo'y go'shtiga talab 2,83%ga oshmoqda.

Qo'y go'shtiga talabning uning bahosiga bog'lanishi teskari, ya'ni narhning 1%ga o'zgarishi talabni 0,21%ga kamayishiga olib kelmoqda.

2. *t*-kriteriyning jadval qiymati $\alpha = 0,05$ bo'lganda odatda erkinlik darajasiga bog'liq ravishda 2-3 oralig'ida yotadi. Ushbu misol.da $t_{b_1} = 0,827$, $t_{b_2} = 1,015$. Bu natija *t* -kriteriysining qiymatlari ancha kichik bo'lib, bog'lanish tabiatini tasodifiyligi, tenglamani statistik ahamiyatli emasligi haqidagi dalolatni beradi. Shuning uchun tuzilgan tenglamani prognoz uchun qo'llashga tavsiya etilmaydi.

2.3.Namunaviy misolni kompyuterda yechish

4-misol.

Quyidagi jadvalda berilan ma'lumotlar asosida hududdagi 20 ta korxona bo'yicha mahsulot ishlab chiqarishning bir ishchiga to'g'ri keladigan hajmini (y , mln. so'm) yangi kiritilgan asosiy fondlarga (x_1 , -yil oxiridagi fond qiymatidan %) va ishchilarining umumiyligi sonidagi yuqori malakali ishchilarining salmog'iga (x_2 , %) bog'liqligi o'r ganilgan.

2.5-jadval

Korxona raqami	y	x_1	x_2	Korxona raqami	Y	x_1	x_2
1	7,0	3,9	10,0	11	9,0	6,0	21,0
2	7,0	3,9	14,0	12	11,0	6,4	22,0
3	7,0	3,7	15,0	13	9,0	6,8	22,0
4	7,0	4,0	16,0	14	11,0	7,2	25,0
5	7,0	3,8	17,0	15	12,0	8,0	28,0
6	7,0	4,8	19,0	16	12,0	8,2	29,0
7	8,0	5,4	19,0	17	12,0	8,1	30,0
8	8,0	4,4	20,0	18	12,0	8,5	31,0
9	8,0	5,3	20,0	19	14,0	9,6	32,0
10	10,0	6,8	20,0	20	14,0	9,0	36,0

Topshiriq, kompyuterda **MS Exel** dasturidan foydalanib:

1. Juft korrelyatsiya jadvalini tuzing va uni taxlilini amalga oshiring;
2. Ko'p omilli korrelyatsiya koefitsentini aniqlang va uni taxlilini amalga oshiring;
3. Ko'p omilli regressiya tenglamasini yozing va uning taxlilini amalga oshiring;

4. Regressiya tenglamasini statistik ishonchligini Fisher F-kriteriyasi va tenglama parametrlarini Styudent kriteriyasi yordamida ahamiyatliligini baholang.

Misolni kompyuterda ishlash uchun avval berilgan ma'lumotlarni **MS Excel** dasturiga jurt korrelyatsion taxlildagi kabi kiritiladi. Natjaviy belgi y ning quymatlarini **A2** katakdan, omil belgilarning qiymatlari ketma-ket **B2**, **C2** kataklardan boshlab kiritiladi (2.1-rasm).

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with data in columns A, B, and C. Row 1 contains headers: A (y), B (x1), and C (x2). Rows 2 through 21 contain data points. The cell A8 is highlighted in orange. A correlation matrix dialog box is overlaid on the spreadsheet. The dialog box has the following settings:

- Входные данные:** \$A\$2:\$C\$21
- Группировка:** по столбцам
- Метки в первой строке:**
- Параметры вывода:** Новый рабочий лист

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	y	x1	x2								
2	7	3,9	10								
3	7	3,9	14								
4	7	3,7	15								
5	7	4	16								
6	7	3,8	17								
7	7	4,8	19								
8	8	5,4	19								
9	8	4,4	20								
10	8	5,3	20								
11	10	6,8	20								
12	9	6	21								
13	11	6,4	22								
14	9	6,8	22								
15	11	7,2	25								
16	12	8	28								
17	12	8,2	29								
18	12	8,1	30								
19	12	8,5	31								
20	14	9,6	32								
21	14	9	36								

2.1 rasm. Ma'lumotlarni kiritish oynasi va korrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblash oynasi

Keyingi bosqichda natijaviy va omil belgilar orasidagi bog'lanishlarni aniqlash uchun juft korelyatsiya koeffitsientining matritsasi tuziladi. Buning uchun **Данные - Анализ данных - Корреляция** buyruqlarini bajarib quyidagi 3.1-rasmagi oynani hosil qilamiz va undagi **Входной интервал** oynasiga berilgan ma'lumotlar joylashgan kataklarning raqamlarini kiritib **OK** tugmasi bosiladi natigada 2.2-rasmda tasvirlangan juft korrelyatsiya koeffitsentlari matritsasini olamiz:

	A	B	C	D
1		y	x1	x2
2	y	1		
3	x1	0,969881436	1	
4	x2	0,940800036	0,942838898	1
5				

2.2 - rasm. Korrelyatsion jadval

Jadvaldagи ma'lumotlarga ko'ra korrelyatsiya koeffitsentlarining quyidagi qiymatlarini olamiz: $r_{yx_1} = 0,9699$; $r_{yx_2} = 0,9408$; $r_{x_1x_2} = 0,9428$.

Regression taxlilni amalga oshirish uchun **Данные - Анализ данных - Регрессия** buyruqlarini bajarib quyidagi darchani hosil qilamiz (2.3-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	y	x1	x2								
2	7	3,9	10								
3	7	3,9	14								
4	7	3,7	15								
5	7	4	16								
6	7	3,8	17								
7	7	4,8	19								
8	8	5,4	19								
9	8	4,4	20								
10	8	5,3	20								
11	10	6,8	20								
12	9	6	21								
13	11	6,4	22								
14	9	6,8	22								
15	11	7,2	25								
16	12	8	28								
17	12	8,2	29								
18	12	8,1	30								
19	12	8,5	31								
20	14	9,6	32								
21	14	9	36								

2.3 - rasm. Ma'lumotlarni kiritish oynasi

Ushbu darchadagi **Входной интервал Y** oynasiga natigaviy belgi y ning qiymatlari yozilgan kataklarning raqamlari, **Входной интервал X** oynasiga omil belgilarning qiymatlari yozilgan kataklarning raqamlari kiritilib, **OK** tugmasi bosiladi , natijada quyidagi darch hosil bo'ladi (2.4-rasm):

A	B	C	D	E	F	G
1 ВЫВОД ИТОГОВ						
2						
3 Регрессионная статистика						
4 Множественный R	0,973101182					
5 R-квадрат	0,94692591					
6 Нормированный R-квадрат	0,9406819					
7 Стандартная ошибка	0,598670364					
8 Наблюдения	20					
9						
10 Дисперсионный анализ						
11	df	SS	MS	F	Значимость F	
12 Регрессия	2	108,7070945	54,35354726	151,6534774	1,45045E-11	
13 Остаток	17	6,092905478	0,358406205			
14 Итого	19	114,8				
15						
16	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17 Y-пересечение	1,83530694	0,471064997	3,896080054	0,001161531	0,84144668	2,8291672
18 Переменная X 1	0,945947723	0,212576487	4,449917001	0,00035148	0,497450544	1,394444902
19 Переменная X 2	0,085617787	0,060483309	1,415560577	0,174963664	-0,041990838	0,213226413

2.4- rasm. Korrelatsion regression hisoblarining natijalari

Rasmdagi jadbaldan a_0, a_1, a_2 koeffitsentlarning qiymatlarini olamiz, ular mos ravishda **B17, B18, B19**- kataklarda joylashgan. Shunday qilib o'rganilayotgan jarayonni ifodalovchi quyidagi regressiya tenglamasi hosil bo'ladi:

$$\hat{y} = 1,8353 + 0,9459x_1 + 0,0856x_2$$

Ko'p omilli korrelyatsiyaning koeffitsenti $R = 0,9731$, determinatsiya koeffitsenti $R^2 = 0,9469$, korrektirovkalangan determinatsiyaning koeffitsenti $\hat{R}^2 = 0,9407$ ga teng. Ular 2.4-rasmda **B4, B5, B6** kataklarda joylashgan.

Fisher F -kriteriyasining haqiqiy darajasi (E12-katakda) $F = 151,653$ ga jadval qiymati esa 1.45 ga teng (**F12** - katakda), va regressiya parametrlarining Styudent t -kriteriyasi bo'icha haqiqiy darajalari (**D18, D19**-kataklarda) $t_{b_1} = 4,45$, $t_{b_2} = 1,416$ ga teng, t – ning jadval qiymatlari **E18, E19** kataklarda berilgan. Bulardan ko'rinish turibtiki, tenlamaning parametrlari statistic ma'noga ega. Ushbu raqamlar H_0 gipotezani inkor etishga asos bo'ladi.

Regressiya parametrlarining ishonchlilik oraliqlari (**H18, J18; H19, J19** kataklardagi ma'lumotlarga asosan) quyidagicha:

$$0,4974 \leq b_1^* \leq 1,3944, \quad -0,042 \leq b_2^* \leq 0,2132.$$

Olingan natijalar regression modelning statistic ma'nodorligiga kafolat beradi, uni bashorat masalalarida qo'llash mumkin.

2.4. Mustaqil ishslash uchun masalalar

1-masala.

Yuqoridagi 4-misol ma'lumotlaridan foydalangan holda ko'p omilli korrelyatsion-regression tahlilni amalga oshirib quyidagi topshiriqni bajaring va natijalarni kompyuterda olingan natijalar bilan taqqoslang.

Topshiriq:

1. Chiziqli juft korrelyatsiya va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblang va tahlil qiling.
2. Ko'p omilli regressiya tenglamasini yozing, uning parametrlarini ahamiyatlilagini va iqtisodiy ma'nosini baholang.
3. *Regressiya tenglamasini va $R^2_{y_{x_1x_2}}$* ning statistik ishonchligini Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang.
4. Fisherning F-kriteriysi yordamida x_1 omilni x_2 omildan va x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini maqsadga muvofiqligini baholang.
5. O'rtacha xususiy elastiklik koeffitsientlarini hisoblang va ular asosida omillarni natijaga ta'sir kuchini qiyosiy baholang

2-masala.

19ta ulgurji savdo korxonalari bo'yicha sotilgan mahsulot hajmi(y)ni savdo maydoni o'lchami(x_1) va tovar zaxiralari(x_2)ga bog'liqligi o'rganilgan va regressiya tenglamasining quyidagi variantlari olingan:

- | | |
|--|---------------|
| 1. $y = 25 + 15x_1$ | $r^2 = 0,90;$ |
| 2. $y = 42 + 27x_2$ | $r^2 = 0,84;$ |
| 3. $y = 30 + 10x_1 + 8x_2$
(2,5) (4,0) | $R^2 = 0,92;$ |
| 4. $y = 21 + 14x_1 + 20x_2 + 0,6x_2^2$
(5,0) (12,0) (0,2) | $R^2 = 0,95;$ |

qavs ichida regressiya koeffitsientlari uchun standart xatoliklarning qiymatlari berilgan.

Topshiriq:

1. Natijani har bir omil bilan bog'lanish kuchini tahlil qiling.
2. Eng ma'qul regressiya tenglamasini tanlang, olingan natijalarni asoslab bering.

3-masala.

20 ta engil sanoat korxonalarini bo'yicha ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (y , mld. so'm)ni yil davomida ishlangan kishi-soat (x_1 , ming kishi) va ishlab chiqarish uskunalarini (x_2 , mld. so'm)ning o'rtacha yillik qiymatiga bog'liqligi o'rganilgan va quyidagi natijalar olingan:

Regressiya tenglamasi:

$$y = 35 + 0,06x_1 + 2,5x_2$$

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti:

0,9

Natijaning hisoblangan qiymatlarini haqiqiy

qiymatlaridan farqining kvadratlari yig'indisi:

3000

Topshiriq:

1. Yuqoridagi modelda determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Dispersion tahlil natijalari jadvalini tuzing.
3. Olingan regression tahlil natijalarini tavsiflab bering.

4-masala.

Mamlakatning 25 ta xududida paxta hosildorligiga (y , ts/ga) ob-havo sharoitining ta'siri o'rganilgan. Bunda ikkita erkli o'zgaruvchi parametrler tanlab olingan: x_1 -yillik o'rtacha yog'ingarchilik (mm); x_2 -havoning o'rtacha harorati .

Bu ko'rsatkichlarning juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

	y	x_1	x_2
y	1		
x_1	0,8	1	
x_2	0,7	-0,8	1

Topshiriq:

1. Natijaning har bir omil bilan xususiy korrelyatsiyasini hisoblang. Natijaning juft va xususiy korrelyatsiyalar koeffitsientlari orasidagi farqni izohlab bering.
2. Berilgan korrelyatsiya matritsasi asosida quyidagi regressiya tenglamalarning qaysi birini tuzish maqsadga muvofiq:
 - a) y ni x_1 ga chiziqli juft regressiyasini;
 - b) y ni x_2 ga chiziqli juft regressiyasini;
 - v) ko'p omilli chiziqli regressiyani.

5-masala.

Ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida mahsulot ishlab chiqarish hajmini mehnat sarfi va sarflangan energiya hajmiga bog'lanishi o'r ganib chiqilgan. Buning uchun 20ta fermer xo'jaligining har biri bo'yicha bir yillik o'rtacha mahsulot hajmi (y , mlrd. so'm), xo'jliklar ishchilarining ro'yhatdagi o'rtacha soni (x_1 , kishi), sarf qilingan energiyaning yillik o'rtacha qiymati (x_2 , mln.so'm), haqidagi malumotlar to'plangan. Quyida ushbu malumotlarni korrelyatsion taxlili natijalari keltirilgan.

Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi:

Berilgan o'zgaruvchilar uchun				O'zgaruvchilarining natural logarifmlari uchun			
	y	x_1	x_2		$\ln y$	$\ln x_1$	$\ln x_2$
y	1,00			$\ln y$	1,00		
x_1	0,78	1,00		$\ln x_1$	0,86	1,00	
x_2	0,86	0,96	1,00	$\ln x_2$	0,90	0,69	1,00

Topshiriq:

1. Yuqorida berilgan korrelyatsiya koeffitsientlarning ma'nosini tushuntirib bering.
2. Ushbu ma'lumotlardan foydalanib quyidagilarga nisbatan xulosa yozing:
 - a) y ni x_1 ($y=a+bx_1$) va y ni x_2 ($y=a+bx_2$) juft chiziqli regressiya tenglamalarida regressiya koeffitsientlari ishoralari haqida;

- b) chiziqli ko'p omilli regressiya tenglamasida x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning regressiya koeffitsientlarining statistik ahamiyatliligi haqida.
3. $y = a + bx_1$ va $y = a + bx_2$ chiziqli juft regressiya tenglamalarida determinatsiya koeffitsientlari qiymatlarini aniqlang.
 4. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientini aniqlang.
 5. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasini standartlashtirilgan masshtabda aniqlang va xulosa qiling.

6-masala.

Viloyatning 30ta tijorat banklarida ularning ish faoliyati (y) ning bank xodimlarining yoshi (x_1), bilim darajasi (x_2) va jinsi (x_3) ko'rsatkichlariga bog'liqligini o'rganish maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

	y	x_1	x_2	x_3
y	1,00			
x_1	0,30	1,00		
x_2	0,60	0,10	1,00	
x_3	0,40	0,15	0,80	1,00

Topshiriq:

1. Standartlashtirilgan ko'rinishdagi regressiya tenglamasini tuzing va xulosa qiling.
2. Ko'p omilli korrelyatsiya(tuzatish kiritilgan va tuzatish kiritilmagan) koeffitsientlarini aniqlang
3. x_1 -o'zgaruvchini modelga x_2 va x_3 o'zgaruvchilar kiritilgandan so'ng kiritilishi maqsadga muvofiqligini baholang.

7-masala.

Mamlakatning 25 ta xududi savdo do'konlarida sotilayotgan muzlatkichlarga bo'lган talab (y dona)ni xudud aholisining o'rtachi yillik jon boshiga daromadi (x_1 , mln. so'm) va muzlatkichlarning o'rtacha narxi (x_2 , mln. so'm)ga bog'liqligini

o'rganish maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha quyidagilar ma'lum:

2.6-jadval

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	Variatsiya koeffitsienti, %	Regressiya tenglamasi
y	35	20	$\hat{y} = 20 + x_1 - 2,0x_2$
x_1	16	30	$\hat{y} = 9 + 1,1x_1$
x_2	8	10	$\hat{y} = 4 - 4,1x_2$

Topshiriq:

- Agar $r_{x_1x_2} = -0,35$ bo'lsa har bir regressiya tenglamasining muhimligini baholang.
- Ikki asosiy erkli o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsientlarini muhimligini baholang.
- Xususiy korrelyatsiya kkoeffitsientlarini aniqlang.
- Xususiy elastiklik koeffitsientlarini toping.

8-masala.

Birlashmaning 30ta korxonasi bo'yicha foydaning (y mlrd. so'm) bir ishchiga to'g'ri keladigan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (x_1 , dona) va mahsulot bahosi indeksiga (x_2 , %) bog'liqligi o'rganilgan. Ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan:

2.7-jadval

Ko'rsatkich	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Juft korrelyatsiya koeffitsientlari
y	250	38	$r_{yx1} = 0,68$
x_1	47	12	$r_{yx2} = 0,63$
x_2	112	21	$r_{x1x2} = 0,42$

Topshiriq:

- Juft regressiya chiziqli tenglamasini tuzing, ularning ahamiyatliligin F-kriteriysi yordamida baholang.

- Standartlashgan va natural masshtablarda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
- Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini, Fisherning umumiy va xususiy kriteriyasini hisoblang va xulosa qiling.

9-masala.

Savdo korxonalarining yalpi daromadi hajmiga asosiy va aylanma vositalarining qiymatini ta'siri o'rganilgan. Buning uchun 12 ta savdo korxonasidan quyidagi ma'lumotlar olingan:

2.8-jadval

Korxona tartib raqami	Yillik yalpi daromad, mlrd.so'm	O'rtacha yillik narx, mln.so''m	
		Asosiy fondlar	Aylanma vositalar
1	203	118	105
2	63	28	56
3	45	17	54
4	113	50	63
5	121	56	28
6	88	102	50
7	110	116	54
8	56	124	42
9	80	114	36
10	237	154	106
11	160	115	88
12	75	98	46

Topshiriq:

- Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va uning parametrlarini iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.
- Elastiklikning xususiy koeffitsientlarini hisoblang.
- Regressyaning standartlashtirilgan koeffitsientlarini aniqlang.
- Natijaviy va omil belgilar orasidagi bog'lanish kuchi haqida xulosa qiling.
- Juft va xususiy korrelyatsiya hamda ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientlarini aniqlang.
- Determinatsiya koeffitsienti va Fisherning umumiy F-kriteriysi asosida olingan tenglamani baholang.

10-masala.

50ta oilada go'sht maxsulotlarini iste'mol hajmi $-y$ (kg., har bir kishiga)ni daromad $-x_1$ (ming so'm., har bir oila a'zosiga)ga va baliq mahsulotlari ist'moli $-x_2$ (kg. har bir kishiga)ga bog'lanishi o'rganilgan. Tadqiqot natijalari quyidagicha bo'lган:

Regressiya tenlamasi:

$$\hat{y} = -180 + 0,2x_1 - 0,4x_2$$

Parametrlarning standart hatoligi:

$$20 \quad 0,01 \quad 0,25$$

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti:

$$0,85$$

Topshiriq:

1. Stuydent t-kriteriysini qo'llab tenglama parametrlarini statistik ahamiyatliligini baholang.
2. Fisherning F-kriteriysini baholang.
3. Fisherning xususiy F-kriteriysidan foydalanib modelga:
 - a) x_1 omilni x_2 omildan so'ng;
 - b) x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini baholang.

11-masala.

Quyidagi jadvalda berilgan o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni va modelga kiritiluvchi o'zgaruvchilarning ketma-ketligini aniqlab sharhlab bering.

	y	x_1	x_2	x_3
y	1	0,6	0,5	0,7
x_1	-	1	0,04	0,03
x_2	-	-	1	0,1
x_3	-	-	-	1

12-masala.

Quyidagi jadvaldagi o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlarga asoslangan holda modelga kiritilishi mumkin bo'lgan o'zgaruvchilarni tanlang va sharhlab bering.

	y	x_1	x_2	x_3	x_4
y	1	0,65	0,6	0,5	0,03
x_1	-	1	0,5	0,9	0,3
x_2	-	-	1	0,3	0,2
x_3	-	-	-	1	0,2
x_4	-	-	-	-	1

13-masala.

Tarmoqdagi 40ta korxonada mehnat unumdarligi (y)ni ishchilarning malaka darajasi (x_1) va ularning mehnatini energiya bilan qurollanganligi (x_2)ga bog'liqliligi o'r ganilganda quyidagi natija olingan:

Regressiya tenglamasi	$\hat{y} = a + 10x_1 + 2x_2$		
Parametrlarning standart hatoligi	0,5	2	?
Parametrlar uchun t-kriteriya	3	?	5
Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti	0,85		

Topshiriq:

1. a parametrni aniqlang va tushurib qoldirilgan qiymatlarni to'ldiring.
2. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientining qiymatidan foydalanib tenglamaning ahamiyatlilagini aniqlang.
3. Natijaga omillardan qaysi biri ko'proq ta'sir etishini aniqlang.

14-masala.

Dunyoning 35ta mamlakatida aholining o'rtacha umr ko'rish darajasi (y , yosh)ni YaIMning sotib olish qobiliyati pariteti (x_1), aholining avvalgi yilga nisbatan qo'shimcha o'sishi sur'ati (x_2 , %), ishchi kuchining avvalgi yilga nisbatan

qo'shimcha o'sish sur'ati (x_3 , %), yosh bolalar o'limi darajasi (x_4 , %) ga bog'liqligi quyidagi jadval ma'lumotlari asosida o'rganilgan:

2.9-jadval

Mamlakat	y	x_1	x_2	x_3	x_4
1	47	3,0	2,6	2,4	113
2	55	4,3	2,5	2,4	91
3	52	2,4	3,1	3,1	89
4	58	5,1	1,6	2,1	79
5	57	3,4	2,0	1,7	72
6	50	2,0	2,9	2,7	123
7	53	4,5	2,9	2,8	80
8	58	5,1	2,7	2,7	58
9	62	5,2	1,8	2,0	68
10	68	7,4	3,1	4,0	46
11	47	4,9	3,1	2,8	124
12	60	8,3	2,9	3,3	90
13	67	7,0	3,0	3,8	45
14	69	10,8	1,1	1,1	34
15	57	7,8	2,9	3,1	56
16	51	7,6	2,9	2,6	90
17	72	12,1	1,3	2,0	16
18	63	14,2	2,0	2,7	56
19	64	14,1	1,6	2,5	51
20	66	10,6	2,2	2,7	39
21	65	12,4	2,0	2,6	55
22	66	12,4	2,9	3,5	44
23	69	15,6	2,2	3,2	36
24	74	13,1	1,0	1,8	13
25	68	13,5	2,7	2,9	41
26	70	15,6	0,2	0,2	13
27	69	28,0	0,9	1,3	35
28	67	20,7	1,7	2,1	48
29	70	20,0	0,3	0,6	14
30	72	23,7	1,9	2,8	33
31	68	20,0	1,5	1,6	44
32	71	33,4	2,4	2,7	12
33	72	35,3	1,5	2,1	12
34	73	24,6	0,6	1,0	18
35	73	30,8	1,3	2,0	22

Topshiriq:

1. Ma'lumotlarni dispersion taxlilini amalga oshiring va ularni saralang.
2. Juft korrelyatsiyalar matritsasini tuzing. Qaysi omillar kollinear ekanligini aniqlang.
3. Omillarni saralashni asoslagan holda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
4. Qoldiqlar grafigini chizing va xulosa qiling.
5. Gelfelda-Kvandta testini qo'llab ko'p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o'tkazing.
6. Ko'p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatliligi baholang. Bu tenglamada qaysi omillar kutilayotgan o'rtacha umr ko'rish darajasiga ko'proq ta'sir etadi.
7. Statistik ma'nodorlikka ega bo'lgan omillar bilan regressiya tenglamasini tuzing.

15-masala.

35ta mamlakat bo'yicha inson taraqqiyoti indeksi, hayot davomiyligi va aholining iste'mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga kaloriyaliligi to'g'risida ma'lumotlar berilgan:

2.10-jadval

Mamlakat	Inson taraqqiyoti indeksi, y	Hayot davomiyligi, yil, x_1	Aholining iste'mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga sutkalik kaloriyaliligi, kkal, x_2
1.	0,904	77,0	3343
2.	0,922	78,2	3001
3.	0,827	72,9	3161
4.	0,763	68,0	3101
5.	0,923	77,2	3543
6.	0,739	66,8	2938
7.	0,918	77,2	3237
8.	0,795	70,9	3402
9.	0,906	77,2	3330
10.	0,867	78,1	3575
11.	0,905	75,7	3808
12.	0,616	66,3	3289
13.	0,883	77,8	3272

14.	0,545	62,2	2415
15.	0,894	78,0	3295
16.	0,900	78,2	3504
17.	0,932	79,0	3056
18.	0,740	67,7	3004
19.	0,701	69,8	2844
20.	0,744	68,4	2861
21.	0,921	77,9	3259
22.	0,927	78,1	3350
23.	0,802	72,5	3344
24.	0,852	72,4	3336
25.	0,747	66,6	2704
26.	0,752	69,9	2943
27.	0,927	76,6	3642
28.	0,728	69,0	3568
29.	0,721	68,8	2453
30.	0,913	76,8	2916
31.	0,918	78,1	3551
32.	0,833	73,9	3177
33.	0,914	78,6	3280
34.	0,923	78,5	3160
35.	0,695	64,1	2933

Topshiriq:

1. Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasini tuzing.
2. Juft regressiya tenglamasini tuzing.
3. Fisher va Student kriteriyalari yordamida tenglamalarni va ularning parametrlarini statistik ahamiyatliliginini baholang.
4. Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
5. Gelfelda-Kvandta testini qo'llab ko'p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o'tkazing.
6. Ko'p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatliliginini baholang.

Quyidagi qaysi tenglamani prognozlash uchun qo'llash mumkin:

- a) y ni x_1 ga juft regressiyasini;
- b) y ni x_2 ga juft regressiyasini;
- v) ko'p omilli regressiyani.

III. Tenglamalar sistemasi ko'rnishidagi ekonometrik modellar

3.1 Uslubiy ko'rsatma

Murakkab iqtisodiy jarayonlar o'zaro bog'langan bir paytli tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi.

Tenglamalar tizimining bir qancha turlari mavjud.

Har bir bog'liq bo'lgan o'zgaruvchi (y) bitta to'plamdag'i omillar (x) funksiyasi deb qaraluvchi *bog'liq bo'lмаган tenglamalar sistemasi*:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemani Yechish va uning parametrlarini aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usuli qo'llaniladi.

Bir tenglamadagi natijaviy belgi (y)lar o'zidan keyingi tenglamalarda (x) omil belgilar sifatida qatnashuvchi *rekursiv tenglamalar sistemasi*:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3m}x_m + \varepsilon_3 \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini Yechish va uning parametrlarini aniqlash uchun ham eng kichik kvadratlar usuli qo'llaniladi.

O'zaro bog'liq tenglamalar sistemasida bitta natijaviy belgi bir tenglamaning chap qismida, boshqa tenglamaning o'ng qismida qatnashuvchi “*birgalikdagi, birpaytli tenglamalar*” sistemasi:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1n}y_n + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2n}y_n + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Bunday tenglamalar sistemasi “*modelning tuzilmaviy shakli*” deb ataladi.

Endogen o'zgaruvchilar –modelning ichida aniqlanuvchi, o'zaro bog'liq o'zgaruvchilar(y).

Ekzogen o'zgaruvchilar –modeldan tashqarida aniqlanuvchi, bog'liq bo'limgan o'zgaruvchilar (x).

Avvaldan aniqlangan o'zgaruvchilar -endogen va lagli (vaqt bo'yicha avvalgi darajadagi) endogen o'zgaruvchilar tizimi.

O'zgaruvchilar oldidagi a va b koeffitsientlar *modelning tuzulmaviy koeffitsientlari* deb ataladi.

Modelning keltirilgan shakli –avvaldan aniqlangan o'zgaruvchilar tizimidagi endogen o'zgaruvchilarning chiziqli funktsiyalari sistemasi orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \dots + \delta_{1m}x_m \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \dots + \delta_{2m}x_m \\ \dots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1}x_1 + \delta_{n2}x_2 + \dots + \delta_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

bu erda δ_{ij} – modelning keltirilgan shakli koeffitsientlari.

3.2. Namunaviy misollar yechish

1-misol.

$$\begin{cases} y_1 = b_{13} \cdot y_3 + a_{11} \cdot x_1 + a_{13} \cdot x_3, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + a_{22} \cdot x_2, \\ y_3 = b_{23} \cdot y_2 + a_{31} \cdot x_1 + a_{33} \cdot x_3. \end{cases}$$

modelning tuzilmaviy shakli(MTSh) berilgan bo'lsin.

Topshiriq:

Quyida berilgan modelning keltirilgan shakli(MKSh)dan kelib chiqib, modelning tuzilmaviy shakli koeffitsientlari topilsin.

$$\begin{cases} y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3, \\ y_2 = 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3, \\ y_3 = -5 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3. \end{cases}$$

Yechish

Modelning tuzilmaviy koeffitsientlarini hisoblaymiz.

MTShning birinchi tenglamasida x_2 bo'lmasligi sababli MKShdagi uchinchi tenglamadan x_2 ni topamiz:

$$x_2 = \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3}{8}.$$

Ushbu ifodaga MTShdagi birinchi tenglamaga kerak bo'lgan y_3 , x_1 , x_3 o'zgaruvchilar kiradi. Topilgan x_2 ni MKShdagi birinchi tenglamaga qo'yamiz:

$$y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3}{8} + 10 \cdot x_3 = 0,5y_3 + 4,5 \cdot x_1 + 7,5 \cdot x_3.$$

$y_1 = 0,50y_3 + 4,50 \cdot x_1 + 7,50 \cdot x_3$. -MTShning birinchi tenglamasi hosil bo'ladi.

2) MTShning ikkinchi tenglamasida x_1 va x_3 o'zgaruvchilar qatnashmayapti. Bu tenglamani parametrлari ikki bosqichda aniqlaniladi.

Birinchi bosqich: Mazkur holatda x_1 ni MKShning birinchi va uchinchi tenglamalaridan topish mumkin. Birinchi tenglamadan:

$$x_1 = \frac{y_1 - 4 \cdot x_3 - 10 \cdot x_3}{2} = 0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3.$$

Uchinchi tenglamadan x_3 ni topamiz:

$$x_3 = \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5}.$$

Ushbu ifodani x_1 ga qo'yamiz.

$$x_1 = 0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot \left(\frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5} \right) = 0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_1$$

$$x_1 = \frac{0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2}{6}.$$

Ikkinchi bosqich:

Huddi shunday x_3 ni qidirilayotgan y_1 , y_2 , y_3 lar orqali ifodalash uchun x_3 da x_1 ni MKShdagi birinchi tenglamasidan olingan qiymatiga almashtiramiz.

$$x_3 = \frac{y_3 + 5 \cdot (0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3) - 8 \cdot x_2}{5} = \\ = 0,2 \cdot y_3 + 0,5 \cdot y_1 - 3,6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3.$$

Bundan ,

$x_3 = 0,033 \cdot y_3 + 0,083 \cdot y_1 - 0,6 \cdot x_2$. kelib chiqadi.

Topilgan x_1 va x_3 ni MKShning ikkinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$y_2 = 3 \cdot \frac{0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2}{6} - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot (0,033 \cdot y_3 + 0,083 \cdot y_1 - 0,6 \cdot x_2).$$

$y_2 = 0,42 \cdot y_1 - 0,43 \cdot y_3 - 4,2 \cdot x_2$ –MTShning ikkinchi tenglamasi.

3) MTShning uchinchi tenglamasida x_2 ishtirok etmayapti, uni MKShdagagi ikkinchi tenglama orqali ifodalaymiz:

$$x_2 = \frac{-y_2 + 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_3}{6} = -0,167 \cdot y_2 + 0,5 \cdot x_1 + 0,333 \cdot x_3.$$

Hosil bo'lgan ifodani MKShdagagi uchinchi tenglamaga qo'yamiz:

$$y_3 = -5 \cdot x_1 + 8 \cdot (-0,167 \cdot y_2 + 0,5 \cdot x_1 + 0,333 \cdot x_3) + 5 \cdot x_3.$$

$y_3 = -1,34 \cdot y_2 - x_1 + 7,66 \cdot x_3$. –MTShning uchinchi tenglamasi.

Shunday qilib, MTSh quyidagi tenglamalar sistemasidan tashkil topadi:

$$\begin{cases} y_1 = 0,50y_3 + 4,50 \cdot x_1 + 7,50 \cdot x_3, \\ y_2 = 0,42 \cdot y_1 - 0,43 \cdot y_3 - 4,2 \cdot x_2, \\ y_3 = -1,34 \cdot y_2 - x_1 + 7,66 \cdot x_3 . \end{cases}$$

2-misol.

Quydagi model o'rganilayotgan bo'lsin:

$$\begin{cases} y = a_1 + b_1(C + D) + \varepsilon_1, \\ C = a_2 + b_2 \cdot y + b_3 \cdot y_{-1} + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: y –yalpi milliy daromad; y_{-1} –avvalgi yilgi yalpi milliy daromad; S –shahsiy ist'mol; D –talab; ε_1 va ε_2 –tasodifiy miqdorlar.

Quyidagi jadvalda ko'rsatkichlarning to'qqiz yillik o'sish sur'atlari haqidagi ma'lumotlar berilgan (3.1-jadval):

3.1-jadval

Yillar	D	y_{-1}	y	C	Yillar	D	y_{-1}	Y	C
1	-6,8	46,7	3,1	7,4	6	44,7	17,8	37,2	8,6
2	22,4	3,1	22,8	30,4	7	23,1	37,2	35,7	30,0
3	-17,3	22,8	7,8	1,3	8	51,2	35,7	46,6	31,4
4	12,0	7,8	21,4	8,7	9	32,3	46,6	56,0	39,1
5	5,9	21,4	17,8	25,8	Σ	167,5	239,1	248,4	182,7

O'rganilayotgan model uchun quyidagi keltirilgan tenglamalar sistemasi – MKSh tuzilgan:

$$\begin{cases} y = 8,219 + 0,6688 \cdot D + 0,2610 \cdot y_{-1}, \\ C = 8,636 + 0,3384 \cdot D + 0,2020 \cdot y_{-1}. \end{cases}$$

Topshiriq:

MTShning birinchi tenglamasini parametrlarini hisoblang.

Yechish

MTShning parametrlarini aniqlash uchun ikki qadamli eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz.

Birinchi qadam

MKShning ikkinchi tenglamasidan S endogen o'zgaruvchini nazariy qiymatlarini aniqlaymiz. Buning uchun

$$C = 8,636 + 0,3384 \cdot D + 0,2020 \cdot y_{-1}.$$

keltirilgan tenglamaga D va y_1 parametrlarining jadvaldagи qiymatlarini qo'yib S parametrning quyidagi nazariy qiymatlarini olamiz:

$$\begin{aligned}\hat{S}_1 &= 15,8; \hat{S}_2 = 16,8; \hat{S}_3 = 7,4; \hat{S}_4 = 14,3; \hat{S}_5 = 15,0; \hat{S}_6 = 27,4; \hat{S}_7 = 24,0; \\ \hat{S}_8 &= 33,2; \hat{S}_9 = 29,0.\end{aligned}$$

Ikkinchi qadam

MTShda C parametrning haqiqiy qiymatlarini nazariy qiymatlariga almashtiramiz va $\hat{C} + D$ ning yangi qiymatlarini hisoblab jadvalga joylashtiramiz.

Yillar	D	\hat{C}	$\hat{C} + D$	Yillar	D	\hat{C}	$\hat{C} + D$
1	-6,8	15,8	9,0	6	44,7	27,4	72,1
2	22,4	16,8	39,2	7	23,1	24,0	47,1
3	-17,3	7,4	-9,9	8	51,2	33,2	84,4
4	12,0	14,3	26,3	9	32,3	29,0	61,3
5	5,9	15,0	20,9	Σ	167,5	182,9	350,4

MTShdagi birinchi tenglamaga eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz. $\hat{C} + D$ yangi o'zgaruvchini Z deb belgilab, $y = a_1 + b_1 \cdot Z$ chiziqli tenglamasini echamiz.

Bu tenglama uchun normal tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a_1 + b_1 \sum Z, \\ \sum y \cdot z = a_1 \cdot \sum Z + b_1 \cdot \sum Z^2. \end{cases}$$

Ushbu normal tenglamalar tizimiga jadvaldagи qiymatlarni qo'yamiz.

$$\begin{cases} 248,8 = 9 \cdot a_1 + 350,4 \cdot b_1, \\ 13508,7 = 350,4 \cdot a_1 + 21142,0 \cdot b_1. \end{cases}$$

Bundan $a_1 = 7,678$; $b_1 = 0,512$ ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib MTShning quyidagi birinchi tenglamasini olamiz:

$$y = 7,678 + 0,512 \cdot (\hat{C} + D).$$

3-misol.

Quyidagi jadvalda xududda 2014 -2018 yillar davomida aholining jon boshiga yillik mol go'shtini istemoli, bir kilogramm go'shtning ulgurji narhi, aholining jon boshiga daromadi, go'shtni qayta ishlash uchun harajatlarni avvalgi yilga nisbatan o'zgarishi haqidagi ma'lumotlar berilgan.

3.2-jadval

Yillar	Aholining jon boshiga yillik mol go'shtining istemoli, kg.(y_1)	Bir kilogramm go'shtning ulgurji narhi, doll.(y_2)	Aholining jon boshiga daromadi, doll. (x_1)	Go'shtni qayta ishlash uchun harajatlarni narxiga nisbatan ulushi, % (x_2)
2014	60	5,0	1300	60
2015	62	4,0	1300	56
2016	65	4,2	1500	56
2017	62	5,0	1600	63
2018	66	3,8	1800	50

Topshiriq:

Mos tuzilmaviy koeffitsientlarni hisoblab

$$\begin{cases} y_1 = f(y_2, x_1), \\ y_2 = f(y_1, x_2). \end{cases}$$

ko'rinishdagi modelni tuzing.

Yechish

Berilgan ko'rinishdagi modelning ikki endogen va ikki ekzogen o'zgaruvchili bir paytli tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} \cdot y_2 + a_{11} \cdot x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar tizimining parametrlarini aniqlash uchun EKKUdan foydalananamiz. Buning uchun MTShdag'i x o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsientlarni aniqlash mumkin bo'lgan MKShga aylantiramiz:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2, \\ y_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2. \end{cases}$$

δ_{11} va δ_{12} larni qiymatlarini aniqlash uchun normal tenglamalar sistemasini yozamiz:

$$\begin{cases} \sum y_1 x_1 = \delta_{11} \cdot \sum x_1^2 + \delta_{12} \cdot \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_1 x_2 = \delta_{11} \cdot \sum x_1 \cdot x_2 + \delta_{12} \cdot \sum x_2^2. \end{cases}$$

Sistemani Yechish uchun x va y larning o'rtachalaridan chetlanishlari orqali ifodalab, sistema uchun kerakli ifodalarni hisoblaymiz va quyidagi ma'lumotlar matritsasini tuzamiz:

Yillar	y_1	y_2	x_1	x_2	$y_1 x_1$	$y_1 x_2$	$x_1 x_2$	x_1^2	x_2^2
2014	-3	0,6	-200	3	600	-9	-600	40000	9
2015	-1	-0,4	-200	-1	200	1	200	40000	1
2016	2	-0,2	0	-1	0	-2	0	0	1
2017	-1	0,6	100	6	-100	-6	600	10000	36
2018	3	-0,6	300	-7	900	-21	-2100	90000	49
Σ	0	0,0	0	0	1600	-37	-1900	180000	96

Hisoblanganlarni normal tenglamalar sistemasiga qo'ysak, u quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} 1600 = 180000 \cdot \delta_{11} - 1900 \cdot \delta_{12}, \\ -37 = -1900 \cdot \delta_{11} + 96 \cdot \delta_{12}. \end{cases}$$

Bu sistemadan: $\delta_{11} = 0,00609$; $\delta_{12} = -0,26481$ kelib chiqadi va nihoyat MTSning birinchi tenglamasini olamiz:

$$y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2.$$

Huddi shunday δ_{21} va δ_{22} koeffitsientlarni aniqlash uchun normal tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum y_2 x_1 = \delta_{21} \cdot \sum x_1^2 + \delta_{22} \cdot \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_2 x_2 = \delta_{21} \cdot \sum x_1 \cdot x_2 + \delta_{22} \cdot \sum x_2^2. \end{cases}$$

Ushbu sistemaga jadvaldagи qiymatlarni qo'yamiz va qo'shimcha hisoblashlarni amalga oshirsak yuqoridagi normal tenglamalar sistemasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} -160 = 180000 \cdot \delta_{21} - 1900 \cdot \delta_{22}, \\ 10,2 = -1900 \cdot \delta_{21} + 96 \cdot \delta_{22}. \end{cases}$$

Bu sistemadan: $\delta_{21} = 0,00029$; $\delta_{22} = 0,11207$ qiymatlarni olamiz va bularni o'rniga qo'yib MTShning ikkinchi tenglamasini keltirib chiqaramiz:

$$y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2.$$

Natijada MKSh quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2, \\ y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2. \end{cases}$$

Endi MKShdan MTShning tuzilmaviy koeffitsientlarini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2, \\ x_2 = \frac{y_2 - 0,00029 \cdot x_1}{0,11207}. \end{cases}$$

$$y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot \frac{y_2 - 0,00029 \cdot x_1}{0,11207}.$$

Bundan tuzilmaviy modelning birinchi tenglamasi kelib chiqadi:

$$y_1 = -2,36290 \cdot y_2 + 0,00678 \cdot x_1.$$

MTShni ikkinchi tenglamasini topish uchun quyidagi amallarni bajaramiz:

$$\begin{cases} y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2, \\ x_1 = \frac{y_1 - 0,26481 \cdot x_2}{0,00609}. \end{cases}$$

$$y_2 = 0,00029 \cdot \frac{y_1 - 0,26481 \cdot x_2}{0,00609} + 0,11207 \cdot x_2.$$

Bundan tuzilmaviy modelning ikkinchi tenglamasi kelib chiqadi:

$$y_2 = 0,04762 \cdot y_1 + 0,12468 \cdot x_2.$$

Shunday qililib, MTSh quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = -2,36290 \cdot y_2 + 0,00678 \cdot x_1, \\ y_2 = 0,04762 \cdot y_1 + 0,12468 \cdot x_2. \end{cases}$$

3.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1 -masala.

Pul bozorining tuzilmaviy modeli berilgan:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_t, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_t. \end{cases}$$

bu erda: R –foiz stavkasi;

Y –YaIM;

M –pul massasi;

I –ichki investitsiya;

t –joriy yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

2 - masala.

Quyidagi makroiqtisodiy model berilgan:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{12} \cdot Y_t + b_{13} \cdot T_t + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{24} \cdot K_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Y_t = C_t + I_t. \end{cases}$$

bu erda: C –ist’mol;

I –investitsiya;

Y –daromad;

T –soliq;

K –kapital g’amlamasi;

t –joriy yil;

t-1 –avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

3 -masala.

Keyns modelining bir ko'rinishi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_{2t}, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C –ist'emol;

I –yalpi investitsiya;

Y –YaIM;

G -kapital jamlamasi;

t –joriy yil;

t-1 –avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

4 -masala.

Pul va tovar bozori modeli berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{12} \cdot Y_t + b_{14} \cdot M_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{23} \cdot I_t + b_{25} G_t + \varepsilon_2, \\ I_t = a_3 + b_{31} \cdot R_t + \varepsilon_3. \end{cases}$$

bu erda: R –foiz stavkasi;

Y –real YaIM;

M –pul massasi;

I –ichki investitsiya;

G -davlatning real harajatlari.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

5 -masala.

Keynsning modifikatsiya qilingan modeli berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{22} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C – ist'emolga xarajatlar;

Y – daromad;

I – investitsiya;

G – davlat xarajatlari;

t – joriy yil;

$t-1$ – avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

6 -masala.

Bozorda talab va taklif quyidagi model bilan tavsiflanadi:

$$\begin{cases} q_1 = a_1 + b_1 p + \varepsilon_1 \\ q_2 = a_2 + b_2 p + \varepsilon_2, \\ q_1 = q_2. \end{cases}$$

bu erda: q_1 –mahsulotga talab;

q_2 –mahsulot hajmi taklifi;

p – shartnomada ko'zda tutilgan narx.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

7 -masala.

Pulga talab va taklif modeli berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: R – t davr uchun foiz stavkasi; Y – t davrdagi YaIM;

M – t davrdagi pul massasi.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

8 -masala.

Pul bozori modeli berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_2, \\ I_t = a_3 + b_{33} \cdot R_t + \varepsilon_3 \end{cases}$$

bu erda: R – foiz stavkasi;

Y – YaIM;

M – pul massasi;

I – ichki investitsiya.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

9 -masala.

Inflyatsiya darajasi va oddiy aksiyalarning daromadliligi orasidagi bog'lanishni o'rghanish uchun quyidagi regressiya tenglamalar sistemasi qo'llaniladi:

$$\begin{cases} Rb_t = a_1 + b_{11}Rs_t + b_{12}Rb_{t-1} + b_{13}L_t + b_{14}Y_t + b_{15}N_t + b_{16}I_t + \varepsilon_1, \\ Rs_t = a_2 + b_{21}Rb_t + b_{22}Rb_{t-1} + b_{23}L_t + b_{24}Y_t + b_{25}N_t + b_{26}I_t + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: Rb – obligatsiyalar daromadliligi; Rs – oddiy aktsiyalar daromadliligi; L – aholi jon boshiga pul shaklidagi daromadlari; Y –barcha manbalardan aholi jon boshiga daromad; N –o'r ganilayotgan davrda yangi qimmatli qog'ozlar chiqarishni tavsiflovchi o'zgaruvchi; E-davr oxirida aktsiyalarning kutilayotgan daromadliligi; I – inflyatsiyaning kutilayotgan daromadliligi; t –joriy davr; t-1 –avvalgi davr.

Bu modelda Rb va Rs lar endogen o'zgaruvchilar.

Topshiriq:

1. Ushbu model bir paytli tenglamalar sistemasi bo'ladimi yo'qmi, aniqlang.
2. Modelning keltirilgan shaklini tuzing.
3. Bu modelni tuzilmaviy parametrlarini qaysi usul bilan aniqlaysiz?

10 –masala.

Keyns modeli turidagi quyidagi modeli berilgan:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} T_t + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ T_t = a_3 + b_{31} Y_t + \varepsilon_3, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C – t vaqt davrida jami ist'emol;

Y – t vaqt davrida jami daromad;

I – t vaqt davrida investitsiya;

T – t vaqt davrida soliqlar;

G – t vaqt davrida davlat xarajatlari.

Ushbu modelda C , I , T va Y lar endogen o'zgaruvchilar.

Topshiriq:

Modelni keltirilgan shaklini tuzing.

11-masala.

Oltita kuzatuv natijalari bo'yicha quyidagi model tuzilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_{12} \cdot Y_2 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{21} \cdot Y_1 + c_{21} \cdot X_1 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = Y_2 + X_2 \end{cases}$$

Kuzatuv natijalari quyidagilardan iborat:

n	1	2	3	4	5	6
Y_1	3	2	4	1	5	3
X_1	2	3	5	6	10	8
X_2	4	7	3	6	5	5

Tuzilmaviy modelga mos modelning keltirilgan shakli quyidagidan iborat:

$$\begin{cases} Y_1 = -1,25 + 22 \cdot X_1 + 0,67 \cdot X_2 + \nu_1, \\ Y_2 = 2 - 4X_1 + 10X_2 + \nu_2, \\ Y_3 = -30 + 12X_1 + 8X_2 + \nu_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

1. Agar mumkin bo'lsa, birinchi tenglamaning tuzilmaviy parametrлarni toping.
2. Agar mumkin bo'lsa, ikiinchi tenglamaning tuzilmaviy parametrлarni toping.

12-masala.

Quyidagi modelning keltirilgan shakli berilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_{11} \cdot X_1 + b_{12} \cdot X_2 + c_{12}Y_2 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{22} \cdot X_2 + b_{23} \cdot X_3 + c_{21} \cdot Y_1 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = a_3 + b_{31}X_1 + b_{33} \cdot X_3 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

Ushbu modelni keltirilgan shakli quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} Y_1 = 6 + 8X_1 + 10X_2 + 4X_3 + \nu_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{22} \cdot X_2 + b_{23} \cdot X_3 + c_{21} \cdot Y_1 + \nu_2, \\ Y_3 = a_3 + b_{31}X_1 + b_{33} \cdot X_3 + \nu_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

1. MKShdan foydalanib MTSh koeffitsientlarini toping.
2. Tuzilmaviy koeffitsientlarni aniqlashda qo'llanilgan usulni asoslab bering.

13-masala.

Quyidagi ko'rinishdagi model tuzilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_2Y_2 + c_1X_1 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_1Y_1 + c_2X_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Topshiriq:

Quyidagilarni e'tiborga olgan holda modelning tuzilmaviy koeffitsientlarini aniqlang:

$$\sum Y_1X_1 = 2600; \quad \sum Y_1X_1 = 4350; \quad \sum Y_1 = 350; \quad \sum Y_2 = 25; \quad \sum X_1 = 750;$$

$$\sum X_2 = 350; \quad \sum X_1^2 = 1200; \quad \sum X_2^2 = 1800; \quad \sum X_1X_2 = 1500,$$

$$Y_2 = 2X_1 + 3X_2; \quad n = 30.$$

14-masala.

Quyidagi gipotetik tuzilmaviy model berilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2, \\ Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}Y_3 + a_{22}X_2, \\ Y_3 = b_{32}Y_2 + a_{31}X_1 + a_{33}X_3. \end{cases}$$

Modelning keltirilgan shakli quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} Y_1 = 3X_1 - 6X_2 + 2X_3, \\ Y_2 = 2X_1 + 4X_2 + 10X_3, \\ Y_3 = -5X_1 + 6X_2 + 5X_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

Modelning tuzilmaviy koeffitsientni aniqlang.

15-masala.

Jadvalda ish haqi, mahsulot bahosi, daromad, import bahosi, iqtisodiy faol aholi soni, ishsizlik darajasi bo'yicha etti yillik shartli ma'lumotlar berilgan:

3.3-jadval

Vaqt, t	O'sish sur'ati					Ihsizlik darajasi %, X ₁
	Ish haqi, mln. so'm, Y ₁	Baho, ming so'm, Y ₂	Daromad, mln. co'm, Y ₃	Import bahosi, mln. co'm, X ₂	Iqtisodiy faol aholi, ming kishi, X ₃	
1	2	6	10	2	1	1
2	3	7	12	3	2	2
3	4	8	11	1	5	3
4	5	5	15	4	3	2
5	6	4	14	2	3	3
6	7	9	16	2	4	4
7	8	10	18	3	4	5

Topshiriq:

Quyidagi ko'rinishdagi tuzilmaviy model parametrlarini aniqlang:

$$\begin{cases} Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \varepsilon_1 \\ Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}X_2 + a_{23}X_3 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = b_{31}Y_1 + a_{33}X_3 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

IV. Dinamik qatorlarda ekonometrik modellashtirish

4.1 Uslubiy ko'rsatma

Bir ob'ektni ketma-ket momentlar(davrlar)dagi holatini tavsiflovchi qator ma'lumotlari bo'yicha tuzilgan modellar dinamik qatorlar modellari deyiladi.

Dinamik qator –bu ma'lum bir ko'rsatkichning bir qancha ketma-ket kelgan momentlar yoki davrlardagi qiymatlari to'plamidir. Dinamik qatorlarning har bir darajasi trendli(T), tsiklik yoki masumiyligi(S) va tasodifiy(E) omillarning ta'siri natijasida yuzaga keladi.

Uchchala komponentalarning yig'indisidan tuzilgan model *dinamik qatorning additiv modeli* deyiladi. Uchchala komponentalarning ko'paytmasidan tuzilgan model esa *dinamik qatorning multiplikativ modeli* deyiladi.

Additiv model quyidagi umumiy ko'rinishga ega: $Y = T + S + E$.

Multiplikativ model esa quyidagi umumiy ko'rinishga ega: $Y = T \cdot S \cdot E$.

Additiv va multiplikativ modellarni tuzish dinamik qatorning har bir darajasi uchun T , S va E komponentalarning qiymatlarini hisoblashga olib keladi.

Modelni tuzish jarayoni bir nechta bosqichdan iborat:

- 1) berilgan qatorni sirg'anchoq o'rtacha usul bilan tekslash;
- 2) S – mavsumiy komponentaning qiymatini hisoblash;
- 3) qator tenglamasidan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlash va additiv modelda ($T+E$) yoki multiplikativ modelda ($T \cdot E$) tekislangan qiymatlarni topish;
- 4) ($T+E$) yoki ($T \cdot E$) darajalarni analitik tekislash va hosil bo'lgan trend tenglamasini qo'llab T ning qiymatlarini hisoblash;
- 5) hosil bo'lgan modelda ($T+E$) yoki ($T \cdot E$)ning qiymatlarini hisoblash;
- 6) mutloq va nisbiy hatoliklarni hisoblash.

Qator darajalari avtokorrelyatsiyasi – bu dinamik qatorlarning ketma-ket darajalari orasidagi korrelyatsion bog'lanish:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}},$$

bu erda: $\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}$; $\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1}$. -qator darajalarining birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsienti.

$$r_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}}$$

bu erda: $\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}$; $\bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t-2}}{n-2}$. -qator darajalarining ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsienti.

Yuqori tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblash uchun formulalarni chiziqli korrelyatsiya koeffitsientlari formulalaridan olish mumkin.

Darajalarning birinchi, ikkinchi va h.k. tartibdagi avtokorrelyatsiya koeffitsientlarining ketma-ketligi *dinamik qatorlar avtokorrelyatsiya funktsiyasi* deb ataladi. Avtokorrelyatsiya funktsiyasi qiymatini lag (avtokorrelyatsiya koeffitsienti tartibi) kattaligiga bog'lanish grafigi *korrelogramma* deb ataladi.

Dinamik qatorlarning tendentsiyasi(trendi)ni modellashtirish uchun analitik funktsiyalarni tuzish *dinamik qatorlarni analitik tekislash* deyiladi.

Trendlarni tuzish uchun ko'proq quyidagi funktsiyalar qo'llaniladi:

- chiziqli: $y_t = a + b \cdot t$;
- giperbola: $y_t = a + b/t$;
- eksponentsiyal trend: $y_t = e^{a+b \cdot t}$;
- ko'rsatkichli funktsiya shaklidagi trend: $y_t = a \cdot t^b$;
- ikki va undan yuqori tartibli parabola: $y_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k$.

Trendlarning parametrlarini oddiy EKKU bilan aniqlanadi, bog'liq bo'limgan erkli o'zgaruvchi sifatida $t=1, 2, \dots, n$ -vaqt, bog'liq o'zgaruvchi sifatida y_t -dinamik qatorning haqiqiy darajalari qatnashadi. Trendning eng yaxshi

shakllarini saralash kriteriyasi bo'lib, tuzatilgan determinatsiya koeffitsienti - \bar{R}^2 hisoblanadi.

Dinamik qatorlar bo'yicha regressiya modelini tuzishda tendensiyani yo'qotish uchun quyidagi usullar qo'llaniladi.

Trenddan chetlanish usuli - har bir dinamik qator modeli uchun trend qiymatlarini hisoblashni ko'zda tutadi, masalan x_t va y_t larni hamda $x_t - x_{t-1}$ va $y_t - y_{t-1}$ trenddan chetlashishlarni hisoblash. Keyingi tahlil uchun berilgan darajalar emas, balki trenddan chetlashishlar qo'llaniladi.

Ketma-ket ayirmalar usuli shundan iboratki, agar dinamik qator chiziqli tendentsiyaga ega bo'lsa, u holda berilgan ma'lumotlar birinchi tartibli ayirma bilan almashtiriladi:

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1});$$

agar parabolik trend bo'lsa, ikkinchi tartibli ayirma bilan almashtiriladi:

$$\Delta_t^2 = \Delta_t - \Delta_{t-1} = 2 \cdot b_1 + (\varepsilon_t - 2 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}).$$

Eksponentsiyal va darajali trend bo'lgan hollarda ketma-ket ayirmalar usuli berilgan ma'lumotlarning logarifmlariga qo'llaniladi.

Vaqt omili kiritilgan model quyidagi ko'rinishga ega:

$$y_t = a + b_1 \cdot x_t + b_2 \cdot t + \varepsilon_t.$$

Vaqt omili kiritilgan modelning a va b parametrлari EKKU bilan aniqlaniladi.

Qoldiqda avtokorrelyatsiya – bu ε_t qoldiqning joriy va avvalgi vaqtdagi qiymatlari orasidagi korrelyatsion bog'lanish.

Qoldiqda avtokorrelyatsiyani hisoblash uchun Darbin-Uotson kriteriysi qo'llaniladi va quyidagicha hisoblanadi:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}, \quad 0 \leq d \leq 4.$$

Birinchi tartibli qoldiq avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_1^\varepsilon = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}, \quad -1 \leq r_1^\varepsilon \leq 1.$$

Darbin – Uotson kriteriysi va birinchi tartibli qoldiq avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi munosabat orqali bog’langan:

$$d = 2(1 - r_1^\varepsilon).$$

4.2. Namunaviy misollar yechish

1-misol.

18 oylik ma'lumotlar asosida korxonaning daromadi (y , mld. so'm)ni hom ashyo bahosi (x_1 , mln. so'm/1 tonna) va mehnat unumдорлиги (x_2 , mahsulot birligi/bir ishchiga)ga bog’liqligini ifodalovchi regressiya tenglamasi tuzilgan:

$$\hat{y} = 200 - 1,5 \cdot x_1 + 4,0 \cdot x_2.$$

Qoldiq miqdorni tahlil qilganda quyidagi jadvalda keltirilgan qiymatlardan foydalanilgan:

4.1-jadval

Oylar	Y	x_1	x_2
1	210	800	300
2	720	1000	500
3	300	1500	600
...

$$\sum \varepsilon_t^2 = 10500, \quad \sum (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2 = 40000.$$

Topshiriq:

1. Birinchi uch oy uchun $\hat{y}_t, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t^2, (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$ larni hisoblang.
2. Darbin-Uotson kriteriysini hisoblang.

3. Olingan natijani 5%li ahamiyatlilik darajasi bilan baholang.
4. Tuzilgan tenglama prognoz uchun yaroqliligini aniqlang.

Yechish

1. \hat{y}_t ning qiymatini x_1 va x_2 larning haqiqiy qiymatlarini regressiya tenglamasiga qo'yib topiladi:

$$\hat{y}_1 = 200 - 1,5 \cdot 800 + 4,0 \cdot 300 = 200;$$

$$\hat{y}_2 = 200 - 1,5 \cdot 1000 + 4,0 \cdot 500 = 700;$$

$$\hat{y}_3 = 200 - 1,5 \cdot 1500 + 4,0 \cdot 600 = 350.$$

Qoldiq ε_t quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t.$$

Bundan,

$$\varepsilon_1 = 210 - 200 = 10, \quad \varepsilon_2 = 720 - 700 = 20, \quad \varepsilon_3 = 300 - 350 = -50;$$

$$\varepsilon_1^2 = 100, \quad \varepsilon_2^2 = 400, \quad \varepsilon_3^2 = 2500;$$

ε_{t-1} ning qiymatlari ε_t ning qiymatlarini bir oyga surilganiga teng.

Hisoblashlar natijalarini quyidagi jadval ko'rinishida yozamiz.

Oylar	\hat{y}_t	ε_t	ε_{t-1}	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})$	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$	ε_t^2
1	200	10				100
2	700	20	10	10	100	400
3	350	-50	20	-70	4900	2500
...
					40000	10500

2. Darbin-Uotson kriteriysi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$d = \frac{\sum (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum \varepsilon_t^2} = \frac{40000}{10500} = 3,81.$$

3. Olingan natijani 5%li ahamiyatlilik darajasi bilan baholash uchun d ning haqiqiy qiymatlarini Darbin-Uotson kriteriysi jadval ma'lumotlari bilan solishtiramiz. $n=18$ oy va $m=2$ (omillar soni) bo'lganda d' ning quyi chegarasi 1,05ga teng, yuqori chegarasi esa -1,53. d ning haqiqiy qiymati 4ga yaqin bo'lganligi sababli qoldiqda

avtokorrelyatsiyaning manfiy qiymati bilan tavsiflanadi. Avtokorrelyatsiyani manfiylik qiymatini tekshirish uchun quyidagi kattalikni topamiz:

$$4 - d = 4 - 3,81 = 0,19,$$

ushbu kattalik d' dan ancha kichik. Bu esa qoldiqda avtokorrelyatsiya mavjudligini bildiradi.

4. Qoldiqda avtokorrelyatsiya mavjudligi sababli regressiya tenglamasini prognozlash uchun qo'llash mumkin emas. Qoldiqdagi avtokorrelyatsiya tenglamaga qandaydir muhim omil kiritilmaganligini yoki bog'lanishning shakli noto'g'ri tanlanganligini bildiradi.

2-misol.

Jadvalda oilaning bir a'zosiga daromad va A mahsulotga harajatlar miqdori haqida ma'lumotlar berilgan:

4.2-jadval

Ko'rsatkichlar	2010 y.	2011 y	2012 y.	2013 y.	2014 y.	2015 y.
A mahsulotga harajatlar, ming so'm.	30	35	39	44	50	53
Oilaning bir a'zosiga daromad, 2010 yilga nisbatan, %	100	103	105	109	115	118

Topshiriq:

1. Daromad va harajatlarni yillik mutloq o'sishini aniqlang va har bir qatorni rivojlanish tendentsiyalari haqida xulosa qiling.
2. A mahsulotga talabni daromadga bog'liqligi modelini tuzish uchun tendentsiyani yo'qotishning asosiy yo'llarini ko'rsating.
3. Dinamik qatorning berilgan darajalarini birinchi tartibli ayirmalaridan foydalanim talabning chiziqli modelini tuzing.
4. Regressiya koeffitsientining iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.
5. Vaqt omilini kiritib A mahsulotga talabning chiziqli modelini tuzing. Olingan parametrlarni izohlab bering.

Yechish

1. A mahsulotga harajatni y deb, oilaning bir a'zosiga daromadni x deb belgilaymiz
Yillar bo'yicha mutloq o'sish quyidagi formula orqali aniqlaymiz:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad \Delta x_t = x_t - x_{t-1}.$$

Hisoblashlarni jadval ko'rinishda ifodalaymiz:

y_t	Δy_t	x_t	Δx_t
30	-	100	-
35	5	103	3
39	4	105	2
44	5	109	4
50	6	115	6
53	3	118	3

Δy ning qiymati aniq ifodalangan tendentsiyaga ega emas, ular o'rtacha daraja atrofida o'zgaradi, bu dinamik qatorda chiziqli trend borligini bildiradi.

Huddi shunday xulosani x bo'yicha qatorga ham chiqarish mumkin: mutloq o'sishlar aniq yo'nalishga ega emas, ular taxminan turg'un holatda, demak qator chiziqli tendentsiya bilan tavsiflanadi.

2. Dinamik qator umumiy o'sish tendentsiyasiga ega bo'lganligi sababli A mahsulotga talabni daromadga bog'liqligining regressiya modelini tuzish uchun tendentsiyani yo'qotish kerak. Buning uchun model birinchi tartibli ayirma bo'yicha tuziladi, ya'ni agar dinamik qator chiziqli tendentsiya bilan tavsiflansa $\Delta y=f(\Delta x)$ ko'rinishda bo'ladi.

Modelni tuzishda tendentsiyani hisobga olishning yana bir yo'li –har bir qator uchun trendlarni aniqlashdan iborat:

$$\hat{y}_t = f(t) \text{ va } \hat{x}_t = f(t),$$

va undan chetlanish:

$$dy=y_t - \hat{y}_t; \quad dx = x_t - \hat{x}_t.$$

Yuqoridagilarni e'tiborga olib, endi model trenddan chetlanish bo'yicha tuziladi, ya'ni:

$$dy = f(dx).$$

Ekonometrik modellarni tuzishda asosan tendentsiyani hisobga oluvchi boshqa yo'l –modelga vaqt omilini kiritish yo'li qo'llaniladi. Boshqacha aytganda model berilgan ma'lumotlar asosida tuzilib, unga bog'liq bo'lмаган omil sifatida vaqt kiritiladi, ya'ni:

$$\hat{y}_t = f(x, t).$$

3. Model quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\Delta\hat{y} = a + b \cdot \Delta x.$$

a va b parametrlarning qiymatlarini aniqlash uchun EKKUni qo'llab, normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \sum \Delta y = n \cdot a + b \cdot \sum \Delta x, \\ \sum \Delta y \Delta x = a \cdot \sum \Delta x + b \cdot \sum \Delta x^2. \end{cases}$$

Misol.imiz ma'lumotlaridan foydalanib quyidagi sistemani olamiz:

$$\begin{cases} 23 = 5 \cdot a + 18 \cdot b, \\ 88 = 18 \cdot a + 74 \cdot b. \end{cases}$$

Bu sistemani echib $a = 2,565$ va $b = 0,565$ ekanligini topamiz va bundan foydalanib quyidagi modelni hosil qilamiz:

$$\Delta\hat{y} = 2,565 + 0,565 \cdot \Delta x.$$

4. Regressiya koeffitsienti $b = 0,565$ ming so'mga teng. U jon boshiga daromad 1%ga o'sganda A mahsulotga harajatlar 0,565 ming so'mga teng bo'lган о'rtacha tezlanish bilan o'sib borishini ko'rsatadi.

5. A mahsulotga talabning chiziqli modeliga vaqt omilini kiritiganda u quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\hat{y} = a + b \cdot x + c \cdot t,$$

unga EKKUni qo'llab quyidagi normal tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum x + c \cdot \sum t, \\ \sum yx = a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum x \cdot t, \\ \sum yt = a \cdot \sum t + b \cdot \sum x \cdot t + c \cdot \sum t^2. \end{cases}$$

Hisoblashlar natijalarini quyidagi jadval ko'rinishida ifodalaymiz:

t	y	x	yx	y_t	x_t	x^2	t^2
1	30	100	3000	30	100	10000	1
2	35	103	3605	70	206	10609	4
3	39	105	4095	117	315	11025	9
4	44	109	4796	176	436	11881	16
5	50	115	5750	250	575	13225	25
6	53	118	6254	318	708	13924	36
$\sum=21$	251	650	27500	961	2340	70664	91

O'zgaruvchilarning qiymatlarini normal tenglamalar sistemasiga qo'ysak u
quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} 251 = 6 \cdot a + 650 \cdot b + 21 \cdot c, \\ 27500 = 650 \cdot a + 70664 \cdot b + 2340 \cdot c, \\ 961 = 21 \cdot a + 2340 \cdot b + 91 \cdot c. \end{cases}$$

sistemani echib, parametrlarning $a = -5,42$; $b = 0,322$; $c=3,516$ qiymatlarini
topamiz va natijada quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$y = -5,42 + 0,322 \cdot x + 3,516 \cdot t.$$

Parametr $b = 0,322$ y va x lar orasidagi bog'lanish kuchini ko'rsatadi. Uning
qiymati bir oila a'zosiga daromadning bir foizga o'sishi bilan tendentsiya
o'zgarmagan holda A mahsulotga harajatlar o'rtacha 0,322 ming so'mga oshishini
bildiradi.

3-misol.

Oxirgi uch yilda hududdagi nikohlar soni haqidagi oylar bo'yicha
ma'lumotlar asosida dinamik qatorning additiv modeli tuzilgan. Mos oylar uchun
mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari jadvalda keltiriladi.

4.3-jadval

Oylar	Mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari	Oylar	Mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari
Yanvar	-1,0	Iyul	3,0
Fevral	2,0	Avgust	1,0
Mart	-0,5	Sentyabr	2,5
Aprel	0,3	Oktyabr	1,0
May	-2,0	Noyabr	-3,0
Iyun	-1,1	Dekabr	?

Trend tenglamasi quyidagi ko'inishga ega:

$$\hat{y}_t = 2,5 + 0,03 \cdot t.$$

Trend parametrlarini hisoblashda haqiqiy vaqt hisobga olingan, ya'ni $t=1,2,\dots,36$.

Topshiriq:

1. Dekabr oyi uchun mavsumiy komponenta qiymatini toping.
2. Tuzilgan model asosida keyingi yilning birinchi choragi davomida qayd etilgan nikohlarning umumiy sonini prognozlang.

Yechish

1. Mavsumiy komponentalarning bir davr ichidagi qiymatlarini yig'indisi (dinamik qatorlar additiv modelini tuzish metodikasiga asosan) nolga teng bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqib dekabr oyi uchun mavsumiy komponentaning qiymati quyidagiga teng:

$$S_{12} = 0 - (-1 + 2 - 0,5 + 0,3 - 2 - 1,1 + 3 + 1 + 2,5 + 1 - 3) = -2,2.$$

2. Additiv modelda Y_t dinamik qator darajasining proqnoz qiymati T_t -trend qiymati va S_t -mavsumiy komponentaning mos qiymatlari yig'indisiga teng.

Keyingi yilning birinchi choragida qayd etilgan nikohlar soni yanvar $-Y_{37}$, fevral $-Y_{38}$ va mart $-Y_{39}$ oylaridagi nikohlar soni yig'indisidan iborat.

Trend qiymatlarini hisoblash uchun masala. shartida ko'rsatilgan trend tenglamasidan foydalanamiz:

$$T = 2,5 + 0,03 \cdot t.$$

$$T_{37} = 2,5 + 0,03 \cdot 37 = 3,61;$$

$$T_{38} = 2,5 + 0,03 \cdot 38 = 3,64$$

$$T_{39} = 2,5 + 0,03 \cdot 39 = 3,67.$$

Mavsumiy komponentalarning mos qiymatlari:

$$S_1 = -1 - \text{yanvar}$$

$$S_2 = 2 - \text{fevral}$$

$$S_3 = -0,5 - \text{mart.}$$

Shunday qilib:

$$Y_{37} = T_{37} + S_1 = 3,61 - 1 = 2,61;$$

$$Y_{38} = T_{38} + S_2 = 3,64 + 2 = 5,64;$$

$$Y_{39} = T_{39} + S_3 = 3,67 - 0,5 = 3,17.$$

Keyingi yilning birinchi choragida qayd etilgan nikohlar soni :

2,61+5,64+3,17=11,42 ming kishini tashkil etadi.

4.3. Namunaviy misolni kompyuterda yechish

4-misol. Oxirgi besh yilda mamlakatda turistlar soni besh yilda mamlakatga turistlar oqimi haqidagi yillarning choraklari bo'yicha ma'lumotlari berilgan.

Yillar	1-chorak	2-chorak	3-chorak	4-chorak
2014	385837	475343	527363	473418
2015	403996	494878	532033	486807
2016	459803	490901	551753	524578
2017	504970	620804	762304	801996
2018	972264	1349369	1593844	1430742

Topshiriq: kompyuterda **MS Excel** dasturiy maxsulidan foydalanib:

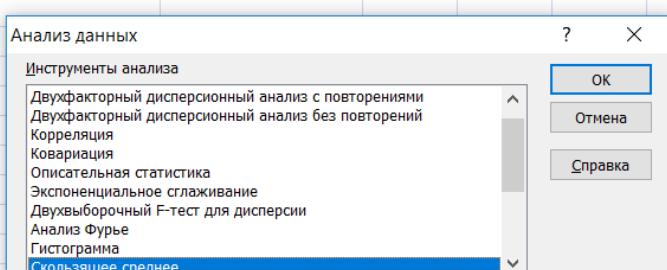
- 1) Sirg'anchiq o'rtacha bilan qatorni tekslang.
- 2) Mavsumiy komponentalarni baholang.
- 3) Berilgan dinamik qatordan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlab trend tenglamasi- additiv modelni tuzing va modelning xatoligini baholang.
- 4) Berilgan dinamik qatorni haqiqiy darajalari, tekslangan darajalari, additiv modeldan olingan darajalarini grafikda tasvirlang.

5) Additiv model asosida kelasi yilning choraklari, birinchi va ikkinchi yarim yilliklari hamda yil bo'yicha turistlar oqimining sonini prognozlang.

Yechish.

1) Sirg'anchiq o'rtacha bilan qatorni tekslash uchun **MS Excel** dasturiga kirib ma'lumotlarni kiritish uchun ishchi OYNA olib ma'lumotlarni kiritiladi(jadvalni ko'rgazmali bo'lishi uchun ma'lumotlarni **A15** katakdan boshlab yozish maqsadga muvofiq, 4.1-rasm). So'ngra **ДАННЫЕ** va **АНАЛИЗ ДАННЫХ** buyruqlaridan foydalаниб **Инструменты анализа** darchasi ochiladi va unda **Скользящее среднее** instrumenti belgilanib **OK** tugmasi bosiladi (4.1-rasm). Natijada 4.2-rasmdagi oyna hosil bo'ladi.

Скользящее среднее oynasida ma'lumotlarni kiritishning yuqoridagi tartibiga asosan **Входной интервал** oynachasiga berilgan ma'lumotlar joylashgan kataklar raqamlari yoziladi. **Интервал** oynachasiga



1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сирғончиқ ўртача	Марказлашган ўртача
2					
3					
4					
5	2014	I	385837		
6		II	475343		
7		III	527363		
8		IV	473418		
9	2015	I	403996		
10		II	494878		
11		III	532033		
12		IV	486807		
13	2016	I	459803		
14		II	490901		
15		III	551753		
16		IV	524578		
17	2017	I	504970		
18		II	620804		
19		III	762304		
20		IV	801996		
21	2018	I	972264		
22		II	1349369		
23		III	1593844		
24		IV	1430742		

4.1-rasm. Sirg'onchiq o'rtachani buyrug'ini ishga tushirish oynasi

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сирғончиқ ўртача	Марказлашган ўртача				
2									
3									
4									
5	2014 I		385837						
6		II	475343						
7		III	527363						
8		IV	473418						
9	2015 I		403996						
10		II	494878						
11		III	532033						
12		IV	486807						
13	2016 I		459803						
14		II	490901						
15		III	551753						
16		IV	524578						
17	2017 I		504970						
18		II	620804						
19		III	762304						
20		IV	801996						
21	2018 I		972264						
22		II	1349369						
23		III	1593844						
24		IV	1430742						

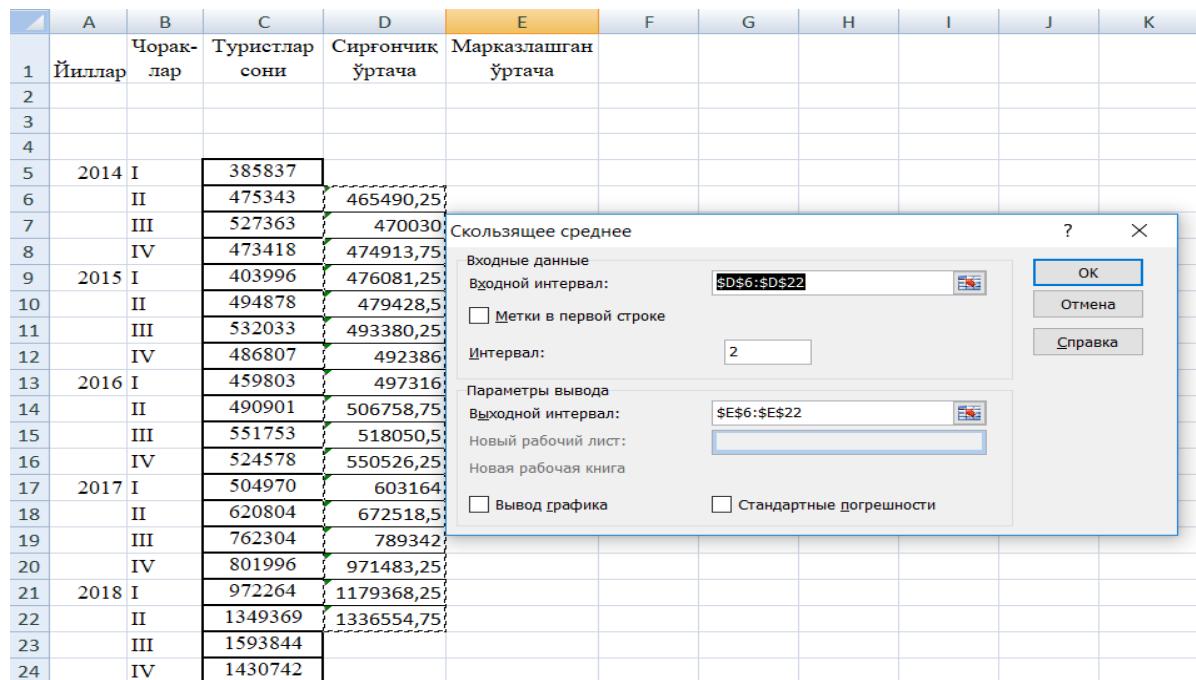
4.2-rasm. Sirg'onchiq o'rtachani hisoblash oynasi

o'rtalashtirilayotgan choraklar soni (bizning misolda u to'rtga teng) yoziladi. **Входной интервал** oynachasiga sirg'onchiq o'rtachning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlari kiritiladi (jadval ko'rgazmali bo'lishi uchun sirg'onchiq o'rtachning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlarini berilgan ma'lumotlar joylashgan katakdan ikkita katak yuqoridan yozish maqsadga muvofiq) **OK** tugmasi bosiladi, natijada **D** ustunda sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari hosil bo'ladi (4.3a-rasm). So'ngra markazlashgan o'rtachani hisoblash uchun yana xuddi shu tartibda **Скользящее среднее** oynasiga kiriladi (4.4-rasm) va **Входной интервал** oynachasiga sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari joylashgan kataklarning raqamlari yoziladi. **Интервал** oynachasiga markazlashgan o'rtachani hisoblash uchun choraklar soni (bizning misolda u ikkiga teng) yoziladi. **Входной интервал** oynachasiga markazlashgan o'rtachning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlari kiritiladi va **OK** tugmasi bosiladi, natijada **E** ustunda markazlashgan o'rtachaning qiymatlari hosil bo'ladi va natijada berilgan qatorni tekslangan shaklga keladi(4.3b-rasm).

	A	B	C	D		A	B	C	D	E	
1	Йиллар	Чорак- лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача		1	Йиллар	Чорак- лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача
2						2					
3						3					
4						4					
5	2014	I	385837			5	2014	I	385837		
6		II	475343	465490,25		6		II	475343		
7		III	527363	470030		7		III	527363	470030	
8		IV	473418	474913,75		8		IV	473418	474913,75	
9	2015	I	403996	476081,25		9	2015	I	403996	476081,25	
10		II	494878	479428,5		10		II	494878	479428,5	
11		III	532033	493380,25		11		III	532033	493380,25	
12		IV	486807	492386		12		IV	486807	492386	
13	2016	I	459803	497316		13	2016	I	459803	497316	
14		II	490901	506758,75		14		II	490901	506758,75	
15		III	551753	518050,5		15		III	551753	518050,5	
16		IV	524578	550526,25		16		IV	524578	550526,25	
17	2017	I	504970	603164		17	2017	I	504970	603164	
18		II	620804	672518,5		18		II	620804	672518,5	
19		III	762304	789342		19		III	762304	789342	
20		IV	801996	971483,25		20		IV	801996	971483,25	
21	2018	I	972264	1179368,25		21	2018	I	972264	1179368,25	
22		II	1349369	1336554,75		22		II	1349369	1336554,75	
23		III	1593844			23		III	1593844		
24		IV	1430742			24		IV	1430742		

4.3a-rasm.Sirg'onchiq o'rtacha.

4.3b-rasm.Markazlashgan o'rtacha.



4.4-rasm. Markazlashgan o'rtachani hisoblash oynasi

2) Mavsumiy komponentalar baholash uchun turistlar soni(S ustun) bilan markazlashtirilgan o'rtacha (E ustun) orasidagi farqni hisoblanadi (4.5-rasm F ustun).

	A	B	C	D	E	F
1	Йиллар	Чорак- лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача	Мавсумий компоненталар
5	2014	I	385837			
6		II	475343	465490,25		
7		III	527363	470030	467760,125	59602,875
8		IV	473418	474913,75	472471,875	946,125
9	2015	I	403996	476081,25	475497,5	-71501,5
10		II	494878	479428,5	477754,875	17123,125
11		III	532033	493380,25	486404,375	45628,625
12		IV	486807	492386	492883,125	-6076,125
13	2016	I	459803	497316	494851	-35048
14		II	490901	506758,75	502037,375	-11136,375
15		III	551753	518050,5	512404,625	39348,375
16		IV	524578	550526,25	534288,375	-9710,375
17	2017	I	504970	603164	576845,125	-71875,125
18		II	620804	672518,5	637841,25	-17037,25
19		III	762304	789342	730930,25	31373,75
20		IV	801996	971483,25	880412,625	-78416,625
21	2018	I	972264	1179368,25	1075425,75	-103161,75
22		II	1349369	1336554,75	1257961,5	91407,5
23		III	1593844			
24		IV	1430742			

4.5-rasm. Mavsumiy komponentalar

Ulardan mavsumiy komponenta(S)larning qiymatlarini hisoblashda foydalaniladi. Buning uchun yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy komponenta qiymatlari (S_i)larni (4.5-rasm. F ustun) 4.4-jadvalga joylashtiriladi.

4.4-jadval

Yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy turistlar oqimi

Ko'rsatkichlar	Yil	Chorak raqami, i			
		I	II	III	IV
	2014			59602,87	946,12
	2015	-71501,50	17123,12	45628,62	-6076,12
	2016	-35048,00	-11136,37	39348,37	-9710,37
	2017	-71875,125	-17037,25	31373,75	-78416,625
	2018	-103161,75	91407,50		
i -chorak bo'yicha jami (barcha yillar uchun)		-281586,37	80357,00	175953,62	-93257,00
i -chorak uchun masumiy komponentalarni o'rtacha qiymati (\bar{S}_i)		-70396,59	20089,25	43988,40	-23314,25
Tuzatilgan mavsumiy komponenta, S_i		-62988,29	27497,54	51396,70	-15905,95

Choraklar bo'yicha mavsumiy komponentalar o'rtachalarining yig'indisini nolga teng va teng emasligini tekshiriladi (4.4-jadvalning ko'rsatkichlar ustunida 3-qator):

$$(-70396,59)+20089,25+43988,40+(-23314,25) = -29633,2.$$

Yig'indi nolga teng bo'limganligi sababli tuzatish koeffitsienti hisoblanadi:

$$k = -29633,2 / 4 = -7408,3.$$

Mavsumiy komponentalarning choraklar bo'yicha tuzatilgan qiymatlari o'rtacha turistlar soni bilan tuzatish koeffitsienti(k) orasidagi farqi $S_i = \bar{S}_i - k$, formula yordamida topiladi, bu erda, $i= 1, 2, 3, 4$.

Topilgan qiymatlarni jadvalga qo'yib (4.6-jadvalning ko'rsatkichlar ustunida 4-qator) mavsumiy komponentalarning qiymatlari yig'indisi nolga teng bo'lish shartini takroran tekshirib ko'ramiz:

$$-62988,29 + 27497,54 + 51396,70 + (-15905,95) = 0.$$

Nolga teng bo'lish sharti bajarildi, shunday qilib, turistlar oqimining mavsumiy komponentalari qiymatlari quyidagicha:

$$\text{I - chorak: } S_1 = -62988,29;$$

$$\text{II - chorak: } S_2 = 27497,54;$$

$$\text{III - chorak: } S_3 = 51396,70;$$

$$\text{IV - chorak: } S_4 = -15905,95.$$

3) Berilgan dinamik qatordan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlab trend tenglamasi additiv modelni tuzish va modelning xatoligini baholash(4.8-rasm).

1. Berilgan qatorning darajalari (**S** ustun)dan mavsumiy komponentalarning qiymatlarini (**D** ustun) ayiriladi va **E** ustunda har bir davr uchun faqat tendentsiya va tasodifiy komponentalardan iborat qator hosil bo'ladi.

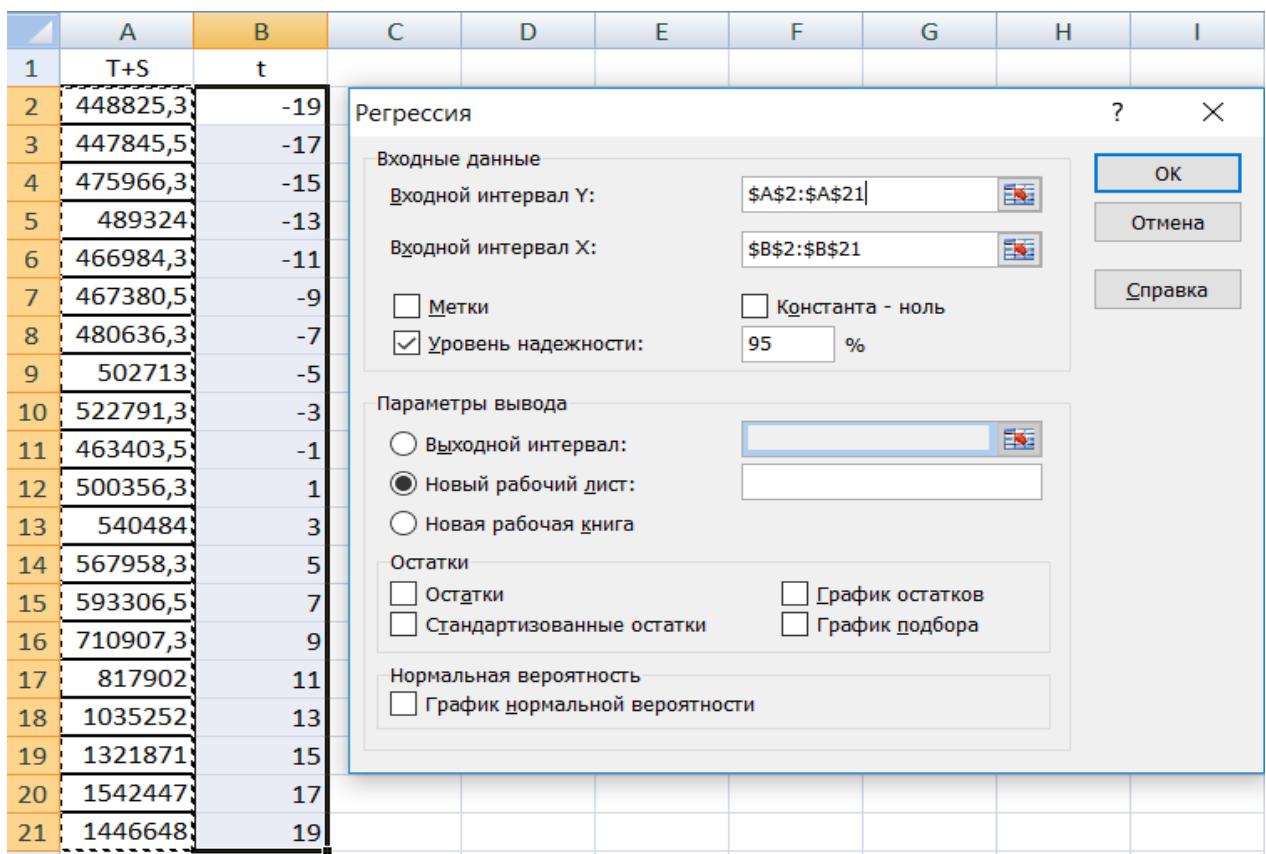
2. Trend tenglamasi –additiv modelni tuzish uchun ($T+E$) qatorni chiziqli trend yordamida analitik tekislanadi. Buning uchun **MS Excel** dasturining “Регрессия” buyrug'idan foydalanib trendning analitik ifodasini parametrlari qiymatlari aniqlaniladi. Buning uchun 4.6-rasmdagi amallar bajariladi. Natija 4.7-

rasmdagi oynada hosil bo'ladi. Regression tahlilning natijasiga asosan qator darajalarining vaqtga bog'lanish zichligi $r_{yt} = 0,81$; tenglama parametrlari: $a_0=692150,15$; $a_1=24289$ ga teng. Shunday qilib, trendning analitik ko'rinishi quyidagicha:

$$T = 692150,15 + 24289 \cdot t$$

Ushbu tenglamaga $t = 1,2,\dots,20$ qiymatlarni qo'yib, har bir vaqt uchun T ning vaqt bo'yicha qiymatlari topiladi (4.8-rasm. F ustun).

3. Berilgan dinamik qatorning har bir darajasidan (4.8-rasm. S ustun) masumiy komponentalarning ta'sirini (4.8-rasm. D ustun) chiqarib tashlab, $T+E = Y - S$ qiymatlarini topamiz(4.8-rasm. G ustun). Natijada faqat tendentsiya va tasodifiy komponentalardan iborat bo'lgan qator hosil bo'ladi.



4.6-rasm. Trendni aniqlash uchun ma'lumotlarni kiritish

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	Регрессионная статистика					
4	Множественный R	0,812478099				
5	R-квадрат	0,660120661				
6	Нормированный R-ква,	0,641238476				
7	Стандартная ошибка	211869,5924				
8	Наблюдения	20				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		df	SS	MS	F	Значимость F
12	Регрессия	1	1,56931E+12	1,56931E+12	34,95997123	1,34831E-05
13	Остаток	18	8,07997E+11	44888724174		
14	Итого	19	2,37731E+12			
15						
16		Коэффициентъ стандартизированной ошибки-статастика	P-Значение		Нижние 95%	
17	Y-пересечение	692150,15	47375,48109	14,60988119	2,00172E-11	592617,9578
18	Переменная X 1	24289,20756	4107,975197	5,912695767	1,34831E-05	15658,67194

4.7-rasm. Regressiyaning natijalari

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Йиллар	Чорак- лар	Туристлар сони, ут	S _t	T+E = Yt -St	T	T+S	E=y _t -(T+S)
2	2014	1	385837	-62988,29	448825,29	224757,1	161768,8	224068,2
3		2	475343	27497,54	447845,46	273956,4	301453,9	173889,1
4		3	527363	51396,7	475966,3	323155,7	374552,4	152810,6
5		4	473418	-15905,95	489323,95	372354,9	356449	116969
6	2015	5	403996	-62988,29	466984,29	421554,2	358565,9	45430,1
7		6	494878	27497,54	467380,46	470753,5	498251	-3373
8		7	532033	51396,7	480636,3	519952,7	571349,4	-39316,4
9		8	486807	-15905,95	502712,95	569152	553246	-66439
10	2016	9	459803	-62988,29	522791,29	618351,3	555363	-95560
11		10	490901	27497,54	463403,46	667550,5	695048,1	-204147,1
12		11	551753	51396,7	500356,3	716749,8	768146,5	-216393,5
13		12	524578	-15905,95	540483,95	765949	750043,1	-225465,1
14	2017	13	504970	-62988,29	567958,29	815148,3	752160	-247190
15		14	620804	27497,54	593306,46	864347,6	891845,1	-271041,1
16		15	762304	51396,7	710907,3	913546,8	964943,5	-202639,5
17		16	801996	-15905,95	817901,95	962746,1	946840,2	-144844,2
18	2018	17	972264	-62988,29	1035252,29	1011945,4	948957,1	23306,9
19		18	1349369	27497,54	1321871,46	1061144,6	1088642	260726,8
20		19	1593844	51396,7	1542447,3	1110343,9	1161741	432103,4
21		20	1430742	-15905,95	1446647,95	1159543,2	1143637	287104,8

4.8-rasm. Additiv modelni tuzish uchun ishchi jadval

Additiv modelni qurish usuliga asosan modelning hatoligini hisoblash $E = Y - (T + S)$ formula asosida amalga oshiriladi. Bu mutloq xatolik bo'lib, uning qiymati 4.8-rasmning N ustunida keltirilgan.

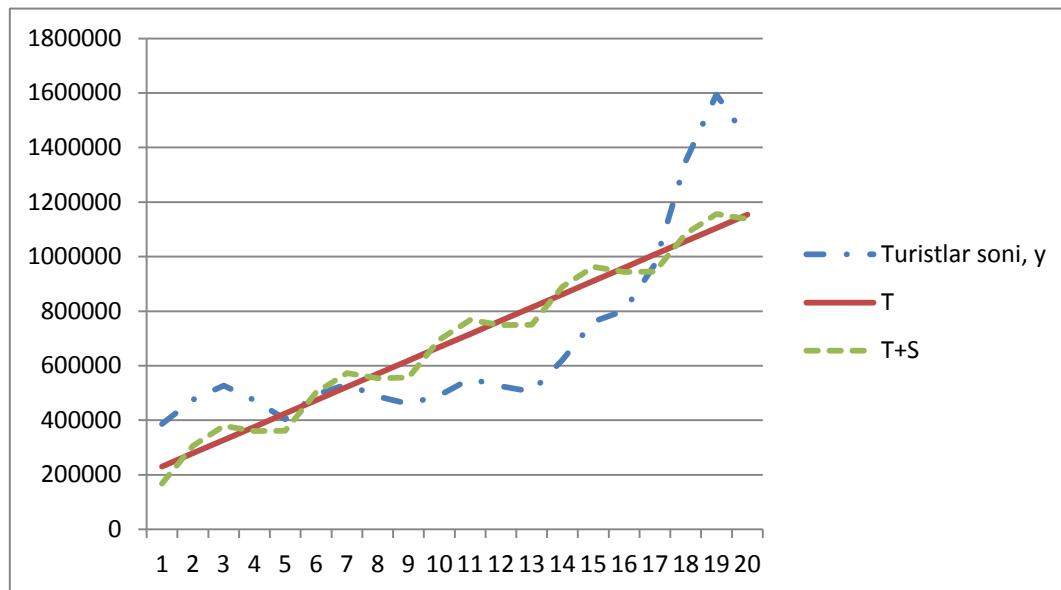
Tanlangan modelning sifatini baholash uchun olingan mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisidan foydalanish mumkin. Ushbu additiv model uchun mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisi 8,08 ga teng. Uni qator darajalarining o'rtacha darajasidan chetlanishi kvadratlarining yig'indisi(169,5)ga nisbati 4,18 foizni tashkil etadi, ya'ni:

$$(1 - 8,08/169,5) \times 100 = -4,18.$$

Shunday qilib, aytish mumkinki, additiv model oxirgi 20 chorakda turistlar tashrifi jarayonini ifodalovchi dinamik qator darajalarining o'zgarishini 95,82 foiz aniqlik bilan ifodalab beradi.

4) Berilgan dinamik qatorni haqiqiy darajalari, tekslangan darajalari, additiv modelda olingan darajalarini grafikda tasviri.

Olingan natijalarni grafikda tasvirlash uchun MS EXEL dasturining buyrug'idan foydalanamiz



4.9-rasm. O'zbekiston Respublikasiga tashrif buyurgan turistlar oqimining dinamikasi

5) Additiv model asosida kelasi yilning choraklari, birinchi va ikkinchi yarim yilliklari hamda yil bo'yicha turistlar oqimi sonining prognozi.

Prognoz qilinayotgan davrlarga mos trend komponentalarini aniqlash uchun trend tenglamasidan foydalanamiz:

$$T = 175557,86 + 49199,265 \cdot t .$$

Bashorat qilinayotgan choraklar uchun trend quyidagilardan iborat:

$$T_{21} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 21 = 1208742,43;$$

$$T_{22} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 22 = 1257941,70;$$

$$T_{23} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 23 = 1307140,97;$$

$$T_{24} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 24 = 1356340,23;$$

Mavsumiy komponentalarning qiymatlari:

$$\text{I-chorak: } S_1 = -62988,29; \quad \text{II-chorak: } S_2 = 27497,54;$$

$$\text{III - chorak: } S_3 = 51396,70; \quad \text{IV - chorak: } S_4 = -15905,95 \text{ edi.}$$

Turistlar tashrifining 2019 yilning I va II choraklarida mos ravishda prognoz soni:

$$U_{21} = T_{21} + S_1 = 1208742,43 - 62988,29 = 1145754 \text{ kishi};$$

$$U_{22} = T_{22} + S_2 = 1257941,70 + 27497,54 = 1285439 \text{ kishi} .$$

Turistlar tashrifining 2019 yilning birinchi yarim yilligida prognoz soni,

$$1145754 + 1285439 = 2431193 \text{ kishiga teng.}$$

Turistlar tashrifining 2019 yilning III va IV choraklarida prognoz soni mos ravishda:

$$U_{23} = T_{23} + S_3 = 1307140,97 + 51396,70 = 1358538 \text{ kishi};$$

$$U_{24} = T_{24} + S_4 = 1356340,22 - 15905,95 = 1340434 \text{ kishi.}$$

Turistlar tashrifining 2019 yilning ikkinchi yarim yilligida prognoz soni,

$$1\ 358538+1\ 340434 = 2\ 698\ 972 \text{ kishiga teng.}$$

Turistlar tashrifining 2019 yil bo'yicha prognoz soni,

$$2\ 431193+2\ 698972 = 5\ 130\ 165 \text{ kishini tashkil etadi.}$$

4.4 Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Bank ma'muriyati jismoniy shaxslarning depozitlarini qator yillar bo'yicha dinamikasini o'rgangan(taqqoslama baholarda, mln. doll.). Natijalar quyidagicha bo'lgan:

Yillar, t	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma=28$
Jismoniy shaxslar depozitlari, x	2	6	7	3	10	12	13	$\Sigma=53$

Yana, ushbu yig'indi ham ma'lum: $\Sigma x^2=511$.

Topshiriq:

1. Chiziqli trend tenglamasini tuzing va uning parametrlarini izohlab bering.
2. Chiziqli trend uchun determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
3. Bank ma'muriyati jismoniy shahslar depozitlarining o'rtacha yillik mutloq o'sishi 2,5 mln.dollordan kam bo'lmasligini tahmin qilgan. Siz olgan natija bilan ushbu tahmin tasdiqlanadimi – yo'qmi?

2-masala.

Fermer ho'jaligida bug'doy hosildorligi bo'yicha 8 yillik ma'lumotlar berilgan:

Yillar, t	1	2	3	4	5	6	7	8
Bug'doy hosildorligi, y_t (ts/ga)	10,2	10,7	11,7	13,1	14,9	17,2	20,0	23,2

Topshiriq:

1. Trend tenglamasi shaklini tanlashni asoslab bering.

2. Trend tenglamasi parametrlarini hisoblang.
3. Bug'doy hosildorligini keyingi yil uchun prognoz qiling.

3-masala.

Regionda ishsizlik darajasi y_t (%) bo'yicha 10 oylik ma'lumotlar berilgan:

Yillar, t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ishsizlik darajasi, y_t (%)	8,8	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,0	6,9	6,7

Topshiriq:

1. Ushbu qator darajalarining birinchi va ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientlarini aniqlang.
2. Trend tenglamasini tanlanishini asoslang va uning parametrlarini aniqlang.
3. Olingan natijalarni izohlang.

4-masala.

Quyidagi dinamik qator berilgan bo'lsin:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	20	10

Bundan tashqari yana $\sum x_t = 150$, $\sum x_t^2 = 1800$, $\sum_{t=2}^n x_t \cdot x_{t-1} = 7350$ lar ham ma'lum.

Topshiriq:

1. Qatorning darajalarini birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Tadqiq qilinayotgan davriy qator tendentsiyaga egaligini aniqlang.

5-masala.

2000-2017 yillarda ikki mamlakat o'rtaсидаги eksport, import va tashqi savdo aylanmasi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar bilan tavsiflanadi:

4.4-jadval

Yillar	Birinchi mamlakat, mln. doll.			Ikkinchi mamlakat, mln. doll.		
	Eksport	Import	Tashqi savdo aylanmasi	Eksport	Import	Tashqi savdo aylanmasi
2000	117	131	248	562	533	1095
2001	129	126	255	609	581	1190
2002	146	144	290	683	633	1316
2003	166	164	330	846	811	1657
2004	204	206	410	1116	1109	2225
2005	209	205	414	1065	1061	2126
2006	236	247	483	1266	1261	2527
2007	257	278	535	1474	1499	2973
2008	281	280	561	1540	1570	3110
2009	328	332	660	1798	1866	3664
2010	366	386	752	2026	2125	4151
2011	405	419	824	2286	2357	4643
2012	431	412	843	2640	2694	5334
2013	450	434	884	2924	2864	5788
2014	498	496	994	3337	3277	6614
2015	549	547	1096	3479	3379	6858
2016	532	530	1062	3476	3201	6677
2017	540	539	1079	3479	3387	6866

Topshiriq:

1. Har bir qatorning dinamikasi grafigini chizing.
2. Turli shakldagi trendlar parametrlarini hisoblang.
3. Har bir trend sifatini approksimatsiyaning o'rtacha hatoligi, chetlanishning chiziqli avtokorrelyatsiya koeffitsienti orqali baholang.
4. Trendlarning statistik ahamiyatlilagini Fisherning F- kriterysi orqali, trend parametrlari axamiyatlilagini Styudentning t-kriteriysi orqali baholang.
5. Trendning eng yaxshi shaklini tanlang va u bo'yicha 2018 yilga prognoz qiling.
6. Prognoz hatoligini baholang va muhimlik darajasi 0,05 uchun prognozning ishonch oralig'ini tuzing.

6-masala.

Mamlakatning 5 yillik chakana savdo aylanmasining choraklar bo'yicha ma'lumotlari berilgan.

4.5-jadval

Chorak raqami	Tovar aylanmasi, avvalgi yilga nisbatan, %	Chorak raqami	Tovar aylanmasi, avvalgi yilga nisbatan, %
1	100,0	11	98,8
2	93,9	12	101,9
3	96,5	13	113,1
4	101,8	14	98,4
5	107,8	15	97,3
6	96,3	16	102,1
7	95,7	17	97,6
8	98,2	18	83,7
9	104,0	19	84,3
10	99,0	20	88,4

Topshiriq:

1. Dinamik qatorning grafigini tuzing.
2. Dinamik qatorning multiplikativ modelini tuzing.
3. O'rtacha mutloq hatolik va o'rtacha nisbiy chetlanish ko'rsatkichlari orqali model sifatini baholang.

7-masala.

Regionning ohirgi uch yillik elektrenergiya ist'emoli haqidagi oylik ma'lumotlar (mln.kVt/soat) asosida dinamik qatorning additiv modeli tuzilgan. Mos oylar uchun mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari quyidagi jadvalda keltirilgan:

4.6-jadval

yanvar	+25	may	-32	sentyabr	+2
fevral	+10	iyun	-38	oktyabr	+15
mart	+6	iyul	-25	noyabr	+27
aprel	-4	avgust	-18	dekabr	?

Trend teglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$T = 300 + 1,5 \cdot t, \quad t = \overline{1:36}.$$

Topshiriq:

1. Dekabr oyi uchun davriy komponenta qiymatini toping.
2. Tuzilgan model asosida keyingi yilning birinchi choragi davomida kutilayotgan elektroenergiya ist'moli miqdorini prognoz qiling.

8-masala.

2012-2017 yillar uchun choraklar bo'yicha eksport hajmi haqida ma'umotlar berilgan.

4.7-jadval

Chorak raqami	Eksport, mln. doll.	Chorak raqami	Eksport, mln. doll.
1	4087	13	6975
2	4737	14	6891
3	5768	15	7527
4	6005	16	7971
5	5639	17	5875
6	6745	18	6140
7	6311	19	6248
8	7107	20	6041
9	5741	21	4626
10	7087	22	6501
11	7310	23	6284
12	8600	24	6707

Topshiriq:

1. Dinamik qatorning grafigini tuzing.
2. Dinamik qatorning additiv va multiplikativ modellarini tuzing.
3. Har bir modelning o'rtacha mutloq hatolik va o'rtacha nisbiy chetlanish ko'rsatkichlari orqali sifatini baholang. Eng yaxshi modelni tanlang.

9-masala.

Sotilgan benzin hajmi (u_t) ni iste'mol bahosi (x_t) dinamikasiga bog'liqligi o'r ganilgan. Jadvalda ohirgi 6 chorakda olingan ma'lumotlar keltirilgan:

4.8-jadval

Ko'rsatkich	1-chorak	2-chorak	3-chorak	4-chorak	5-chorak	6-chorak
1-chorakka nisbatan iste'mol bahosi indeksi	100	104	112	117	121	126
Chorak davomida o'rtacha 1 kunda sotilgan benzin hajmi, ming l.	89	83	80	77	75	72

Yana quyidagilar ma'lum:

$$\sum x_t = 680, \quad \sum y_t = 476, \quad \sum x_t y_t = 53648, \quad \sum x_t^2 = 77566.$$

Topshiriq:

1. Sotilgan benzin hajmini iste'mol bahosi indeksiga bog'liqligi modelini vaqt omilini kiritib tuzing.
2. Tuzilgan modelni parametrlarini izohlab bering.

10-masala.

2009 – 2017 yillar davomida go'sht mahsulotlarining yillik iste'moli hajmi va aholi jon boshiga daromadlari haqidagi ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan:

4.9-jadval

Ko'rsatkich	2009 y.	2010 y.	2011 y.	2012 y.	2013 y.	2014 y.	2015 y.	2016 y.	2017 y.
Iste'mol, kg.	46	50	54	59	62	67	75	86	100
Daromad, doll.	53	57	64	70	73	82	95	110	127

Topshiriq:

1. $\sum Y = 599, \sum X = 731, \sum YX = 52179, \sum X^2 = 64361, \sum Y^2 = 42367$ lar ma'lum bo'lsa, vaqt omilini kiritib, regressiya tenglamasini tuzing.
2. Olingan natijalarni izohlab bering.

11-masala.

Kompaniyaning oxirgi 10 yillikda oddiy aktsiyalar bo'yicha to'langan dividentlar darajasi va asosiy fondlarini o'rtacha yillik narxi haqidagi ma'lumotlar jadvalda berilgan.

4.10-jadval

Ko'rsatkich	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Asosiy fondlarning o'rtacha yillik narhi, mlrd.so'm	72	75	77	77	79	80	78	79	80	82
Oddiy aktsiyalar bo'yicha dividentlar, %	4,2	3,0	2,4	2,0	1,9	1,7	1,8	1,6	1,7	1,7

Topshiriq:

1. Regressiya tenglamasi parametrlarini birinchi tartibli ayirmalar usulida aniqlang va ularni izohlab bering. Bog'liq bo'limgan o'zgaruvchi sifatida oddiy aktsiyalar bo'yicha dividenlarni oling.
2. Nima sababdan regressiya tenglamasini ikkinchi tartibli ayirmalar usuli bilan emas, birinchi tartibli ayirmalar usuli bilan tuzildi?

12-masala.

Viloyatning sanoat korxonasida mehnat unum dorligi va mehnatni elektr bilan qurollanganligi haqida 10 yillik (2008-2017yy.) ma'lumotlar berilgan.

4.11-jadval

Ko'rsatkich	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
1 ishchiga o'rtacha yillik ishlab chiqarilan mahsulot, sh.b., y	28,7	31,7	31,7	32,6	33,9	31,2	33,3	42,6	46,0	49,9
Elektr bilan qurollanganlik,, kvt s/kishi, x	3,33	3,39	3,50	3,63	3,81	3,84	3,88	4,07	4,12	4,17

Analitik tekislash natijasida har bir qator uchun quyidagi trendlar tenglamalari olingan:

a) mehnat unum dorligi davriy qatori uchun:

$$\hat{y}_t = 33,19 + 1,04 \cdot t + 0,09 \cdot t^2 \quad (t=-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9);$$

b) elektr bilan qurollanganlik dinamik qatori uchun:

$$\hat{x}_t = 3,774 + 0,049 \cdot t \quad (t=-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9).$$

Topshiriq:

1. Qatorning berilgan darajalarini, elektr bilan qurollanganlik darjasini uchun birinchi tartibli ayirmani va mehnat unum dorligi uchun ikkinchi tartibli ayirmani, asosiy tendensidan chetlanishni qo'llab dinamik qatorlar orasidagi korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Olingan natijalarining farqlarini tushuntirib bering.
3. Har bir davriy qatorda avtokorrelyatsiyani hisoblang.

13-masala.

Savdo firmasi administratsiyasi savdo hajmi bilan kompaniya ishchilari orasidagi ayollarning ulushi orasida bog'lanish bor – yo'qligini bilish maqsadida oxirgi yigirma yilda yig'ilgan ma'lumotlar jadvalda keltirilgan.

4.12-jadval

Ko'rsatkich	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Savdo hajmi, mlrd.so'm, y	378	385	393	403	414	428	444	462	481
Kompaniya ishchilari orasida ayollarning ulushi, %, x_t	25	24	27	30	31	29	31	33	34

Yana quyidagilar ma'lum:

$$\sum y_t = 3788, \quad \sum y_t^2 = 1604488, \quad \sum x_t = 264,$$

$$\sum x_t^2 = 78388, \quad \sum x_t y_t = 112001.$$

Har bir qator uchun trendlar tenglamasi quyidagilardan iborat:

- a) x_t qator uchun $\hat{x}_t = 23,5 + 1,17 \cdot t;$
 b) u_t qator uchun $\hat{y}_t = 374,14 + 3,33 \cdot t + 0,95 \cdot t^2.$

Topshiriq:

- O'rganilayotgan qatorlar orsidagi korrelyatsion bog'lanishni ularning darajalari bo'yicha aniqlang.
- O'rganilayotgan qatorlar orsidagi korrelyatsion bog'lanishni mos ravishda yuqorida berilgan chiziqli va parabolik trendlardan chetlanishi bo'yicha aniqlang.
- 1-va 2-punktida olingan korrelyatsion bog'lanishlaridan birini tanlab savdo hajmi va kompaniya ishchilari orasidagi ayollar salmog'ini ifodalovchi qatorlar orasidagi bog'lanish zichligini tavsiflang. Tanlovingizni asoslab bering.

14-masala.

Jadvalda Brazilyadan keltirilgan kakaoning o'rtacha yillik narhi (ming so'm) haqidagi gipotetik ma'lumotlar keltirilgan:

4.13-jadval

Yillar	Narh	Yillar	Narh	Yillar	Narh	Yillar	Narh
1991	29,4	1998	183,5	2005	105,3	2012	47,5
1992	23,5	1999	153,5	2006	94,9	2013	45,0
1993	26,2	2000	140,7	2007	92,0	2014	44,5
1994	48,5	2001	107,1	2008	83,9	2015	55,9
1995	73,4	2002	87,5	2009	72,7	2016	60,5
1996	56,6	2003	68,3	2010	56,9	2017	64,1
1997	77,0	2004	83,1	2011	49,1	2018	71,0

Topshiriq:

1. Turli darajadagi avtokorrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblang va eng yahshi lagni tanlang.
2. Avtoregressiya funktsiyasini tuzing.
3. Uch yilga prognoz qiymatini aniqlang.

15-masala.

Jadvalda hudud aholisining 2014-2017 yillar choraklari bo'yicha pullik hizmatlar hajmi dinamikasini tavsiflovchi ma'lumotlar kelitirilgan:

4.14-jadval

Chorak raqami	Aholining pullik hizmatlar hajmi, mln.so'm	Chorak raqami	Aholining pullik hizmatlar hajmi, mln.so'm
1	2428	9	3528
2	2010	10	3838
3	2981	11	3916
4	3074	12	4142
5	2893	13	4441
6	3198	14	5583
7	3250	15	6230
8	3495	16	6494

Topshiriq:

1. Dinamik qator avtokorrelyatsiya funktsiyasini tuzing.
2. Avtokorrelyatsiya funktsiyasining korrellogrammasini tuzing.
3. Berilgan qatorni tarkibini tavsiflab bering.

V. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash

5.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiy jarayonlar dinamikasini miqdoriy baholashda mutloq qo'shimcha o'sish (kamayish), o'sish (kamayish) sur'ati va qo'shimcha o'sish (kamayish) sur'ati kabi statistik ko'rsatkichlardan foydalilanadi. Ular bazisli, zanjirli va o'rtacha ko'rsatkichlardan iborat bo'lib, hisoblash formulalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

5.1-jadval

Ko'rsatkich nomlari	Mutloq qo'shimcha o'sish	O'sish sur'ati	Qo'shimcha o'sish sur'ati
Bazisli	$\Delta Y_t^{\delta} = Y_t - Y_{\delta}$	$T_t^{\delta} = Y_t / Y_{\delta} \cdot 100\%$	$K_t^{\delta} = T_t^{\delta} - 100\%$
Zanjirli	$\Delta Y_t^z = Y_t - Y_{t-1}$	$T_t^z = Y_t / Y_{t-1} \cdot 100\%$	$K_t^z = T_t^z - 100\%$
O'rtacha	$\Delta \bar{Y}_t = (Y_n - Y_1) / (n - 1)$	$\bar{T}_t = \sqrt[n-1]{Y_n / Y_1} \cdot 100\%$	$\bar{K} = \bar{T}_t - 100\%$

Formulalarda Y_1, Y_2, \dots, Y_n dinamik qatorlar darajalari; n —qator uzunligi; Y_b —dinamika qatorida taqqoslash bazasi sifatida olingan daraja.

Bir qadam oldinga prognozlash uchun dinamik qatorning oxirgi darajasiga o'rtacha mutloq qiymatni qo'shimcha o'sishini qo'shish kifoya:

$$Y_{n+1} = Y_n + \Delta \bar{Y}$$

bu erda Y_n — dinamik qator ko'rsatkichining n -nuqtasidagi qiymati; Y_{n+1} — ko'rsatkichning $n+1$ -nuqtadagi prognozlangan qiymati; $\Delta \bar{Y}$ — dinamik qatorning o'rtacha qo'shimcha o'sish qiymati.

i qadam oldinga prognoz qiymatini aniqlash quyidagi formula orqali amalga oshiriladi:

$$Y_{n+i} = Y_n \cdot \bar{T}$$

bu erda Y_{n+1} -ko'rsatkichning $n+1$ -nuqtadagi prognoz qiymati, \bar{T} –nisbiy qiymatlarda ifodalangan o'rtacha o'sish sur'ati.

O'rtacha o'sish sur'ati quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%,$$

Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashda o'sish egri chizig'i modeli.

O'sish egri chizig'i modeli dinamik qatorni approksimatsiya qiluvchi funktsiya bilan ifodalanuvchi o'sish egri chiziqlari orqali tuziladi.

O'sish egri chiziqlari sinfiga quyidagi polinomlarini kiritish mumkin:

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots$$

Ushbu polinomda $t = 0$ da a_0 qatorning boshlang'ich darajasi, a_1 - chiziqli qo'shimcha o'sish, a_2 - o'sish tezligi, a_3 - o'sish tezligining o'zgarishi deb ataladi.

Birinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t$ grafikda to'g'ri chiziq ko'rinishida tasvirlanadi va vaqt bo'yicha bir tekisda rivojlanuvchi jarayonlarni ifodalashda foydalilanadi.

Ikkinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ grafikda parabola ko'rinishida tasvirlanadi va jarayon rivojlanishi tekis tezlanuvchan bo'lgan hollarda foydalilanadi.

Uchinchi darajali $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ polinomda qo'shimcha o'sish ishorasi bir yoki ikki marta o'zgarishi mumkin.

Polinomlar parametrlarini aniqlash eng kichik kvadratlar usulida amalga oshiriladi. To'g'ri chiziq koeffitsientlarini aniqlash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasi echiladi:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 n + a_1 \sum t \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasining koeffitsentlari a_0 va a_1 larni Kramer formulasi bo'yicha hisoblanadi.

Ushbu holatda to'g'ri chiziqning koeffitsientlari quyidagi ifodadan topiladi:

$$a_0 = \sum y_t / n; \quad a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum t^2.$$

Huddi shu usulda ikkinchi tartibli polinom koeffitsientlari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum y_t / n - \sum t^2 / n \{ (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \} \\ a_1 &= \sum y_t \cdot t / \sum t^2; \\ a_2 &= (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \cdot \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \end{aligned}$$

Modellarning aniqlik darajasi prognozlash xatoligining qiymati bo'yicha aniqlaniladi.

Prognozning mutloq xatoligi quyidagi formula yordamida aniqlaniladi:

$$\Delta_t = y_t - \hat{y}_t,$$

bu erda \hat{y}_t - ko'rsatkichning prognoz qiymati, y_t - haqiqiy qiymati.

Amaliyotda ko'proq prognozning nisbiy xatoligi qo'llaniladi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$\delta_t = 100(y_t - \hat{y}_t) / y_t.$$

Modul bo'yicha o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklar quyidagicha aniqlaniladi:

$$|\bar{\Delta}_t| = (\sum |y_t - \hat{y}_t|) / n; \quad |\bar{\delta}_t| = (100 \sum |(y_t - \hat{y}_t) / y_t|) / n.$$

Agar mutloq va nisbiy xatoliklar noldan katta bo'lsa, bunday holat prognoz qiymatining oshib ketganligidan, agar u noldan kichik bo'lsa kamayib ketganligidan dalolat beradi.

5.2 Namunaviy misollar yechish

1-misol.

Quyida firma xizmatchilarining oylar bo'yicha ish haqi fondi, pul birligida berilgan.

t	1	2	3	4	5
Y_t	252,0	253,0	254,2	255,3	256,5

Topshiriq:

Ish haqi fondining 6 - oyga prognoz qiymatini aniqlash uchun o'rtacha mutloq qo'shimcha o'sishni qo'llash o'rinni ekanligini asoslang.

Yechish

Zanjirli mutloq qo'shimcha o'sish qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\Delta Y_2 = Y_2 - Y_1 = 253 - 252 = 1$$

$$\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2 = 254,2 - 253,0 = 1,2$$

$$\Delta Y_4 = Y_4 - Y_3 = 255,3 - 254,2 = 1,1$$

$$\Delta Y_5 = Y_5 - Y_4 = 256,5 - 255,3 = 1,2$$

Zanjirli mutloq qo'shimcha o'sish 1 dan 1,2 gacha o'zgaradi, ularning o'zgarishi bir xilda. Bu o'zgarish firma ish haqi fondining oylar bo'yicha dinamikasi chiziqli o'zgarishga ega ekanligini ko'rsatadi. Shuning uchun Y_6 ning prognoz qiymatini o'rtacha mutloq qo'shma o'sish ($\hat{\Delta Y}$)ni qo'llab aniqlash o'rinni.

$$\Delta \bar{Y} = (Y_5 - Y_1) / (n - 1) = (256,5 - 252) / (5 - 1) = 1,125,$$

$$Y_6 = Y_5 + \Delta \bar{Y} = 256,5 + 1,125 = 257,625.$$

2-misol.

Firma xodimlarining oylar bo'yicha ish haqi fondi dinamikasi 5 oy davomida taxminan o'zgarmas o'sish sur'atlarida o'zgarib borgan. 1- oyda ish haqi fondi 252 pul birligini, 5 – oyda esa – 256,5 pul birligini tashkil etgan.

Topshiriq:

Firma xodimlarining 6-oy ish haqi fondini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlang.

Yechish

Misol. shartiga asosan 5 oy davomida ish haqi fondi o'zgarmas o'sish sur'ati bilan o'zgarib borgan. Shuning uchun 6 – oy ish haqi fondining prognoz qiymatini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlash mumkin.

O'rtacha o'sish sur'ati quyidagidan iborat:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%.$$

Darajalarning qiymatlarini qo'ysak,

$$\bar{T} = (y_5 / y_1)^{1/4} \cdot 100\% = (256,5 / 252,0)^{1/4} \cdot 100\% = 100,22\% .$$

Shunday qilib, firma xodimlarining ish haqi fondining prognoz qiymati 22%ga oshgan:

$$y_6 = y_5 \cdot \bar{T} = 256,5 \cdot 1,22\% = 257,2 \text{ pul birligiga teng.}$$

3-misol.

Jadvalda firmaning ishlab chiqarish bo'yicha 8 oylik ma'lumotlari berilgan:

5.2-jadval

Oylar	1	2	3	4	5	6	7	8	Jami
Ishlab chiqarish hajmi	3423	3321	3210	3122	3034	2940	2845	2739	24634

Topshiriq:

Berilgan ma'lumotlar asosida:

- $y_t = a_0 + a_1 t \dots$ chiziqli trendning a_0 va a_1 koeffitsientlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichini;
- $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ parabolik trendning a_0, a_1, a_2 koeffitsientlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichilarini hisoblang.

Yechish

Chiziqli va parabolik trendlarning koeffitsientlarini hisoblash uchun normal tenglamalar sistemasidan olingan ifodalardan foydalanamiz.

Kordinata boshi (t')ni ko'chiramiz va zarur bo'lган hisoblashlarni amalga oshirib berilgan va hisoblangan ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz.

1. Chiziqli trend

Nº	t'	y_t	$(t')^2$	$y_t \cdot t'$
1	-7	3423	49	-23961
2	-5	3321	25	-16605
3	-3	3210	9	-9630
4	-1	3122	1	-3122
5	1	3034	1	3034
6	3	2940	9	8820
7	5	2845	25	14225
8	7	2739	49	19173
jami	0	24634	168	-8066

Chiziqli trend koeffitsientlari qiymatini normal tenglamalar sistemasidan aniqlaymiz:

$$\begin{cases} a_0 = \sum y_t / n = 24634 / 8 = 3079,25; \\ a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum (t')^2 = -8066 / 168 = -48,01. \end{cases}$$

Shunday qilib, $t=0$ da qator darajasining o'rtacha qiymati 3079,25ni, mahsulot ishlab chiqarishning o'rtacha oylik o'zgarishi esa -48,01ni tashkil etadi, ya'ni o'rtacha oylik ishlab chiqarish 48,01 ga kamayadi.

Hisoblangan koeffitsientlarni chiziqli trendga qo'yib quyidagiga tenglamaga ega bo'lamiz:

$$y_t = 3079,25 - 48,01 \cdot t'.$$

Hosil bo'lган tenglamaga ko'ra 9 – oy uchun ko'rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$y_9 = 3079,25 - 48,01 \cdot 9 = 2647,16.$$

2. Parabolik trend

t	t'	y_t	$(t')^2$	$y_t t'$	$(t')^3$	$(t')^4$	$(y_t (t')^2)$
1	-7	3423	49	-23961	-343	2401	167727
2	-5	3321	25	-16605	-125	625	83025
3	-3	3210	9	-9630	-27	81	28890
4	-1	3122	1	-3122	-1	1	3122
5	1	3034	1	3034	1	1	3034
6	3	2940	9	8820	27	81	26460
7	5	2845	25	14225	125	625	71125
8	7	2739	49	19173	343	2401	134211
Jami	0	24634	168	-8066	0	6216	517594

Parabolik trend koeffitsientlarini ikkinchi tartibli polinom koeffitsientlarini hisoblash formulalaridan foydalanib hisoblaymiz.

$$a_0 = 3077,05; \quad a_1 = -48,01; \quad a_2 = 0,105.$$

Natijada parabolik trend tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$y_t = 3077,05 - 48,01 \cdot t' + 0,105(t')^2.$$

9-oy uchun ko'rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng:

$$y_t = 3077,05 - 48,01 \cdot 9 + 0,105 \cdot 9^2 = 2653,47.$$

4-misol.

Quyidagi jadvalda 6 oylik yuk tashish hajmi va uning ikki model bo'yicha hisoblangan prognoz qiymatlari berilgan:

5.3-jadval

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	267	267	258	262	253	257	263
1-model bo'yicha prognoz	275	253	250	269	253	248	250
2-model bo'yicha prognoz	260	275	253	278	263	251	269

Topshiriq:

Ikki modelda hisoblangan prognoz qiymatlari uchun modul bo'yicha nisbiy xatolik va o'rtacha mutloq xatolikni toping.

Yechish

$\Delta_t = y_t - \bar{y}_t$, va $\delta_t = 100(y_t - \bar{y}_t) / \bar{y}_t$. formulalar asosida hisoblangan modul bo'yicha nisbiy xatolik va modul bo'yicha o'rtacha mutloq xatolik natijalarini jadval ko'rinishda ifodalaymiz.

t	y_t	Prognoz		Modul bo'yicha mutloq xatolik		Modul bo'yicha nisbiy xatolik	
		1-model	2-model	1-model	2-model	1-model	2-model
1	267	275	260	8	7	2,996	2,545
2	267	253	275	14	8	5,243	3,162
3	258	250	253	8	5	3,101	2,000
4	262	269	278	7	16	2,672	5,948
5	253	253	263	0	10	0,000	3,953
6	257	248	251	9	6	3,502	2,419
7	263	250	269	13	6	4,943	2,400
O'rtacha xatolik				8,43	8,29	3,208	3,204

Prognoz natijasining xatoligi o'rtacha mutloq va o'rtacha nisbiy xatolik qiymatlari bo'yicha ikkinchi modelda kichikroq bo'lgani uchun shu model haqiqatni to'la aks ettiradi deb hisoblanadi.

5.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Jadvalda firmaning bir yil uchun oylik savdo hajmi (pul birligida) berilgan.

5.4-jadval

t	y_t	t	y_t	t	y_t	t	y_t
1	70	4	71	7	23	10	73
2	66	5	79	8	82	11	75
3	65	6	76	9	84	12	82

Topshiriq:

$t = 5$ va $t = 7$ darajalarning anamalligini tekshiring.

2-masala.

Korxonaning 6 oylari bo'yicha daromad solig'i (mln. so'm) miqdori dinamikasi berilgan.

t	1	2	3	4	5	6
y_t	125,0	126,5	127,6	128,2	129,0	131,1

Topshiriq:

Korxona daromad solig'ining ettinchi oy uchun prognoz qiymatini qaysi formula bilan (mutloq o'sish, o'sish sur'ati, qo'shimcha o'sish sur'ati) aniqlash mumkinligini asoslang va prognoz qiymatini aniqlang.

3-masala.

Artel firmasida 9 oyda ishlab chiqarilgan va sotilgan televizorlarning soni haqida quyidagi ma'lumotlar mavjud:

Oylar	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Televizorlar soni, ming dona	9,3	10,0	10,5	10,8	11,3	10,0	12,1	12,8	13,4

Topshiriq:

1. Televizor ishlab chiqarish va sotish haqidagi ma'lumotlardan tuzilgan dinamik qatorda mutloq qo'shimcha o'sishni bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

4-masala.

1. 3-masala ma'lumotlari asosida dinamik qatorda o'sish sur'atini bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

5-masala.

1. 3-masala ma'lumotlari asosida dinamik qatorda qo'shimcha o'sish sur'atini bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

6-masala.

3, 4, 5-masalalarda aniqlangan 10-oy prognoz qiymatlarini o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini hisoblang va ularning aniqligi bo'yicha xulosa chiqaring.

7-masala.

Tuman bo'yicha darmad solig'i tushumlari haqida 9 oylik ma'lumotlar berilgan:

5.5-jadval

Oylar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Jami
Soliq tushumlari, mln. so'm	3423	3321	3210	3122	3034	2940	2845	2739	2741	27375

Topshiriq:

Berilgan ma'lumotlar asosida:

1. - $y_t = a_0 + a_1 t \dots$ chiziqli trendning a_0 va a_1 koeffitsientlarini va 10- oyga prognoz ko'rsatkichini;
2. - $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ parabolik trendning a_0, a_1, a_2 koeffitsientlarini va 10 oyga prognoz ko'rsatkichini hisoblang.

8-masala.

Jadvalda maxsulot ishlab chiqarish hajmining choraklar bo'yicha pul ko'rinishdagi ma'lumotlari (mlrd. so'm) berilgan:

5.6-jadval

Yil	2017 yil				2018 yil	
	Chorak	1-chorak	2-chorak	3-chorak	4-chorak	1-chorak.
y_t	18,19	19,05	19,38	20,00	20,25	21,04

Topshiriq:

2018 yil 3-chorakdagi ishlab chiqarish hajmini o'rtacha qo'shimcha o'sish dinamika ko'rsatkichi asosida aniqlang.

9-masala.

Jadvalda bankning choraklar bo'yicha foiz stavkalarining dinamikasi berilgan.

5.7-jadval

Yil	2017 yil				2018 yil			
	Chorak	1-chorak	2-chorak	3-chorak	4-chorak	1-chorak	2-chorak	3-chorak
y _t , %		8,1	9,5	9,8	10,0	12,2	12,4	12,8

Topshiriq:

O'rtacha o'sish sur'ati dinamika ko'rsatkichi asosida 2018 yil 4-chorak prognoz foiz stavkasini aniqlang.

10-masala.

Quyida firmaning xizmat ko'rsatish sohasida band bo'lganlarning oylik dinamikasini tavsiflovchi davriy qator berilgan.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y _t , kishi	34	36	39	44	52	55	59	65	67	73	82	86	92	93	98

Topshiriq:

1. qatorning o'zgarish tendentsiyasi chiziqli model bo'yicha deb faraz qilgan holda $y_t = a_0 + a_1 t$ trend koeffitsientlarini toping va 16-oy uchun prognoz ko'rsatkichini hisoblang;
2. qatorning o'zgarish tendentsiyasi parabolik model bo'yicha deb faraz qilgan holda $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ trend koeffitsientlarini toping va 16-oy uchun prognoz ko'rsatkichini hisoblang.

11-masala.

Quyidagi 5.8.1- jadvalda savdo korxonasining kunlik tushumlari miqdori bo'yicha ma'lumotlar mlrd. so'm hisobida berilgan.

5.8.1-jadval

Oy	01.03	02.03	03.03	04.03	05.03	06.03	07.03
t	1	2	3	4	5	6	7
y _t	268	267	258	262	254	257	263

5.8.2-jadvalda esa yuqoridaagi ko'rsatkichni 1 va 2-modellarda hisoblangan prognoz qiymatlari keltirilgan.

5.8.2-jadval

t	y _t	
	1-model	2-model
1	275	260
2	253	275
3	250	253
4	269	278
5	253	263
6	248	251
7	250	269

Topshiriq:

Modul bo'yicha o'rtacha nisbiy xatolik asosida 1 va 2- modellarning aniqlik darajalarini taqqoslang va qaysi model aniqroq ekanligi haqida xulosa qiling.

12-masala.

Hududda elektr energiyasining 9 oylik ist'emoli haqida ma'lumotlar berilgan:

Oylar	1	2	3	4	5	6	7	8	9
El. Energiya hajmi, ming kv/s.	125,5	120,6	118,0	116,3	114,4	110,3	108,6	105,5	106,4

Topshiriq:

1. Berilgan ma'lumotlar asosida:

- a) $y_t = a_0 + a_1 t$ -chiziqli modelni tuzing va modelda natijaviy belgini nazariy qiymatlarini hisoblang;
- b) $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ -parabolik modelni tuzing va modelda natijaviy belgining nazariy qiymatlarini hisoblang.

2. Ikkala modelda hisoblangan qator darajalarining nazariy qiymatlarini o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini hisoblang.

13-masala.

12-masala ma'lumotlari asosida tuzilgan modellarda 10, 11, 12-oylarga elektr energiyasi iste'moli hajmining prognoz ko'rsatkichlarini hisoblang va hisoblangan prognoz natijalarining o'rtacha mutloq va o'rtacha nisbiy xatoliklarini baholang.

14-masala.

Viloyatda etishtirilgan bug'doy hosildorligi to'g'risida quyidagi ma'lumotlar keltirilgan:

5.9-jadval

Yillar	Xosildorlik, ts/ga	Yillar	Xosildorlik, ts/ga
2007	15,0	2013	27,9
2008	17,7	2014	46,2
2009	34,5	2015	39,5
2010	27,2	2016	49,2
2011	28,5	2017	46,3
2012	37,1		

Topshiriq:

1. Berilgan ma'lumotlar asosida $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ polinom ko'rinishidagi modelni tuzing.
2. 2018 yilga prognoz ko'rsatkichini hisoblang va uni o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini baholang.

VI. Amaliy ekonometrik modellar

6.1. Iqtisodiyotda chiziqli modellar

6.1.1 Uslubiy ko'rsatma

Matritsalar algebrasining elementlaridan foydalanish ko'p iqtisodiy masala.larni Yechishning asosiy usullaridan biridir. Jumladan, ko'ptarmoqli xo'jalik faoliyatida tarmoqlar orasidagi balansni tuzishda va tarmoqlararo munosabatlarni samaradorligini aniqlashda qo'llaniladi.

Turli sanoat tarmoqlari bog'liqligining balans tamoyiliga asosan, i - tarmoq yalpi ishlab chiqarishi ishlab chiqarish va noishlab chiqarish sohalaridagi iste'mol hajmlarining yig'indisiga teng bo'lishi kerak. Eng sodda holda balans munosabatlari

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.1.1)$$

ko'rinishga ega.

Bu erda: x_i — i nchi tarmoq jami mahsulotining hajmi (uning yalpi ishlab chiqarishi); x_{ij} — i nchi tarmoq mahsulotining j nchi tarmoqda x_j hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarflanadigan hajmi; y_i — i nchi tarmoq

mahsulotining noishlab chiqarish sohasida o'zlashtirish (iste'mol) uchun mo'ljallangan hajmi, yoki yakuniy iste'mol mahsuloti. Unga fuqarolarning shaxsiy iste'moli, ijtimoiy ehtiyojlarni qondirish, davlat institutlarini ta'minlash va hokazolar kiradi.

Uzoq yillar o'zaro aloqada bo'lgan tarmoqlar orasida x_{ij} ning x_j ga nisbati doimo o'zgarmas songa teng, ya'ni $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ munosabat juda kam o'zgaradi.

Bundan $x_{ij} = a_{ij}x_j$ ni e'tiborga olgan holda (6.1.1)ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + y_n \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasi matritsa shaklida quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y} \quad (6.1.2)$$

Bunda: \bar{x} -ishlab chiqarilgan mahsulot hajmlarining ustun-vektori (yalpi ishlab chiqarish vektori), \bar{y} yakuniy iste'mol mahsuloti hajmlarining ustun-vektori (yakuniy iste'mol vektori) va A -bevosita xarajatlar koeffitsientlari matritsasi:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (6.1.3)$$

(6.1.2) bu munosabat *chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasi* deb ataladi. Bu (6.1.2.) tenglama va (6.1.3) matritsa bilan birga *Leontev modeli* deb nomlanadi.

Ushbu modeldan ikki maqsad uchun foydalanish mumkin:

- birinchi holatda yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x} ma'lum bo'lganda yakuniy iste'mol vektori \bar{y} ni hisoblash talab qilinadi. Bu holatda (6.1.2) sistema echiladi;
- ikkinchi holda rejorashtirish maqsadlari uchun chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasidan masalaning quyidagi shaklida foydalaniladi: T vaqt davri (masalan,

bir yil) uchun yakuniy iste'mol vektori \bar{y} ma'lum bo'lib, yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x} ni aniqlash talab qilinadi. Bu holatda A matritsasi ma'lum va \bar{y} vektori berilgan bo'lib $(E - A)\bar{x}_* = \bar{y}$ chiziqli tenglamalar sistemasi echiladi.

Tarmoqlararo iqtisodiy munosabat samarali deyiladi , ya'ni A matritsa samarador bo'ladi:

- agar elementlari nomanfiy bo'lgan A matritsaning ixtiyoriy ustuni (satri) bo'yicha elementlari yig'indisi birdan oshmasa,

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1 \text{ yoki } \sum_{j=1}^n a_{ij} \leq 1,$$

- hamda hech bo'limganda bitta ustun (satr) uchun bu yig'indi birdan qat'iy kichik bo'lsa.

6.1.2 Namunaviy misollar yechish

1-misol.

Jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari keltirilgan.

Topshiriq:

Yakuniy iste'mol vektori, yalpi ishlab chiqarish vektori va bevosita xarajatlar koeffitsientlari matritsasi topilsin. hamda bu matritsa yuqorida keltirilgan mezonlarga muvofiq samarador ekanligi aniqlansin.

6.1-jadval

Sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari

T/r	Tarmoq	Iste'mol					Yakuniy mahsulot	Yalpi ishlab chiqarish, pul bir.
		1	2	3	4	5		
1	Stanoksozlik	15	12	24	23	16	10	100
2	Energetika	10	3	35	15	7	30	100
3	Mashinasozlik	10	5	10	10	10	5	50
4	Avtomobil sanoati	10	5	10	5	5	15	50
5	Paxta etishtirish va qayta ishslash	7	15	15	10	3	50	100

Yechish

Jadvaldagagi balansning tarkibiy qismlarini vektor ko'rinishidagi ifodasi:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

A matritsaning barcha elementlari musbat, biroq ularning uchinchi va to'rtinchi ustunlardagi yig'indilari birdan katta ekanligini ko'rish qiyin emas. Binobarin, samaradorlik ikkinchi mezonining shartlari bajarilmagan va A matritsa samarador emas. Bu samarador emaslikning iqtisodiy sababi 3- va 4-tarmoqlarning ichki iste'moli ularning yalpi ishlab chiqarishiga nisbatan haddan tashqari katta ekanlidigadir.

2-misol.

Jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning uchta tarmog'i balansining ma'lumotlarini keltirilgan:

6.2-jadval

№	Tarmoq	Iste'mol			Yakuniy mahsulot	Yalpi ishlab chiqarish
		1	2	3		
1	Paxta etishtirish va qayta ishlash	5	35	20	40	100
2	Energetika	10	10	20	60	100
3	Mashinasozlik	20	10	10	10	50

Topshiriq:

Agar tarmoqlar bo'yicha yakuniy iste'mol mos ravishda 60, 70 va 30 shartli pul birligigacha ko'paytirilsa, xarajatlar koeffitsientlari matritsasi o'zgarmagan holda har bir mahsulot turi bo'yicha yalpi ishlab chiqarish hajmi topilsin.

Yechish.

Yalpi ishlab chiqarish va yakuniy iste'mol vektorlarini hamda bevosita xarajatlar koeffitsientlari matritsasini yozamiz:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}.$$

A matritsa samaradorlikning mezonini qanoatlantiradi. Yakuniy iste'molning berilgan hajmda ko'payishida yakuniy iste'molning yangi vektori

$$\bar{y}_* = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Balans munosabatlarini qanoatlantiruvchi yangi yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x}_* ni A matritsa o'zgarmaydi degan taxminda topish talab qilingan. Bu holda noma'lum \bar{x}_* vektorning x_1, x_2, x_3 komponentalari matritsa shaklida

$$\bar{x}_* = A \bar{x}_* + \bar{y}_* \quad \text{yoki} \quad (E - A) \bar{x}_* = \bar{y}_*$$

ko'rinishda bo'lган tenglamalar sistemasidan topiladi.

Bu sistemaning matritsasi

$$E - A = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Chiziqli tenglamalar sistemasining o'ng tomoni berilgan holatda Yechish, yangi \bar{x}_* vektorni tarmoqlararo balans tenglamalarining echimini beradi:

$$\bar{x}_* = \begin{pmatrix} 152,1 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}.$$

Shunday qilib, yakuniy iste'mol vektori komponentalarining berilgan hajmda ko'payishini ta'minlash uchun mos yalpi ishlab chiqarishlarni oshirish zarur: 6,2-jadvalda ko'rsatilgan dastlabki ma'lumotlarga nisbatan paxta etishtirish va qayta ishslashni 52,1 % ga, energetika darajasini 35,8 % ga va mashinasozlikda ishlab chiqarishni 41,5 % ga oshirish zarur.

6.1.3. Mustaqil ishslash uchun masalalar

1-masala.

Korxona to'rtta tarmoqdan iborat bo'lib: ishlab chiqarish vektori va to'g'ri harajatlar koeffitsientlari matritsasi quyidagicha bo'lsin:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,10 & 0,24 & 0,25 \\ 0,20 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,20 & 0,20 & 0,15 \\ 0,30 & 0,15 & 0,20 & 0,15 \end{pmatrix}.$$

Topshiriq:

Tarmoqdan tashqarida foydalanish uchun mo'ljallangan yakuniy istemol hajmi vektorini toping.

2-masala.

Korxona uch turdag'i xom ashayodan uch turdag'i mahsulot ishlab chiqaradi, ishlab chiqarish ko'rsatkichlari jadvalda keltirilgan.

6.3-jadval

Xom ashyo turlari	Maxsulot turi bo'yicha hom ashyo harajatlari, og'irligi. mahsulot/birligi.			Hom ashyo zahirasi, og'irlik. birligi
	1	2	3	
1	5	12	7	2350
2	10	6	8	2060
3	9	11	4	2270

Topshiriq:

Berilgan xom ashyo zahirasidan foydalanib har bir turdag'i mahsulot ishlab chiqarish hajmini toping.

3-masala.

2-masala. shartlarida, tarmoqlar bo'yicha hom ashyo zahirasi (yakuniy istimol) mos ravishda 30, 10 va 50 foizga orttirilganda har bir tarmoq bo'yicha yalpi ishlab

chiqarish hajmi o'sishini aniqlang. Masala ni teskari matritsa usuli va Gauss metodi bilan eching.

4-masala.

Noishlab chiqarish istemoli vektori $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ va tarmoqlararo balans matritsasi

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} \text{ berilgan.}$$

Topshiriq:

Berilgan istemol vektorini ta'minlovchi yalpi ishlab chiqarish vektorini toping.

5-masala.

Leontev modeli $\begin{pmatrix} 2/5 & 1/5 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ matritsa bilan berilgan, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ yalpi ishlab chiqarish bo'lsin.

Topshiriq

1. Matritsani samarador ekanligini aniqlang.
2. Noishlab chiqarish vektori qanday bo'ladi ?

6.2. Iste'mol tanlovi modellari

6.2.1 Uslubiy ko'rsatma

Iste'mol tanlovi modellari (ikki tovardan iborat to'plam uchun) iste'mol tanlovi masalasi ya'ni, iste'molchining bozordagi ratsional xatti-harakati masalasi, iste'molchining foydalilik funktsiyasiga berilgan byudjet cheklovida maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) iste'mol to'plamini tanlashda qo'llaniladi.

Byudjet cheklovi mahsulotlarga pul xarajatlari pul daromadidan oshmasligini, ya'ni $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$ ekanligini anglatadi, bu erda p_1 va p_2 — mos ravishda birinchi va ikkinchi mahsulotlar bir birligining bozor narxlari, I esa — iste'molchining birinchi va ikkinchi mahsulotlarni sotib olish uchun sarflashga tayyor bo'lgan daromadi. p_1, p_2 va I kattaliklar berilgan bo'ladi.

Formal ravishda iste'mol tanlovi masalasi quyidagi ko'inishga ega:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq I,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

shartlarda

$$y(x_1, x_2) \text{ (max)}.$$

Foydalilik funktsiyasiga maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) to'plam byudjet cheklovini tenglikka aylantiradi, ya'ni $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$ bo'ladi.

Demak, iste'mol tanlovi masalasini

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

shartda

$$y(x_1, x_2) \text{ (max)}$$

ko'rinishdagi shartli ekstremumni topish masala.si bilan almashtiriladi.

Ushbu masalani soddalashtirib Yechish uchun, faraz qilaylik, ikkala tovarga sarflanadigan pul miqdorlari bir xil bo'lsin, ya'ni $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$. Bu foydalilik funktsiyasida x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning «vaznlari» yoki daraja ko'rsatkichlari tengligidan kelib chiqadi. Demak, $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2}$ va talab funktsiyalari

$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2}$

ko'rinishni oladi.

Shunday qilib, har bir tovarga sarf-xarajat iste'molchi umumiylar daromadining yarmini tashkil etadi va har bir tovarning zaruriy miqdorini topish uchun shu tovarga sarflanadigan mablag'ni uning narxiga bo'lish lozim.

6.2.2 Namunaviy misolar yechish

1-misol.

Faraz qilaylik, oilaning byudjeti 5 mln. so'm bo'lsin va bu byudjet 2 xil tovar: ust-bosh va oziq-ovqatlar orasida taqsimlansin. Ust-bosh (1-tovar, x_1) birligining

narxi 200 ming so'm, bir kunlik oziq-ovqatga sarf (2-tovar, x_2) esa 150 ming so'm bo'lsin.

Topshiriq:

Har bir tovardan qanchadan sotib olish mumkinligini toping.

Yechish

Berilganlarga asosan quyidagi munosabatni yozish mumkin

$$200000x_1 + 150000x_2 = 5000000.$$

Bu erda x_1 ga turli qiymatlar berib x_2 ning turli qiymatlarini va aksincha x_2 ga qiymatlar berib x_1 ning turli kiymatlarini topish mumkin.

Masala.n: $x_1 = 10$ bo'lsin, u holda $200000x_2 = 5000000 - 2000000 = 3000000$, $x_2 = 15$ bo'ladi. Demak x_1 tovardan 10 ta sotib olinsa, x_2 tovar, oziq ovqat mahsulotlaridan 15 kunlik sotib olish mumkin bo'ladi.

2-misol.

Firma yil oxirida yillik daromadidan 50 mln. so'm miqdordagi pulni mukofot sifatida o'z xodimlariga berish uchun ajratilgan pulni teng ikkiga bo'lgan holda, ayollarga $r_1=1,2$ mln. so'mdan, erkak xodimlarga $p_2=1$ mln. so'mdan berish rejalashtirgan.

Topshiriq:

Rejalashtirgan mukofot puli nechta ayol(x_1) va nechta erkak(x_2) xodimlarga berilishini toping.

Yechish

Ayollar va erkaklarga beriladigan pul miqdori bir xil bo'lsa, u holda .

$$x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2} \text{ va } x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2} \text{ ifodalar o'rinali bo'ladi.}$$

Bulardan, $x_1 = \frac{I}{2P_1} = \frac{50}{2 \cdot 1,2} = 20,8 \approx 21$; $x_2 = \frac{I}{2P_2} = \frac{50}{2 \cdot 1,0} = 25$ ekanligi kelib chiqadi.

Demak, mukofot pulini 1,2 mln. so'mdan 21ta ayolga, 1,0 mln. so'mdan 25ta erkakka berish mumkin ekan.

6.2.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Hususiy firmaning o'zini rivojlantirishi uchun yillik mablag'i 10 mlrd. so'mni tashkil etadi. Bu mablag'ni 2 xil turdag'i asosiy vositalarga sarflashi kerak. Birinchi turdag'i asosiy vosita(x_1) birligining narxi 60 mln. so'm, ikkinchi turdag'i asosiy vosita (x_2) birligining narxi 50 mln. so'm.

Topshiriq:

Har bir turdag'i asosiy vositadan qanchadan sotib olish mumkinligini toping.

2-masala.

1-masala. shartlarida berilgan ma'lumotlardan foydalanib hususiy firma har bir asosiy vositadan ko'pi bilan qanchadan sotib olishi mumkinligini toping. Masalani yana qaysi usul bilan yechish mumkin?

3-masala.

$150 x_1 + 500 x_2 = 10000$ byudjet tenglamasi grafigini tuzing va bir nechta echimlarini toping.

4-masala.

Yukoridagi tenglamada byudjet ikki barobar ortganda grafigini yasang.

5-masala.

3-masaladagi tenglamada baholar 75 va 250 bo'lganda grafigini yasang

6.3. Ishlab chiqarish modellari

6.3.1 Uslubiy ko'rsatma

Ishlab chiqarish modellari umumiylar ko'rinishda x_1, \dots, x_n erkli o'zgaruvchilari sarflanadigan yoki foydalaniladigan resurslar (ishlab chiqarish omillari) hajmlarining qiymatlarini qabul qiladigan funktsiyaning qiymati esa ishlab chiqarish hajmlari kattaligini anglatadigan

$$y = f(\bar{x}, \bar{a}) = f(x_1, \dots, x_n, \bar{a})$$

ishlab chiqarish funktsiyasi (IChF) orqali ifodalanadi.

Bu erda: n - o'zgaruvchilar soni, resurslar soniga teng; \bar{a} — IChF parametrlarining vektori.

Ishlab chiqarish modellari turli ko'rinishdagi IChFdan tuzilishi mumkin. Bir omilli ishlab chiqarish funktsiyalari keng sinfining tipik vakili $f(x, a, b) = ax^b$, bu erda x — sarflanayotgan resurs (masala.n, ish vaqt) miqdori, $f(x, a, b)$ — ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi (masalan, jo'natilishga tayyor bo'lган televizorlar soni). $a > 0$ va $0 < b \leq 1$ kattaliklar — f IChFning parametrlari. Ushbu model sarflanayotgan resurs miqdori x o'sganda ishlab chiqarish hajmi y ning o'sishi, biroq bunda resursning har bir qo'shimcha birligi ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi y ning tobora kamroq o'sishiga olib keladi. IChFlari turli sohalarda qo'llanilishi mumkin. Aloida korxona (firma), tarmoq, tarmoqlararo ishlab chiqarish majmuasi mikroiqtisodiy darajada ishlab chiqarish sistemasi sifatida qatnashishi mumkin. Bu holda ishlab chiqarish funktsiyalari asosan tahlil va rejlashtirish masalalarini, shuningdek prognozlash masalalarini Yechish uchun quriladi va ishlatiladi.

Aloida hudud yoki butun mamlakatni modellashtirish uchun (ya'ni makroiqtisodiy, shuningdek mikroiqtisodiy darajadagi masalalarini Yechish uchun) $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ko'rinishdagi *Kobb-Duglasning ishlab chiqarish funktsiyasi* (KDICHF) ko'p ishlatiladi, bu erda a_0, a_1, a_2 — IChF parametrlari. Bular musbat o'zgarmas sonlardir (ko'pincha a_1 va a_2 lar $a_1 + a_2 = 1$ shartni qanoatlantiradi).

KDICHFning tatbiqlarida $x_1 = K$ ishlatilayotgan asosiy kapital hajmiga, $x_2 = L$ esa mehnat xarajatlariga teng deb olinadi va u

$$Y = \alpha_0 K^{a_1} L^{a_2}$$

ko'inishini oladi.

Ishlab chiqarish funktsiyalarining xossalari ishlab chiqarish jarayonini to'liq tahlil qilish imkonini beradi. Bu xossalarni ikki omilli IChF uchun ko'rib chiqamiz.

$f(x) = f(x_1, x_2)$ IChF $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ holat uchun aniqlangan.

1-xossa. Resurslarning kamida bittasi yo'q bo'lsa, ishlab chiqarish bo'lmaydi:

$$f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0.$$

Masalan, ishlab chiqarishga jalb etilgan mehnat resurslarisiz mahsulot etishtirib bo'lmaydi.

2-xossa. Resurslardan kamida bittasining sarfi ko'paysa, ishlab chiqarish hajmi o'sadi:

$$x_1 \leq z_1, x_2 \leq z_2 \Rightarrow f(x_1, x_2) \leq f(z_1, z_2).$$

Mehnat resurslaridan birortasining sarfini ko'paytirilsa mahsulot ishlab chiqarish hajmi ko'payadi. Bunday ishlab chiqarish jarayoniga mos keluvchi ishlab chiqarish funktsiyasi $f(x_1, x_2) \geq 0$ va $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0, i = \overline{1, n}$ shartni qanoatlantiradi.

3-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ikkinchi resurs miqdori o'zgarmas bo'lganda ko'paysa, ishlab chiqarish hajmi o'sadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0.$$

4-xossa. Resurslardan bitta (*i*-chi)sining sarfi ikkinchi resurs miqdori o'zgarmas bo'lganda ko'paysa, *i*-chi resursning har bir qo'shimcha birligiga mos keluvchi ishlab chiqarish hajmi oshishining kattaligi o'smaydi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \leq 0.$$

5-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ko'payganda ikkinchi resursning limit samaradorligi oshadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0.$$

6-xossa. IChF $p > 0$ darajali bir jinsli funktsiyadir:

$$f(tx_1, tx_2) = t^p \cdot f(x_1, x_2).$$

$p > 1$ da ishlab chiqarish salmog'i $t > 1$ marta o'sganda ishlab chiqarish hajmi t^p ($> t$) marta oshadi, ya'ni ishlab chiqarish salmog'ining o'sishidan uning samaradorligi ortishiga ega bo'lamiz. $p < 1$ da ishlab chiqarish salmog'ining o'sishidan uning samaradorligi kamayishiga ega bo'lamiz. $p = 1$ da ishlab chiqarishning salmog'i o'sganda uning samaradorligi o'zgarmas bo'lishiga ega bo'lamiz.

$A_i = \frac{f(x)}{x_i}$, ($i=1,2$) munosabat i - resursning o'rtacha samaradorligini anglatadi

va u resurslardan foydalanish samaradorligini aniqlashda qo'llaniladi.

Uchinchi xossadan kelib chiqqan holda $\frac{\partial f}{\partial x_i} = M_i$ ifodani yozish mumkin,

ushbu miqdor i - resursning limit samaradorligini ifodalaydi. Limit samaradorlik x_i -resurs miqdorining o'zgarishi boshqa resurslarning hajmi o'zgarmaganda mahsulot ishlab chiqarish hajmining qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi.

$$R_{i,j} = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\partial f(x)/\partial x_i}{\partial f(x)/\partial x_j} \quad (i=1,2),$$

ifoda ishlab chiqarish o'zgarmagan holda i -resursni j -resurs bilan almashtirishning limit normasini ifodalaydi.

6.3.2 Namunaviy misollar yechish

1-misol.

$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ KDIChF uchun resurslarning o'rtacha A_1 , A_2 , va limit M_1 va M_2 samaradorliklarini toping.

Yechish

$$A_1 = \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = a_0 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2}; \quad A_2 = \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1};$$

$$M_1 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1 \cdot A_1; \quad M_2 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2 \cdot A_2;$$

$$\frac{M_1}{A_1} = a_1 \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; \quad \frac{M_2}{A_2} = a_2 \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2.$$

Bundan ko'rinaridiki i -resursning limit samaradorligi o'rtacha samaradorligidan farq qilib, odatda

$$M_i \leq A_i, \quad (i=1,2)$$

tengsizlik barcha ishlab chiqarish funktsiyalari uchun bajariladi.

2-misol.

Kobb-Duglas funtsiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$y = x_1^{0,75} \cdot x_2^{0,25}.$$

Topshiriq:

Kobb-Duglas funktsiyasi uchun har bir resurs bo'yicha mehnat unumdarligini va resurslarni almashtirish limit normasini hisoblang.

Yechish

Bu funktsiya uchun mehnatning limit unumdarligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 0,75 x_1^{-0,25} x_2^{0,25},$$

kapitalning limit unumdarligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 0,25x_1^{0,75}x_2^{-0,75}$$

bo'ladi.

Resurslarni almashtirish limit normasi

$$\frac{\partial y / \partial x_1}{\partial y / \partial x_2} = (0,75x_1^{-0,25} \cdot x_2^{0,25}) / (0,25x_1^{0,75} \cdot x_2^{-0,75}) = 3x_1^{-1}x_2^{-1} = 3x_2 / x_1.$$

6.3.3-Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

$y=6x^{0,65}$ ishlab chiqarish funktsiyaning o'rtacha va limit samaradorligini toping, hamda ularni resurs $x = 10$ qiymatida taqqoslang.

2-masala.

$y=6x^{0,65}$ ishlab chiqrish funktsiyasi uchun ishlab chiqarishning xarajatlar o'zgarishiga nisbatan elastiklikligini hisoblang.

3-masala.

$y=5x_1^2+5x_1x_2$ funktsiyani birjinsligini tekshiring va proportsionallik darajasini toping.

4-masala.

$y=x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3}$ ishlab chiqarish funktsiyaning proportsionallik darajasini tekshiring.

5-masala.

$y=x_1^{0,75} + x_2^{0,25}$ ishlab chiqarish funktsiyasi hamda $w=11x_1+9x_2$ harajatlar funktsiyasi berilgan. (4;5) nuqtada o'rtacha va limit harajatlarni toping.

6.4.- Iqtisodiyot dinamikasi modellari

6.4.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiyot dinamikasi modellarini tuzishda vaqt uzluksiz yoki diskret deb qaralishi mumkin. Vaqt uzluksiz holda olinganda modellashtirish uchun differentsial hisobi apparati va differentsial tenglamalar qo'llanadi. Vaqt diskret holda olinganda modellashtirish uchun chekli ayirmali tenglamalar apparati qo'llaniladi.

Diskret yondashuv asosida amalga oshiriladigan makroiqtisodiyot dinamikasi modelida diskret va uzluksiz dinamik modellashtirishning sodda apparatini namoyish etish, makroiqtisodiyot dinamikasining muhim kategoriya va muammolarini tasvirlash qulay.

Iqtisodiyot dinamikasini o'rganishda turli modellar qo'llaniladi, Jumladan, muvozanatning oddiy modeli - ***O'rgimchak to'risimon model***. Bu model odatdag'i talab va taklif egri chiziqlari bilan ifodalanuvchi bozordagi baho va mahsulotlarning miqdorlari turg'unligini vaqt bo'yicha kechikish mavjud bo'lganda tadqiq qilish imkonini beradi.

Ishlab chiqaruvchi joriy davrda mahsulotga bo'ladigan taklifni o'tgan davrdagi mahsulot bahosiga asosan aniqlagan bo'lsin, ya'ni $Q^s(t) = S_t(p_{t-1})$ taklif funktsiyasida bir vaqt birligi davriga teng bo'lgan kechikkan davr qatnashadi. Haqiqatda, ishlab chiqarish hajmi haqidagi qaror joriy bahoni hisobga olgan holda qabul qilinadi va bozorda bu qarorga mos keluvchi taklif ishlab chiqarish tsikli tugagandan so'ng yuzaga keladi.

Talab egri chizig'i mahsulot hajmiga bo'lgan talabni aynan shu davrdagi tovar narxiga bog'liqligini tavsiflaydi, ya'ni $Q^D(t) = D_t(p_t)$. Shunday qilib baho dinamikasini quyidagi tenglamalar sistemasi orqali ifodalash mumkin:

$$\{Q^s_t = S_t(p_{t-1}), \quad Q^D_t = D_t(p_t), \quad Q^D_t = Q^s_t, \}$$

yoki

$$D_t(p_t) = S_t(p_{t-1}).$$

Ushbu tenglamadan joriy davrdagi baho qiymati - P_t ni avvalgi vaqt holatida ma'lum bo'lgan R_{t-1} ning qiymati bo'yicha aniqlash mumkin.

Hususiy hol sifatida talab va taklif funktsiyalari chiziqli bo'lgan o'rgimchaksimon modelni ko'rib chiqamiz.

$$D(p) = A - Bp, \quad S(p) = C + Ep_{t-1}, \quad D(p) = S(p)$$

Bunday tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$D(p_i) = S(p_i) \text{ yoki } A - Bp_i = C + Ep_{i-1}$$

Avval muvozanat baho p^* va muvozanat ishlab chiqarish hajmi Q^* ni topamiz. Ular quyidagi tenglamalarni qanoatlantirishlari kerak:

$$Q^* = A - Bp^* = C + Ep^*,$$

bundan

$$p^* = (A - C)/(B + E) \text{ va } Q^* = (AE - BC)/(B + E)$$

kelib chiqadi.

Boshlang'ich nuqta muvozanat nuqta bilan ustma-ust tushmagan holatda baho va ishlab chiqarish hajmi munosabatlarini ko'rib chiqaylik.

p_t ni p_{t-1} orqali ifodalab quyidagi olamiz.

$$P_t = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} P_{t-1}$$

Ushbu munosabatni ketma-ket qo'llab quyidagilarni topamiz:

$$p_1 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \cdot p_0; \quad p_2 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \left(\frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \right) p_0$$

Umumiy holda

$$p_t = \frac{A - C}{B} \cdot \left(1 - \frac{E}{B} + \left(\frac{E}{B} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{E}{B} \right)^{t-1} + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \right) p_0$$

Ixtiyoriy t vaqtida P_t uchun formula:

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t \cdot p_0$$

Tahlil, $\frac{E}{B} < 1$, $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow 0$ va $p_t \rightarrow \frac{A-C}{E+B} = p^*$ bo'lganda, ya'ni taklif

chizig'i talab chizig'iga nisbatan ko'proq og'ishgan bo'lsa, muvozanat turg'un bo'ladi. Agar $\frac{E}{B} > 1$ bo'lsa, ya'ni talab chizig'i o'ta og'ishgan bo'lsa, u holda $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow 0$ va jarayon muvozanat nuqtasidan uzoqlashadi (muvozanat turg'un bo'lmaydi). $\frac{E}{B}=1$ bo'lganda, ya'ni B=E holatda P_t qiymati muvozanat qiymati atrofida ketma-ket takrorlanadi.

6.4.2 Namunaviy misollar yechish

1-misol.

Vaqt bo'yicha kechikish taklif funktsiyasida emas talab funktsiyasida qatnashgan bo'lsin:

$$D_t = A - Bp_{t-1}; S_t = C + Ep_t; D_t = S_t$$

Topshiriq:

1. Muvozanat nuqtaga intilish sharti qanday bo'ladi?
2. Ushbu jarayonni grafik ko'rinishda tasvirlang.

Yechish

Vaqt bo'yicha kechikish taklif funktsiyasida emas talab funktsiyasida qatnashgan bo'lsa:

$$D_t = A - Bp_{t-1}; S_t = C + Ep_t; D_t = S_t$$

Bunday tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$D(p_t) = S(p_t) \quad \text{yoki} \quad A - Bp_{t-1} = C + Ep_t$$

p_t ni p_{t-1} orqali ifodalab quyidagi rekurrent munosabatini olamiz.

$$p_t = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} p_{t-1}$$

Ushbu munosabatni ketma-ket qo'llab quyidagilarni topamiz:

$$p_1 = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \cdot p_0; p_2 = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \cdot \left(\frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \right) p_0$$

Umumiyl holda

$$p_t = \frac{A-C}{E} \cdot \left(1 - \frac{B}{E} + \left(\frac{B}{E} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{B}{E} \right)^{t-1} + (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t \right) \cdot p_0$$

Bundan ixtiyoriy t vaqtda P_t uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$p_t = \frac{A-C}{E} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t}{1 + \frac{B}{E}} + (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t \cdot p_0$$

Endi yuqoridagi $\frac{E}{B}$ ga nisbatan qilingan mulohazani $\frac{B}{E}$ ga nisbatan amalgaloshiramiz

2-misol.

Talab va taklif funktsiyalari $D(t) = 4 - 4p(t)$, $S(t) = 8 - 4p(t-1)$ ko'rinishda bo'lsin.

Topshiriq:

$p(t)$ narx uchun formulani va boshlang'ich narx $r_0 = 4$ bo'lganda ixtiyoriy t uchun talab va taklif miqdorini toping.

Yechish

Muvozanat nuqtada talab va taklifning tengligi shartidan foydalanib $4 - 4p(t) = 8 - 4p(t-1)$ tenglikni yozish mumkin. Bundan $p(t) = -1 - p(t-1)$ rekkurent tenglama kelib chiqadi. Muvozanat nuqtada

$$p^* = \frac{A - C}{B + E} = \frac{4 - 8}{4 + 4} = -0,5$$

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{A - C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t \cdot p_0 = \\ &= \frac{4 - 8}{4} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t}{1 + \frac{4}{4}} + (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t \cdot 4 = -0,5 + 4,0(-1)^t \end{aligned}$$

rekkurent formula xosil bo'ladi. Bundan ko'rindiki vaqt o'tishi bilan narxning tebranishi muvozanat qiymatdan 4,0 birlikka teng bo'lgan chastota bilan yuz beradi. Talab uchun formula quydag'i ko'rinishda bo'ladi:

$$D(t) = 4 - 4p(t) = 4 - 4(-0,5 + 4,0(-1)^t) = 6 - 18(-1)^t.$$

Taklif uchun esa formula quydag'i ko'rinishga ega bo'ladi:

$$S(t) = 8 - 4p(t-1) = 8 - 4(-0,5 + 4,0(-1)^{t-1}) = 6 + 18(-1)^{t-1}.$$

6.4.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

$D = 40 - 2p$ talab funktsiyasi uchun $r = 4$ bo'lganda narx bo'yicha talab elastikligini toping.

2-masala.

Mahsulotga talab $D(P) = 100 - 3P$ formula bilan aniqlagan bo'lsin. Mahsulot narhi $R = 20$ pul birligi bo'lganda talab elastikligini toping.

3-masala.

Mahsulot tannarxi S va uni ishlab chiqarish hajmi Q orasidagi bog'lanish $C = 50 - 0,5Q$ formula orqali ifodalan bo'lsin.

Mahsulot ishlab chiqarish hajmi $Q = 30$ pul.birligi bo'lganda tannaraxning elastikligini topish talab etiladi.

4-masala.

Dunyo bozorida neftning r narx bo'yicha uzoq muddatli talab D va taklif S funktsiyalari mos ravishda quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsin

$$D = 30 - 0,9p, \quad S = 16 + 1,2p.$$

Muvozanat nuqtasida talab elastikligini toping. Bozorda neftga taklif 25%ga kamayganda muvozanat bahosi va talab elastikligi qanday o'zgaradi.

5-masala.

r narx bo'yicha D talab va S taklif funktsiyalari mos ravishda quyidagi tenglamalar bilan ifodalansin

$$D = 9 - p, \quad S = 1 + p.$$

Muvozanat narxda talab va taklif elastikligini, hamda narx 10%ga oshganda foyda o'zgarishini (foizlarda) toping.

6.5. Bozor munosabatlarini modellashtirishning

ikki sektorli modeli

6.5.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiyotda ikki tarmoq o'z mahsulotlarini ichki va tashqi bozor uchun ishlab chiqarish jarayonida o'zaro tovar ayriboshlash orqali munosabatda bo'lsin. Ya'ni har bir tarmoq o'z mahsulotini ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning mahsulotidan foydalanadi. Iqtisodiyotda yuz beradigan bunday holatlarda har bir tarmoq qancha hajmda mahsulot ishlab chiqarsa ham ichki, ham tashqi bozor talabini qondira oladi, degan masala qaraladi.

Iqtisodiyotda bunday masalalarni hal etish uchun quyidagi tenglamalar sistemasidan iborat *ikki tarmoqli ishlab chiqarish modeli* qo'llaniladi:

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases}$$

bu erda x_1, x_2 - mahsulotlarni ishlab chiqarish rejasi, a_{12}, a_{21}, b_1, b_2 -manfiy bo'limgan parametrlar. a_{12} - 1 so'mlik ikkinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun birinchi mahsulotning sarfi, a_{21} - 1 so'mlik birinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun ikkinchi mahsulotning sarfi, b_1, b_2 -birinchi va ikkinchi mahsulotlarning tashqi bozorga chiqariladigan qismi.

Tenglamalar sistemasi quyidagi echimiga ega:

$$x_1 = \frac{b_1 + a_{12} \cdot b_2}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}, \quad x_2 = \frac{b_2 + a_{21} \cdot b_1}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}$$

Ushbu echim modelning parametrlari $a_{12} \cdot a_{21} \neq 1$, $a_{12} < 1$, $a_{21} < 1$ shartlarni qanoatlantirgan hollarda yagona bo'ladi.

6.5.2 Namunaviy misol yechish

Misol.

Birinchi tarmoqda 1mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqrish uchun ikkinchi tarmoqning 0,3mlrd. so'mlik maxsuloti sarflansin, ikkinchi tarmoqda 1mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarish uchun esa birinchi tarmoqning 0,5mlrd so'mlik maxsuloti sarflansin. Shu bilan birga birinchi tarmoq 3mlrd. so'mlik mahsulot, ikkinchi tarmoq esa 5mlrd. so'mlik mahsulotni tashqi bozor uchun ishlab chiqarish rejalashtirilgan bo'lsin.

Topshiriq:

Rejani bajarish uchun har bir tarmoq qanchadan mahsulot ishlab chiqarishi kerakligin aniqlang.

Yechish

Masalaning shartiga ko'ra $b_1=3\text{mlrd}$, $b_2=5\text{mlrd}$. va $a_{12}=0,5$; $a_{21}=0,3$; $a_{12} \cdot a_{21}=0,5 \cdot 0,3 \neq 1$. Berilgan ma'lumotlarni

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases}$$

sistemaga qo'yib, quyidagi modeliga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} x_1 = 0,5x_2 + 3 \\ x_2 = 0,3x_1 + 5 \end{cases}$$

Ushbu model parametrlari echimning yagonalik shartlarini qanoatlantiradi. Yagona echim quyidagidan iborat bo'ladi:

$$x_1 = \frac{3 + 0,5 \cdot 5}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,47 \text{mlrd.so'm},$$

$$x_2 = \frac{5 + 0,3 \cdot 3}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,94 \text{mlrd.so'm}.$$

Demak birinchi tarmoq korxonasi 6,47mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarib, 3mlrd so'mlik maxsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 3,47mlrd.so'mlik maxsulotni

ichki istemolga sarflaydi. Ikkinci tarmoq korxonasi 6,94mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarib, 5mlrd. so'mlik maxsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 1,94mlrd. so'mlik maxsulotni ichki istemol uchun sarflaydi.

6.5.3.Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

O'zaro hamkorlikda mahsulot ishlab chiqaruvchi firmalardan biri jami 10mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib 5mlrd. so'mlik mahsulotini eksport qilgan. Ikkinci firma esa jami 20mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib 8mlrd. so'mlik mahsulotini eksport qilgan.

Topshiriq:

Har bir firma rejorashtirgan hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun har 1 mld. so'mlik mahsulot hajmiga ikkinchi firmaning necha so'mlik mahsulotini iste'mol qilganligini aniqlang.

2-masala.

1-masala shartida firmalar eksport hajmini ikki barobar oshiradigan bo'lsa, har bir firma ikkinchi firmaning necha so'mlik mahsulotini iste'mol qilishi kerak?

3-masala.

O'zaro hamkorlikda ikki ko'ptarmoqli fermer xo'jaliklari mos ravishda 15 va 16mln. dollarlik mahsulot ishlab chiqarib o'z ichki iste'molida foydalanish uchun har bir fermer xo'jaligi 2,5mln. dollarlikdan mahsulot qoldirganlar.

Bir mln.dollarlik mahsulot ishlab chiqarish uchun birinchi fermer xo'jaligi jami ishlab chiqargan mahsulotinig 2 foizi miqdorida ikkinchi fermer xo'jaligi mahsulotidan, ikkinchi fermer xo'jaligi esa ishlab chiqargan mahsulotining 3 foizi miqdorida birinchi fermer xo'jaligi mahsulotidan foydalangan.

Topshiriq

Har bir fermer xo'jaligi qancha miqdordagi mahsulotini eksport qilgan?

4-masala

Ikki gaz va elektr ta'minoti korxonalari hududdagi iste'molchilarining talablarini qondirish uchun gaz ta'minoti korxonasi 2mlrd so'mlik elektr energiyasini iste'mol qilib 12 mlrd. so'mlik gazni aholiga etkazib bergan. Elektr energiya tarmog'i esa 1,5mlrd. so'mlik gaz yoqilgisini sarflab 20mlrd. so'mlik ishlab chiqargan elektr energiyasini 2mlrd. so'mlik qismini o'zi iste'mol qilgan.

Topshiriq

1. Gaz ta'minoti korxonasi ichki iste'moli uchun qancha miqdorda gaz sarflaganligini aniqlang.
2. Elektr energiyasi ta'minoti korxonasi o'z mahsulotini qancha miqdorini aholiga etkazib berganligini aniqlang.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdullaev O.M., Jamalov M.S. Ekonometricheskoe modelirovanie. Uchebnik. –T.: Fan va texnologiya. 2010. – 612 s.
2. Ayvazyan S.A. Prikladnaya statistika i osnovi ekonometriki. Uchebnik. – M. YuNITI, 2007. – 345 s.
3. Valentinov V.A. Ekonometrika: Uchebnik. –M.: ITK «Dashkov i K°», 2009. – 367 s.
4. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011.–1232 p.
5. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
6. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.
7. Kremer N.Sh. Ekonometrika: Uchebnik.–M.: YuNITI-DANA, 2008. –562s.
8. Nasritdinov G. Ekonometrika. O'quv qo'llanma. Toshkent: “IQTISOD-MOLIYA”, 2008. 252 b.
9. Эконометрика. Елисеева И.И. Учебник для бакалавриата и магистратуры . Научная школа: Санкт-Петербургский государственный экономический университет . Санкт-Петербург. 2017, 449 с.
10. Xodiev B.Yu., Shodiev T.Sh., Berkinov B.B. Ekonometrika: o'quv qo'llanma. –T.: IQTISODIYOT, 2018. -178 b.
11. Habibullaev I., Utanov B. Ekonometrika asoslari: o'quv qo'llanma. –T.: IQTISOD-MOLIYA. 2018. -192 b.

ILOVALAR

STATISTIK- MATEMATIK JADVALLAR

1. Muximlilik darajasi $\alpha = 0,05$ bo'lganda Fisher F-kriteriyasi qiymatlari jadvali

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

\mathbf{k}_2	\mathbf{k}_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44	
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39	
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35	
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31	
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28	
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26	
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21	
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18	
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14	
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10	
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07	
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06	
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03	
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00	

2. $\alpha = 0,10, 0,05, 0,01$ (ikki tomonlama) bo'lganda St'yudent t-kriteriyasi qiymatlari

Erkinlik darjası soni d.f.	α			Erkinlik darjası soni d.f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

3. Muhimlilik darajasi $\alpha=0,05$ va $0,01$ uchun korrelyatsiya qiymati

d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4227	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,2319	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

**4. Muhimlik darajasi 5% bo'lganda Darbin-Uotson statistikasida
 d_L , d_U larning qiymatlari**

n	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_L	d_U								
6	0,61	1,40	-	-	-	-				
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-				
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29				
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13				
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02				
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93				
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86				
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82				
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78				
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

