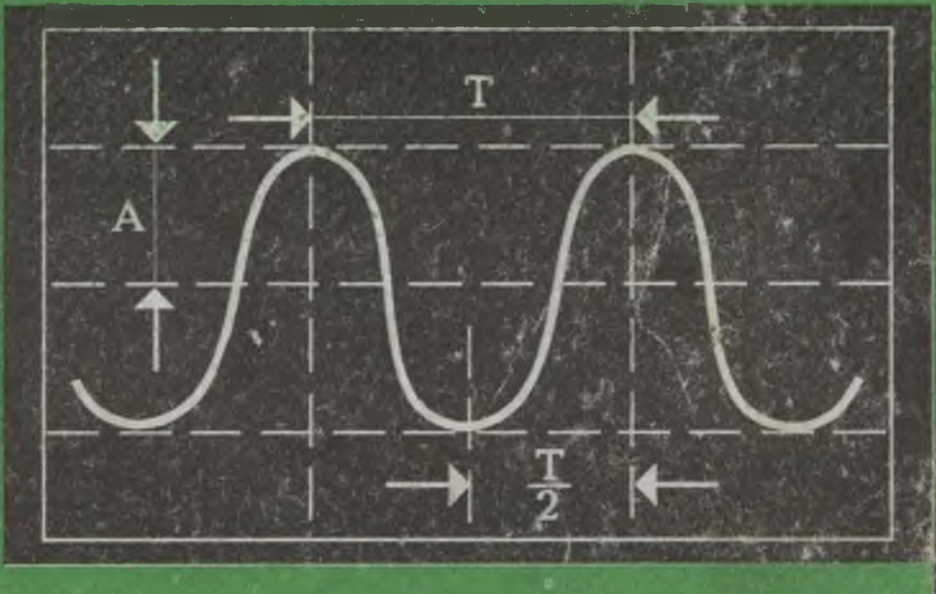
А.ҚОСИМОВ
Х.ЖЎРАҚУЛОВ
А.САФАРОВ

ФИЗИКА КУРСИ

I

МЕХАНИКА

ОЛИЙ ЎҚУВ ЮРТЛАРИ УЧУН



А.ҚОСИМОВ, Х.ЖЎРАҚУЛОВ, А.САФАРОВ

ФИЗИКА КУРСИ

I

МЕХАНИКА

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус
таълим вазирлиги олий техника
ўқув юртлари талабалари учун ўқув
қўлланмаси сифатида тавсия этган

Тошкент
«Ўзбекистон»
1994

22.3
Қ 61

Такризчилар:
Физика-математика фанлари докторлари,
профессорлар **И. А. МАҒРУПОВ.**
М. Г. ХАЛИУЛИН

Мухаррир: **Ю. Музаффархўжаев**

ISBN 5-640-01323-0

$$\text{К}\,\frac{1604000000-009}{\text{М }351(04)\ 94}\,11-94$$

МУҚАДДИМА

Жумҳуриятимизнинг ҳозирги тараққиёт босқичи ва унинг ташқи мамлакатлар билан кенг қамровли алоқаларининг кундан-кунга кенгайиб бориши — бугунги куннинг талаблари даражасида билимли, техника ускуналарини ва технологияни узлуксиз такомиллаштира оладиган, ижодий тафаккур кўникмаларига эга бўлган, фан ютуқларини ишлаб чиқаришнинг турли соҳаларига қўллай оладиган муҳандислар тайёрлашни тақозо қилади. Бу вазифани амалга ошириш учун техниканинг тараққий этишида ҳал қилувчи фанлардан бири ҳисобланмиш физика фанидан унинг энг сўнгги ютуқларини ўзида акс эттирувчи янги дастурлар асосида замонавий ўқув қўлланмаларини яратиш зарурияти пайдо бўлди. Зеро ҳозирги вақтда мавжуд қўлланмаларнинг аксарияти рус тилида чоп этилган, ўзбек тилидаги мавжуд қўлланмалар эса кенг қўлланилаётган бўлса-да, улар эски дастурлар асосида ёзилган.

Юқорида зикр этилган мулоҳазаларга кўра муаллифлар физикадан техника олий илмгоҳлари учун мўлжалланган янги ўқув қўлланмасини яратишга жазм қилдилар.

Қўлланма амалдаги (собиқ СССР Олий таълим вазирлигининг физика бўйича илмий-услубий кенгаши томонидан 1988 йилда тасдиқланган) ўқув дастури асосида, А. Беруний номидаги Тошкент Давлат техника дорилфунунининг Амалий ва назарий физика кафедраси муаллимларининг кўп йиллар давомидаги тўплаган тажрибаларига суянган ҳолда ёзилган. У уч қисмдан иборат бўлиб, I қисми физика курсининг «механика», II қисми «электр ва магнит ҳодисалари ҳамда тўлқин оптикаси», III қисми эса «квант ва статистик физика ҳамда термодинамика» бўлимларини ўз ичига олади.

Қўлланманинг қўлингиздаги мазкур биринчи қисмида физика курсининг «механика» бўлимига оид мавзулар табиат ҳодисаларининг моделлари воситасида баён этилган бўлиб, асосий эътибор механикавий ҳодисаларни тавсифловчи қонун ва тушунчаларнинг моҳиятини ҳамда мазмунини имкон қадар соддароқ баён этишга қаратилган. Физика фанининг кун сайин янги билимлар билан бойиб бораётганлиги ва бинобарин дастурда кўзда тутилган мавзуларнинг ҳаммасини дарс (лекция) мобайнида баён этишнинг имкони бўлмаганлиги туфайли баъзи мавзуларнинг талабалар томонидан мустақил ўзлаштиришлари кўзда тутилган. Шу сабабли ва мазкур

ўлланма физика курсининг пойдевори бўлмиш «Механика» бўлими-
а бағишланганлигини назарда тутиб, барча муҳим формулалар
зчиллик билан келтириб чиқарилди. Ҳодисаларни тавсифловчи
онуниятларнинг ўзаро боғлиқ эканлигини эътиборга олган ҳолда
авзуларнинг жойлашишида дастурда кўзда тутилганига нисбатан
аъзи ўзгартиришлар киритилди. Айрим дастурдан четланишлар эса
арсни муаммоли баён этиш усули асосида ташкил этиш билан ҳам
звий боғлиқдир.

Тебранма ҳаракат механикавий ҳаракатларнинг турларидан бири
ўлганлигидан ва шу билан бирга мазкур ҳодисага оид мавзуларнинг
аёнида механикавий энергиянинг сақланиши ва бир турдан иккинчи
урга айланиши яққол намоён бўлишини назарда тутиб, бу бўлимга
ид мавзулар мазкур қисмга киритилди.

Мавзулар халқаро бирликлар тизими — СИ да баён этилган; СГС
изими ҳақида ҳам қисқача тушунча берилган. Ўзбек тили
тамашунослигининг ҳозирги босқичида физика бўйича мукаммал
тамалар луғати яратилмаган бўлса да, муаллифлар мумкин қадар
збек тилидаги атамаларни қўллашга интилдилар. Шу боис баъзи
ир атамалар баҳсли бўлиши ҳам мумкин.

Қўлланманинг кириш қисми ва VIII — X бобларини А. Қосимов, I,
II, IV, VI, VII, XI бобларини Х. Жўрақулов, II, V бобларини
са А. Сафаров ёзган.

Қўлланма техника олий ўқув юртларининг талабалари учун
ўлжалланган бўлиб, ундан педагогика олий илмгоҳи талабалари
амда шу соҳа билан шуғулланаётган мутахассислар ҳам фойдала-
ишлари мумкин.

Қўлланмани тайёрлаш жараёнида унинг сифатини яхшилашга
аратилган фикр ва мулоҳазалари учун кафедрамиз доценти Ж. Му-
лтдиновга ҳамда қўлёзмани нашрга тайёрлашдаги ёрдами
чун Н. Саидовага ўз миннатдорчилигимизни билдирамиз.

Қўлланманинг сифатини янада яхшилаш борасида унда кўза-
илган камчиликларга тааллуқли фикр ва мулоҳазаларни мамнуният
билан қабул қиламиз.

Муаллифлар

КИРИШ

Бизни ўраб турган ва онгимизга бевосита ҳамда билвосита таъсир этиши мумкин бўлган объектив борлиқ *материя* деб аталади. Хусусан, юлдузлар, сайёралар, молекула ва атомлар, электр, магнит ҳамда гравитация майдонлари ва бошқалар материянинг турли кўринишларидир. Материянинг мавжудлик шартларидан бири унинг доимий ҳаракатда, аниқроғи, ўзгаришда бўлишидир. Материянинг ҳаракат (ўзгариш) жараёнини ташкил қилувчи алоҳида босқичларни *ҳодисалар* деб аталади.

Физика — табиат ҳодисаларининг кечиш қонуниятлари ва турли ҳодисалар орасидаги боғланишларни ўрганувчи фандир. Шу ўринда жонсиз табиат ҳодисалари билан жонли табиат ҳодисаларини шартли равишда фарқлаш лозимлигини таъкидлаймиз. Ўсимлик ва жонзотларнинг таналарида содир бўлувчи ҳодисаларни биологик ҳодисалар деб аташ қабул қилинган. Гарчи бу мавжудотлар ҳам атом ва молекулаларнинг муайян тарздаги бирикмаларидан ташкил топган бўлсада, биологик ҳаракат физик ҳаракатдан кескин фарқ қилади. Албатта бу ҳаракатларнинг туб моҳияти бир асосга — атом ва молекулаларнинг ўзаро таъсирлашувига асосланган. Шу сабабли ҳозирги замонда биофизика, физикавий химия каби фанлар кўпгина амалий масалаларни ечишда ҳал қилувчи аҳамият касб қилмоқда. Юқорида айтилганлардан физика «жонсиз» табиат ҳодисалари қонуниятларини ўрганувчи фандир, дейиш мумкинлиги келиб чиқади. Демак, физика фанининг ўрганиш соҳаси жонсиз табиат ҳодисаларидир.

Физика табиий фанлар орасида алоҳида фан сифатида шаклланиб, ҳозирги замон физикаси даражасига келгунча бир қанча тараққиёт босқичларини босиб ўтган. Бу босқичларни шартли равишда қуйидаги асосий тўрт даврга бўлиш мумкин: қадимги антик даврдан XVI аср охиригача бўлган давр, физиканинг фан сифатида шаклланиш даври (1600—1700 йиллар), мутақаббил (классик) физиканинг яхлит назария сифатида шаклланиш даври (XVII асрнинг охири — XX асрнинг боши) ва ниҳоят, ҳозирги замон физикаси даври.

Антик даврда табиат ҳодисаларини илмий равишда кузатиш ва текширишлар асосан юнон олимлари томонидан олиб борилган. Улар илк физикавий қонунларни яратдилар.

Демокрит томонидан материянинг майда бўлаклари бошқа кичик бўлакларга бўлинмаслиги тўғрисидаги фикрларнинг олға сурилиши, **Арасту (Аристотель)** томонидан механикавий ҳаракат элементлари (унсурлари), тўғри ва эгри чизиқли механикавий ҳаракатлар, ричаг ва унинг мувозанати қоидаларининг аниқланиши эрамиздан олдинги V — IV асрларга хосдир. Эрамиздан олдинги III асрда оламнинг гелиоцентрик тизими (системаси) тўғрисида фикрлар, Ер билан Қуёш ва Ой орасида ёруғликнинг тўғри чизиқли тарқалиши ҳақидаги қонуниятларнинг аниқланиши (**Евклид**), айниқса, **Архимед** томонидан статика асосларининг — параллел кучларни қўшиш ва ричаглар назариясининг — яратилиши ҳамда унинг номи билан боғлиқ бўлган, жисмларнинг сузиш шартлари асосида гидростатиканинг асосий қонунларининг очилиши физиканинг тараққиётига муҳим ҳисса қўшди. **Батлимус (Птоломей**, I — II асрлар) ёруғликнинг синиш хоссасини тажриба асосида текшириб, атмосферада юз берадиган рефракция жараёнини тушунтирди.

Ўрта асрларга келиб илм-фаннинг ривожланиши Шарқий Араб ва Ўрта Осиё мамлакатларига кўчди. Айниқса, IX — XII асрлардан бошлаб физиканинг геометрик оптика, статика, гидравлика, механика ва бошқа соҳалари бўйича кўплаб илмий кузатишлар ва текширишлар олиб борилди.

Ал Форобий (980—1051 йиллар) Арастунинг табиий фанларга оид «Физика», «Осмон тўғрисида», «Метрология» каби илмий ишларига, Батлимуснинг астрономия соҳасидаги ишларига ва Евклиднинг математика соҳасидаги ишларига шарҳлар ёзди ҳамда кенгайтирди. Шарқнинг буюк алломаси **Ибн Сино** (980—1037) тиббиёт, алхимия, математика ва бошқа соҳалардан ташқари физиканинг ҳаракат, куч, бўшлиқ каби фалсафий масалалари билан шуғулланиб, ўзидан кейинги даврларда яшаб ўтган кўплаб олимларни ҳайратда қолдирди. У геометрик оптика ҳамда инсон кўзининг кўриш сабаблари ҳақида атрофлича маълумотлар берди. Физика фани муаммолари юзасидан Ибн Сино ва Берунийнинг ўзаро савол-жавоблари диққатга сазовордир. Жумладан, Берунийнинг «Агар иссиқлик марказдан узоқлашувчи бўлса, нима учун Қуёшдан бизга иссиқлик келиб туради? Ёруғлик моддами, оразларми (сифатларми) ёки бошқа нарсаларми?» деган саволига Ибн Сино шундай жавоб беради: «Билмак керакки, иссиқлик марказдан узоқлашувчи модда эмас, чунки иссиқлик ҳаракат қилувчи нарса эмас; иссиқлик ҳаракат қилувчи жисмда бўлганидан, юриб турган кемадаги инсон каби ораз воситаси билан ҳаракат қилувчи нарсадир». Бундан ташқари Ибн Синонинг Беруний саволларига берган жавоблари, унинг линзаларнинг катталаштириши ва улардан фойдаланиш ҳақидаги маълумотлари, ёруғликнинг синиш қонунлари, моддаларнинг иссиқликдан кенгайиши ва совуқдан торайиши, Ернинг тортиш кучи ва бошқа физикавий ҳодисалар ҳақида илмий мулоҳазалар юритиши Ибн Синонинг физика соҳасида ўз давридан бир неча аср илгарилаб кетганини кўрсатади.

Физика фанининг тараққиётида буюк аллома **Абу Райҳон Беруний**нинг (973—1048) илмий ишлари оламшумул аҳамият касб этади. У табиат ҳодисаларини, жумладан, ёмғир, шудринг, қировларнинг ҳосил бўлишини, чақмоқ, момақалдироқ, Рустам (ёки камалак)нинг пайдо бўлиш сабабини, эрта тонг ва кечки оқшом олдида Қуёш нуридан ҳосил бўладиган шафақ ҳодисасини, жисмларнинг оғирликдан Ер марказига интилишини, Ер шаклининг шарсимонлигини илмий асосда таҳлил қилиб берди. Беруний ўзининг «Тафҳим» номли асарида «Ер юзи ҳаво билан ўралган, сув исиганда буғга айланиб, ҳавога кўтарилади, кейин булут ҳосил бўлади. Унда томчиларга айланиб, ёмғир бўлиб ёғади. Тоғ ва тепаликлардан оққан сув тўпланиб (кўпайиб) дарё ҳосил қилади» — деб ёзади. У булоқ сувининг отилиб чиқиш сабабларини қуйидагича тушунтиради: «Булоқларнинг қайнаши ва сувнинг юқорига кўтарилиши сув манбаининг булоқлардан юқори турганлигидандир». Беруний денгиз сувининг кўтарилиши ва тушишига Ойнинг тортиш кучи сабабчи эканлигини изоҳлайди, Қуёш ва Ойнинг тутилиш сабабларини кўрсатади. «Геодезия» китобида ўзи ясаган асбоблар ёрдами билан осмон ёритқичларининг ҳолати ва ҳаракатини ҳамда жойлар кенгликларини аниқлаганлигини баён қилади.

Бугунда Торричелли номи билан боглаб юритилаётган бўшлиқ — вакуум ҳақидаги маълумотларни Беруний ундан 640 йил муқаддам (!) берган эди. У дунёда биринчи бўлиб жисмларни қаттиқлик, шаффофлик ва солиштирма оғирликлари каби хоссаларига қараб турларга ажратди ҳамда 50 та модда (9 металл, 18 суюқлик, 15 та минерал ва бошқа турли жисмлар)нинг ҳозирги замон аниқлик даражасига яқин бўлган солиштирма оғирликларини топди! Булар эса Берунийнинг амалий физикага асос солганлигидан ёрқин далолат беради.

XV — XVI асрларда физика соҳасидаги жадал юксалиш асосан Италия олимлари томонидан амалга оширилди. Бу даврдаги буюк олимлар **Леонардо да Винчи** (1452—1519), **Галилей** (1564—1642) ва бошқалардир.

Галилей астроном, математик, аниқ табиатшуносликнинг асосчиси ва физик бўлиб, физиканинг муайян принципларга асосланган фан сифатида шаклланишида ҳал қилувчи аҳамиятга эга бўлган кашфиётни яратган олимдир. У биринчи телескопни ясади ва шу телескоп ёрдамида Сомон йўлининг жуда кўп юлдузлардан ташкил топганлигини аниқлади.

Физиканинг фан сифатида шаклланиш даври XVII — XVIII асрларни ўз ичига олади. Бу даврда **Кеплер** томонидан кўриш назарияси, ёритилганлик қонунлари ва линза формуласи аниқланди (1604 йил). Бутун олам тортишиш қонуни (**Ньютон**, 1665 й.) ва бошқа кўпгина қонунларнинг кашф этилиши ҳамда ёруғлик тезлигининг аниқланиши (**Рёмер**, 1676 й.), ёруғликнинг қутбланиши ва тўлқин назариясининг яратилиши (**Гюйгенс**, 1678 й.) бу даврнинг асосий ютуқларидан ҳисобланади.

XVII аср охиридан то XX асрнинг бошларигача мутақаббил (классик) физика тўла қуриб бўлинди. XVII асрнинг охирида Ньютон физикавий нуқтаи назардан дунёнинг яхлит манзарасини тасвирлаб берди дейиш мумкин. Ньютондан Максвеллгача (1687—1859), ундан Рентгенгача (1860—1894) ва сўнг Эйнштейнгача (1895—1904 й.) бўлган даврларда мутақаббил физика тараққиётида кескин ўзгаришлар содир бўлиб, бу ўзгаришлар атроф муҳитга муайян тарзда янгича ёндошишга олиб келди. Шундай қилиб мутакаббил физика ҳар томонлама тўлдирилди ва асосланди. Натижада физика табиат ҳақидаги фалсафий фан доирасидан чиқиб амалий назарияга айланди.

Бу даврда зарядли заррачаларнинг ҳаракат ва ўзаро таъсирлашиш қонунлари ҳам кенг миқёсда ўрганилди. 1785 йили **Кулон** зарядларнинг ўзаро таъсирлашиш қонунини таҳлилий (аналитик) усулда баён қилиб берди. **Георг Ом** эса 1826 йили электр токи ва кучланиш тушишининг ўтказгич қаршилигига боғлиқлигини аниқлади.

Ампер, **Эрстед**, **Био** ва **Савар**ларнинг ҳамда **Фарадей** ва **Ленц**ларнинг тажриба ҳамда илмий изланишлари натижасида электромагнетизм соҳасида жуда муҳим кашфиётлар қилинди (1820—1830 йиллар). Хусусан, Фарадей томонидан кашф қилинган электромагнит индукция ҳодисаси кейинчалик физикада инқилобий ўзгаришлар содир бўлишига сабаб бўлди.

Бу даврда фанда ёруғлик майда заррачалар оқимидир деган қараш ҳукмрон эди. 1860 йилларда Максвелл ўша вақтгача ўтказилган тажрибалар натижаларини умумлаштириб ёруғликнинг электромагнит назариясини яратди. Бу назария тез орада тажрибалар воситасида тасдиқланди ва мутақаббил физиканинг энг муҳим ютуқларидан бири сифатида тан олинди. Механикада Ньютон назарияси, электродинамикада эса **Максвелл** назарияси «ҳукмрон» назарияларга айланиб, мутақаббил физиканинг икки мустаҳкам асосини ташкил қилдилар. Бу икки назариядан ташқари моҳияти жиҳатидан бирмунча кенгроқ умумийликка эга бўлган термодинамика мутақаббил физиканинг учинчи муҳим таркибий қисмини ташкил қилади.

Мутлақ қора жисм нурланишининг тажрибаларга тўла мос келувчи назариясини яратиш йўлидаги изланишлар эса мутақаббил физикада ҳукмрон бўлган «энергиянинг узлуксиз ўзгариши (ютилиши, нурлантирилиши)» ҳақидаги тасаввурлардан воз кечишга олиб келди. Немис олими **Макс Планк** ўн йиллик тинимсиз изланишлардан сўнг мутлақ қора жисмнинг нурланиши кичик улушчалар сифатида узлуксиз равишда содир бўлади, деб қаралсагина тажриба натижалари назарий жиҳатдан тушунтирилиши мумкинлигини кўрсатди; у фанга энергиянинг дискретлиги ҳақидаги тасаввурни ва квант тушунчасини биринчи бўлиб киритди. 1911 йили **Резерфорд** атомнинг сайёравий (планетар) моделини тажрибалар воситасида аниқлагач, мутақаббил физика қаршисида яна бир муаммо пайдо бўлди. Бу муаммо атомнинг турғунлиги ҳақидаги муаммодир. Муаммонинг моҳияти шундаки, Максвелл электродинамикаси қонунларига кўра тезланиш билан ҳаракат қилаётган ҳар қандай заряд ўзидан электромагнит тўлқинларни узлуксиз равишда нурлантириб туриши лозим. Бу муаммоларни назарий жиҳатдан ҳал қилиш учун олиб борилган илмий изланишлар натижаси ўлароқ мутақаббил физикадан асосий қоидалари ва тушунчалари билан тубдан фарқ қилувчи ҳозирги замон физикаси юзага келди.

Ҳозирги замон физикасининг яратилиши ва шаклланишида мутафаккир олимлардан Альберт Эйнштейн (1879—1955 й.), Макс Планк (1858—1947 й.), Эрнест Резерфорд (1871—1937 й.), Нильс Бор (1885—1962 й.), Эрвин Шрёдингер (1887—1961 й.), Вольфганг Паули (1900—1958 й.) ва бошқа кўплаб олимларнинг ҳиссалари беқиёсдир. Хусусан, **Эйнштейн** «Ҳаракатланувчи жисмларнинг электродинамикасига оид» номли асарида Ньютон қонунларини катта тезликлар ҳоли учун умумлаштирувчи махсус нисбийлик назарияси асосларини ишлаб чиқди. Махсус нисбийлик назарияси ҳозирги замон физикасининг дебочаси бўлди.

Шрёдингер, **Паули**, **Дирак** ва бошқалар амалда ҳозирги замон физикасининг назарий асосларини ишлаб чиқдилар. Янги тасаввурлар асосида яратилган ҳозирги замон физикаси мутақаббил физикани чегаравий ҳол сифатида ўз ичига олди. Шу билан бирга мутақаббил физика ҳал қилиши умуман мумкин бўлмаган микрооламга хос ҳодисаларнинг барчасини ягона нуқтаи-назардан қараб тушунтириб берди.

Фан ва техника ўзаро узвий боғланган. Фаннинг ривожланиши техниканинг, техниканинг ривожланиши эса фаннинг, хусусан физиканинг янги ютуқларга эришишига имкон беради. Физиканинг ривожланиши ҳамма вақт бошқа табиий фанлар билан чамбарчас боғлиқ бўлиб келди: бу ривожланиш кимёвий физика, астрофизика, геофизика ва бошқа фанларни яратишга олиб келди. Электрон микроскоп ва рентгеноструктура таҳлили қурилмаларидан фойдаланиш молекулалар ва ҳужайраларни бевосита кузатиш, кристалларнинг тузилишини, мураккаб биологик тузилмаларни ўрганишда қимматбаҳо маълумотлар берди. Квант назарияси кимёвий боғланишлар табиатини ва реакциялар кинетикасини ўрганишда муҳим ўрин тутмоқда. Радиофизика ва электрониканинг ривожланиши радиоастрономиянинг пайдо бўлишига олиб келди, астрофизикада кўплаб ютуқлар қўлга киритилди. Ультратовуш ва лазерларнинг ихтиро этилиши табобат диагностикаси ва терапияда хизмат қилмоқда. Ядро физикаси геологияда, Ер қазилмаларини аниқлашда қўлланилмоқда. Электротехника, радиотехника, радиоэлектроника автоматика, космонавтика, гелиотехника, қурилиш техникаси ва ҳарбий техника ҳам физика билан чамбарчас боғлиқ. Яримўтказгичларни ўрганиш микроэлектроника ва электрон ҳисоблаш машиналари (ЭҲМ)нинг юзага келишига сабаб бўлди. ЭҲМ эса физика ва техникада олинган натижаларни таҳлил қилишда иш унумдорлигини бениҳоя оширмоқда. Шундай қилиб, физика ҳозирги замон фани ва техникаси ривожланишининг асосини ташкил қилиб, барча мутахассисликлар учун зарур бўлган хусусий фанларни ўзлаштиришда ҳамда ўқувчиларда материалистик дунёқарашни шакллантиришда зарур бўлган асосий фанлардан биридир. Шунинг учун бу фанни ҳар томонлама ва мукаммал ўрганмасдан туриб ҳозирги замон талабига жавоб берувчи муҳандис бўлиш мумкин эмас.

I БОБ

МЕХАНИКАНИНГ ФИЗИК АСОСЛАРИ

1.1- §. МЕХАНИКА МАВЗУИ

Физиканинг механика бўлимида жисмларнинг ҳаракат ва возанат қонунлари ўрганилади. Материянинг ҳар қандай ўзгари- и — ҳаракатдир. Материянинг энг содда ҳаракатларидан би- механик ҳаракат бўлиб, механик ҳаракат деганда исмларнинг ёки жисм қисмларииинг бир-бирига нисбатан кўчиши шунилади. Осмон жисмлари, футбол тўпи, дарёдаги сув, тайёра чоқ, самолёт), соат мили, қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи жисм бошқаларнинг ҳаракатлари механик ҳаракатга мисол бўла ади.

Механика асосан икки қисмга — *кинематика* ва *динамикага* линади. Кинематикада ҳаракатни уни юзага келтирувчи са- бларни ҳисобга олмаган ҳолда ўрганилади. Динамикада эса исмлар ҳаракатини ўрганиш мазкур ҳаракатни юзага келтирувчи бабларга боғлаб олиб борилади, яъни динамика жисмларнинг заро таъсири натижасида уларнинг тинч ҳолатининг ёки ҳаракати- нг ўзгаришини ўрганадиган механиканинг бир бўлимидир.

Физиканинг механика бўлими (ўзининг ҳозирги тараққиёт осқичида) Ньютон механикасини, релятив механикани ва квант еханикасини ўз ичига олади. Ньютон механикаси макроскопик исмларнинг «секин» ҳаракатларини ўрганиш билан шуғулланади. акроскопик жисмлар деганда ғоят кўп сондаги атом ва олекулалардан ташкил топган жисмларни тушунамиз. «Секин» ёки норелятив) ҳаракат дейилганда тезликлари ёруғликнинг акуумдаги тезлиги ($c=300000$ км/с) дан жуда кичик бўлган аракатларни тушуниш керак.

Қиёс сифатида шуни айтиш керакки, Ернинг сунъий йўлдошлари- инг ҳаракати (тезликлари ≈ 8 км/с), Ернинг Қуёш атрофида з орбитаси бўйлаб қиладиган ҳаракати ($v=30$ км/с), Қуёш изимидаги сайёралар, думли юлдузлар (кометалар) ҳаракати, айёра (самолёт)лар ҳамда оддий юк ташиш воситаларининг аракатлари секин ҳаракатларга мисол бўлади. Исталган моддий уқталар, самовий жисмлар, сунъий йўлдошлар, фазовий кема- арнинг ҳаракатлари ва уларнинг муайян вақтдаги вазиятларини ниқлаш ёки олдиндан айтиб бериш Ньютон механикаси қонунлари сосида олиб борилади.

Жисмларнинг мувозанат шартлари механиканинг *статика* деб талувчи бўлимида ўрганилади. Мувозанат ҳолат ҳаракатнинг хусусий ҳоли бўлганлиги туфайли статика бўлими динамика билан биргаликда ўрганилади.

Катта тезликларда (ёруғлик тезлигига яқин тезликларда) жисмларнинг (шу жумладан микрозарраларнинг) ҳаракат қонунларини *релятив механика* ўрганади. Релятив механика Эйнштейннинг махсус нисбийлик назариясига асосланган ва у Ньютон механикасига нисбатан анча кенг қамровли соҳадир. У Ньютон механикасининг қонунлари ва қоидаларини инкор қилмайди, фақат унинг қўлланиш чегараларини белгилаб беради; хусусан, кичик тезликлар ($v \ll c$) да релятив механика қонунлари Ньютон механикаси қонунларидан иборат бўлиб қолади.

Маълумки, макрожисмлар микрозарралардан — атомлар, молекулалар, элементар зарралар (протон, нейтрон, электрон ва бошқалар)дан ташкил топган. Микрозарраларнинг хусусиятларини ва ҳаракатларини ўрганиш шуни кўрсатадики, булар учун Ньютон механикасининг қонунларини татбиқ қилиб бўлмас экан, яъни бу қонунларнинг қўлланиш соҳаси чегараланган экан. Масалан, Ньютон механикасида жисмлар (ва микрозарралар)нинг ҳаракатини изоҳлашда уларнинг фазодаги вазияти вақтга боғлиқ ҳолда муайян координаталар ва тезликлар орқали ифодаланади, яъни жисмларнинг ҳаракати унинг аниқ траекторияси орқали берилади. Тажрибаларнинг кўрсатишича, элементар зарраларнинг ҳаракати анча мураккаб табиатга эга бўлиб, траектория ҳақидаги тушунча бу ҳолда аниқ маънога эга эмас экан. Бундан ташқари Ньютон механикаси бир қанча физикавий ҳодисаларни — ферромагнетизм, ўта оқувчанлик ва бошқа қатор ҳодисаларни тушунтира олмади. Бу муаммоларни ҳал қилиш бўйича илмий тадқиқотлар ва тажрибалар натижасида физикада янги йўналиш — *квант механикаси* ва у билан боғлиқ равишда Ньютон механикасидаги тасаввурлардан фарқ қиладиган янги тасаввур ва тушунчалар пайдо бўлди. Квант механикаси микрозарраларнинг ҳаракат қонунларини ва микрозарралардан тузилган тизим (масалан, кристаллар) билан боғлиқ физикавий ҳодисаларнинг қонуниятларини ўрганади ва физиканинг асосий муаммоларидан бири бўлган модда тузилишини тадқиқ қилишда ҳамда аксарият макроскопик ҳодисаларни ўрганишда пойдевор ҳисобланади. Квант механикаси ўз навбатида норелятив ва релятив қисмларга бўлинади. Квант механикаси бизни ўраб олган табиат ҳодисаларини ўрганишда кенг қамровли тасаввурларга асосланган бўлиб, Ньютон механикаси унинг бир хусусий ҳолидир, яъни катта массали жисмларнинг ёруғлик тезлигига нисбатан анча кичик тезликлари билан боғлиқ ҳодисаларни акс эттирувчи квант механикаси қонунлари бевосита Ньютон механикаси қонунларига айланади.

Пировардида шуни айтиш керакки, Ньютон механикаси ҳозирги вақтда жуда кенг ва муҳим соҳаларда қўлланилаяпти ҳамда аксарият ҳолларда техник жараёнлар ва осмон механикасининг назарий асоси бўлиб қолмоқда. Шунинг учун у ўзининг илмий ҳамда амалий аҳамиятини ҳеч қачон йўқотмайди. Квант механикаси эса физика фани тараққиётининг ҳозирги босқичидаги пойдевор вазифасини ўтамоқда.

1.2- §. КИНЕМАТИКА АСОСЛАРИ

Табиатдаги мавжуд жисмларнинг вазиятини, хусусиятларини ва ҳаракатларини ўрганишда ҳамда улар билан боғлиқ бўлган жараёнларни тасвирлашда қўйилган мақсаднинг моҳиятига кўра физикада ҳар хил соддалаштирилган ўхшатмалардан (моделлардан) фойдаланилади, яъни мавжуд объектларни уларнинг идеаллашган нусхаси — модели билан алмаштирилади. Шу мақсадда физиканинг механика бўлимида моддий нуқта, мутлақ (абсолют) қаттиқ жисм, узлуксиз (яхлит) муҳит деб аталадиган механикавий ўхшатмалардан (моделлардан) фойдаланилади.

Ўрганилаётган шароитда геометрик ўлчамлари ва шакли ҳисобга олинмайдиган ҳамда массаси бир нуқтага тўпланган деб қараладиган ҳар қандай жисм *моддий нуқта* деб аталади. Моддий нуқта тушунчаси илмий абстракция ҳисобланади. Бу тушунчани киритганда биз асосий эътиборни ўрганилаётган ҳодисанинг бош моҳиятини аниқлаб берувчи томонларига қаратиб, бошқа хусусиятлар (жисмнинг геометрик ўлчамлари, таркиби, ички ҳолати ва бу ҳолатнинг ўзгариши каби хусусиятлар)ни инобатга олмаймиз. Физика фанида фақат биргина жисм ўрганилмасдан бир неча жисмлар тўплами ҳам ўрганилади. Бу жисмларни моддий нуқталар тўплами (тизими) деб қараш мумкин. Битта макроскопик жисмни ҳам хаёлан майда бўлакчаларга бўлиб, бу бўлакчаларни ўзаро таъсирлашувчи моддий нуқталар тизими (системаси) деб тасаввур қилиш мумкин.

Ҳар бир жисмнинг ўзи бир шароитда моддий нуқта бўлиши, иккинчи бир шароитда эса моддий нуқта бўлмаслиги мумкин. Бирор жисмни моддий нуқта деб ҳисоблаш масаласи текширилаётган ҳодисанинг моҳиятига боғлиқ бўлади. Масалан, Ернинг ўз орбитаси бўйлаб Қуёш атрофидаги йиллик ҳаракатини олиб қараганимизда Ерни моддий нуқта деб ҳисоблаш мумкин, чунки Ернинг диаметри ($\approx 6{,}4 \cdot 10^{6}$ м) унинг орбитасининг диаметри ($\approx 3 \cdot 10^{11}$ м)га нисбатан ҳисобга олмаслик мумкин бўлган даражада кичикдир. Худди шу мулоҳазаларга кўра Ойнинг ўз орбитаси бўйлаб Ер атрофидаги ҳаракатини, бир шаҳардан иккинчи шаҳарга бораётган тайёра ҳаракатини ва ниҳоят, минора тепасидан уфқ текислиги бўйлаб (горизонтал) отилган (ёки тик ташланган) тошнинг ҳаракатини кузатганимизда улар моддий нуқта моделига мисол бўла оладилар. Демак, ҳаракат кўламларига нисбатан жисмнинг ўлчамлари ҳисобга олинмайдиган даражада кичик бўлса, бундай жисмни моддий нуқта деб қаралади. Атом физикасидаги ҳодисаларни ўрганишда геометрик ўлчамлари жуда кичик бўлишига қарамасдан (диаметри бир неча ангстрем ($3 \div 5 \cdot 10^{-10}$м), атомларнинг ўлчамлари ҳисобга олинади, демак, бу ҳолда атом моддий нуқта эмас.

Мутлақ (абсолют) қаттиқ жисм деб ихтиёрий икки нуқтаси орасидаги масофа унинг ҳаракати давомида ўзгармайдиган жисмга айтилади. Табиатда мутлақ қаттиқ жисмнинг ўзи мавжуд эмас. Маълумки, ҳар қандай қаттиқ жисм ташқи куч таъсирида деформацияланади, яъни геометрик ўлчамлари, шакли бирор даражада ўзгаради. Лекин қўйилган масаланинг моҳиятига қараб кўп ҳолларда деформация туфайли бўладиган ўзгаришларни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Мутлақ қаттиқ жисм ҳар қандай макроскопик жисм каби бир-бири билан қаттиқ боғланган моддий нуқталар тизимидан иборат деб тасаввур қилинади.

Суюқликлар, газлар ва деформацияланадиган жисмларнинг ҳаракатини ҳамда мувозанатини ўрганишда узлуксиз муҳит тушунчаси қўлланилади. Маълумки, ҳар қандай моддий жисм атом ва молекулалардан ташкил топган бўлиб, дискрет тузилишга эга. Лекин масалани соддалаштириш мақсадида моддани узлуксиз яхлит (муттасил) муҳит деб қараб, унинг атом ва молекулалардан тузилганлиги эътиборга олинмайди.

1.3- §. ФАЗО ВА ВАҚТ

Жисмларнинг ҳаракат қонунларини ўрганишда фазо ва вақт тушунчаларини аниқ тасаввур қилиш муҳим аҳамият касб этади. Маълумки, ҳамма моддий жисмлар ҳажмга эга бўлганликлари учун улар муайян жойни эгаллайди ва бир-бирларига нисбатан қандайдир тарзда жойлашган бўлади. Жисм ўз ҳаракати туфайли вазиятларини (ўринларини) ўзгартиради. Бу ўзгариш, табиийки, фазода содир бўлади ва маълум вақт оралиғида амалга ошади. Ҳар қандай механикавий жараён бирор вақт оралиғида фазода содир бўлади. *Вақт* — ҳодисаларнинг кетма-кет ўзгариш тартибини ифодалайдиган физикавий катталикдир. Жисмлар ҳаракатини фазо ва вақтдан ажралган ҳолда тасаввур қилиб бўлмайди. Шунинг учун ҳам жисмларнинг мавжудлиги ва уларнинг ҳаракатлари фазода ва вақт ичида содир бўлади, деб қаралади.

Фазо ва вақт Коинотнинг физикавий манзарасини яратишда ҳал қилувчи, тарихий ривожланиб келаётган тушунчалардир. Ньютоннинг бу ҳақдаги таълимоти қуйидагича: ҳеч қандай жараёнга боғлиқ бўлмаган мутлақ (абсолют) фазо ва мутлақ вақт мавжуддир; фазо — абадий мавжуд бўладиган, чегарасиз (чексиз катта), қўзғалмас бўшлиқ бўлиб, бу бўшлиқда материя ҳар хил шаклда бўлади; фазо бир жинсли бўлиб ҳамма йўналишларда хусусиятлари бир хилдир; бу бўшлиқнинг (фазонинг) хусусиятлари унда моддаларнинг қандай тақсимланишига ҳамда қандай ҳаракатланишига боғлиқ бўлмайди ва вақт ўтиши билан ўзгармайди. Бундай ўзгармас фазода моддаларнинг тақсимланишини ва уларнинг ҳаракатини бутун олам тортишиш қонуни белгилайди.

Ньютоннинг нуқтаи назарича вақт мутлақ бўлиб, ташқи муҳитга ва жисм ҳаракатига боғлиқ бўлмаган ҳолда бир текис ўтади.

Ньютоннинг фазо ва вақт ҳақидаги таълимоти оддий шароитда кузатиладиган механикавий ҳаракатлар (жисмлар, нақлиёт (юк ташиш воситалари), сунъий йўлдошлар, фазовий кемалар, сайёралар ҳаракати) учун амалий жиҳатдан тўғридир; бу таълимот юнон олими Евклид геометриясига асосланган. Евклид геометриясида учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180° га тенг ва икки нуқта орасидаги энг қисқа масофа тўғри чизиқдир. Кичик кўламларда (масштабларда, масалан, бир варақ қоғоз катталигида) чизилган учбурчакнинг ички бурчакларининг йиғиндисини ўлчаш ҳеч қандай қийинчилик туғдирмайди. Анча катта миқёсларда Евклид геометрияси қай даражада тўғри ёки ундан амалда қанчалик аниқлик билан фойдаланиш мумкин деган саволга жавобни бизга албатта тажриба беради.

Маълумки, тажриба жараёнида физикавий катталиклар бирор аниқлик билан ўлчанади. Бошқача айтганда, олинган натижалар ўлчашдаги хатоликлар чегарасида тўғри бўлади. Юқорида қўйилган савол билан боғлиқ муаммони ечиш мақсадида немис олими Гаусс XIX асрнинг бошида қуйидаги тажрибани ўтказди: бир-биридан анча узоқда жойлашган ($\approx 1 \cdot 10^5$ м га яқин) учта тоғ чўққиси ҳосил қилган учбурчак ички бурчакларининг йиғиндисини мумкин қадар катта аниқлик билан ўлчади. Гаусс тажрибаси шуни кўрсатадики, ўлчаш хатоликларини ҳисобга олганда, тажриба ўтказилган миқёсда Евклид геометриясидан четланишлар кузатилмади. Бундан ташқари, астрономия соҳасида ўтказилган тажриба натижаларининг далолат беришича, бизнинг Галактикамиз миқёсидаги фазо (диаметри тахминан 10^{21} м) да ҳам Евклид геометрияси ўринлидир. Лекин кўлами 10^{26} м бўлган (метагалактика) ўлчамда Евклид геометриясидан четланишлар борлиги аниқланди. Бунга сабаб — жуда катта миқёсдаги масофаларда фазонинг эгриланишидир.

Галактикамиз ўлчамлари ҳақида аниқроқ қиёсий тасаввур ҳосил қилиш учун қуйидаги рақамларни келтирамиз: Қуёшдан Ерғача бўлган масофа ($\approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м) ни ёруғлик нури секундига $3 \cdot 10^8$ м тезлик билан 500 с давомида босиб ўтади. Ёруғлик бир йил давомида босиб ўтадиган масофага ёруғлик йили дейилади. Галактикамиз таркибидаги бизга энг яқин юлдузлардан ёруғлик нури Ерга деярли 4 йилда етиб келади.

Катта ўлчамларга эга бўлган Коинот фазосининг Евклид геометриясидан четланишини тасаввур қилиш учун жуда катта радиусли сферани кўз олдимизга келтирайлик. Маълумки, сферанинг эгрилиги унинг радиусига тескари мутаносиб катталик бўлиб, радиус қанчалик кичик бўлса, сферанинг эгрилиги шунча катта бўлади. Сфера сиртининг геометрияси текислик геометриясидан фарқли эканлиги маълум. Евклид геометриясида текисликда жойлашган икки нуқта орасидаги энг қисқа масофа тўғри чизиқ бўлса, сфера сиртида жойлашган икки нуқта орасидаги энг қисқа масофа тўғри чизиқ эмас, балки катта айлананинг шу нуқталарини бирлаштирувчи ёйи бўлади. Бундай фазо ноевклид фазодир. Ноевклид фазодаги шаклларнинг хоссалари бошқача. Масалан, учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180° га тенг эмас; айлана узунлигининг унинг диаметрига нисбати π га тенг эмас ва ҳоказо.

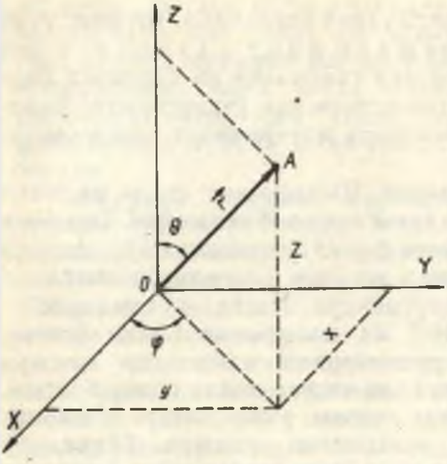
XX аср бошларида А. Эйнштейн нисбийликнинг умумий назариясини яратди. Бу назариядан Коинотнинг ҳақиқий фазоси ноевклид фазо эканлиги келиб чиқади. Мазкур назарияга мувофиқ, фазонинг геометрик хоссалари ҳамда вақтнинг ўтиш тезлиги материянинг фазода тақсимланишига ва унинг ҳаракатига боғлиқ бўлади. Яъни фазо ва материя ҳаракати бир-бирига узвий боғлиқдир. Шунинг учун нисбийликнинг умумий назариясини фазо-вақт назарияси деб ҳам юритилади. Материянинг фазодаги тақсимоти ва ҳаракати бир-бирига боғлиқ бўлган фазо-вақт геометриясини ўзгартиради, фазо-вақт геометриясининг ўзгариши эса унда материянинг тақсимланишини ва ҳаракатини белгилайди.

Нисбийликнинг умумий назарияси Ньютоннинг фазо ва вақт ҳақидаги таълимоти нотўғри деган хулосага олиб келмайди. Тажриба шуни кўрсатадики, Ньютон таълимоти фақат астрономик кўламларда олинган фазонинг кичик соҳаларида ва ўша ўлчовларга нисбатан қисқа вақт оралиқлари учун тўғридир. Катта кўламларда — Метагалактика кўламидаги ($\approx 10^{26}$ м) масофалар билан боғлиқ ҳодисаларда, шунингдек кучли гравитацион майдонлар мавжуд бўлган жойларда Ньютон қонунларидан четланишлар содир бўлади. Шуни айтиш керакки, Коинотнинг айрим унча катта бўлмаган соҳаларида кучли гравитацион майдонлар мавжуд бўлса, бу соҳаларда фазонинг эгриланиши ва вақт ўтиш тезлигининг ўзгариши сезиларли даражада намоён бўлади.

1905 йилда А. Эйнштейн томонидан яратилган нисбийликнинг махсус назариясида худди Ньютон механикасидагидек вақт бир жинсли, фазо эса бир жинсли ҳамда изотроп (барча йўналишларда хусусиятлари бир хил) деб қаралади. Бу назарияда ҳам фазо ва вақтни якка-якка тарзда қараш мумкин эмаслиги, вақт ва фазо бир-бири билан боғлиқ эканлиги, жисмларнинг фазо-вақт тавсифлари уларнинг муайян саноқ тизимига нисбатан аниқланадиган тезликларига боғлиқлиги исбот қилинди. Мазкур назарияга кўра вақт оралиқлари ва кесма узунликлари нисбий бўлиб, улар қандай саноқ тизимларида ўлчанаётганликларига боғлиқ, яъни бирор саноқ тизимига нисбатан тинч турган жисмнинг (кесманинг) узунлиги ҳаракатдаги саноқ тизимидаги узунлигидан фарқ қилади.

1.4- §. ҲАРАКАТНИНГ КИНЕМАТИК ТАВСИФИ

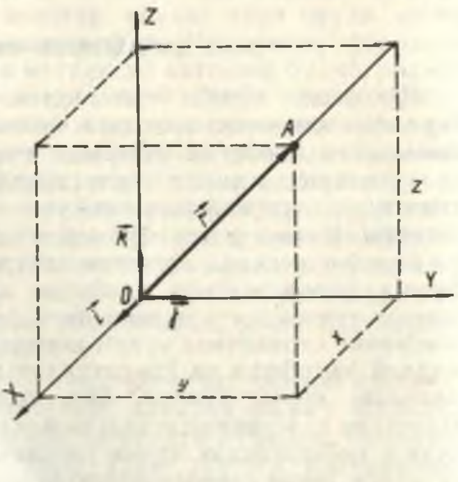
Юқорида айтиб ўтилганидек, механикада ҳаракат деганда берилган жисмнинг фазодаги вазиятининг вақт ўтиши билан бошқа жисмларга нисбатан ўзгариши тушунилади. Ҳаракатдаги жисмни кузатганимизда унинг турли вақтлардаги вазиятини бошқа бирор тинч турган жисмга боғламай унинг қаерда турганлиги ҳақида фикр юритиш маънога эга бўлмайди. Ҳаракатнинг кинематик тавсифи деганда исталган вақтда жисмнинг фазодаги вазиятини бошқа бирор жисмга нисбатан аниқлаш тушунилади. Масалан, минора тепасидан уфқ текислиги (горизонтал) йўналишида отилган жисмнинг ҳаракатини кузатганимизда, у исталган вақтда минорадан қандай масофада ва Ер сатҳидан қандай баландликда эканлигини аниқлаш керак бўлади. Бир шаҳардан иккинчи шаҳарга учиб кетаётган тайёранинг исталган вақтда фазодаги вазиятини аниқлаш учун у тайёрагоҳдан қанча узоқликда ва қандай баландликда учиб кетаяпти, деган саволга жавоб бериш керак бўлади. Бу икки мисолда минора ва тайёрагоҳ (қўналға) қўзғалмас жисмлар бўлиб, саноқ



1.1-расм

тизимининг боши вазифасини ўтайди. Жисмлар ҳаракати ўрганилаётганда саноқ боши сифатида ихтиёрий бошқа қўзғалмас жисмлар олиниши ҳам мумкин. Ҳаракатдаги ёки тинч турган жисмларнинг ихтиёрий пайтда фазодаги вазиятини аниқлаш учун саноқ боши билан боғлиқ бўлган координаталар тизими сифатида кўп ҳолларда тўғри бурчакли Декарт координаталари тизимидан фойдаланиш қулай. Ихтиёрий пайтда жисмнинг фазодаги вазиятини аниқлашда қўлланиладиган вақтни ўлчовчи асбоб (масалан, соат) ва саноқ боши (О нуқта) билан боғлиқ координаталар тизими ***саноқ тизими*** дейилади (1.1- расм). О нуқта ўрнида бир ёки бир нечта жисмлар тўплами бўлиши мумкин.

Ҳаракати кузатилаётган *A* жисм (айтайлик, юқоридаги мисолимизда тайёра)нинг ихтиёрий пайтдаги вазияти (1.1- расм) учта координата (*x*, *y*, *z* лар) орқали белгиланади. Демак, жисм ҳаракати содир бўлаётган фазо уч ўлчамли фазодир. Бундан ташқари радиус-вектор усули ҳам қўлланилади. Бу усулда жисмнинг вазияти (*A* нуқта) координаталар тизими бошидан ҳаракатдаги жисмга ўтказилган радиус-вектор $\vec{r}$ нинг учи орқали ифода қилинади. Бу усул юқоридаги баён қилинган координаталар саноқ тизими усулини ҳам ўз ичига олади, чунки жисмнинг координаталари *x*, *y*, *z* (саноқ бошидан то *YZ*, *XZ* ва *XY* координата текисликларигача бўлган масофа (1.2- расм)) ўз навбатида $\vec{r}$ радиус-векторнинг ҳам координаталари ҳисобланади. 1.2- расмда кўрсатилган $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{k}$ лар координаталар тизимининг ортлари деб аталиб, мос равишда *X*, *Y* ва *Z* ўқлар бўйича йўналган бир бирликка тенг (ўлчамсиз) векторларни ифодалайдилар. Кўриниб турибдики, $x\vec{i}$, $y\vec{j}$ ва



1.2-расм

$z\vec{k}$ векторлар $\vec{r}$ векторнинг координата ўқлари бўйича ташкил этувчиларидир, яъни

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}. \qquad (1.1)$$

X, Y, Z ўқлар ўзаро тик бўлганликлари туфайли, жисмнинг координаталари бўлган x, y, z катталиклар r векторнинг шу ўқларга бўлган проекциялари r_x, r_y ва r_z га тенгдир:

$$r_x = x,\ r_y = y,\ r_z = z. \qquad (1.2)$$

$\vec{r}$ вектор модулининг квадрати унинг x, y, z координаталар квадратларининг йиғиндисига тенг бўлганлиги туфайли

$$r^2 = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

ёки

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (1.3)$$

тенглик ўринлидир. Бу формула жисм (моддий нуқта) радиус-вектори модулининг x, y ва z координаталар орқали ифодаланишидир.

Жисм ҳаракатда бўлса унинг фазодаги вазияти вақт ўтиши билан ўзгаради, яъни $\vec{r}$ радиус-вектор, шунингдек x, y, z координаталар вақтга боғлиқ равишда ўзгаради. Бу ўзгариш қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.4)$$

ёки

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t). \qquad (1.5)$$

(1.4) ва (1.5) формулаларни чуқурроқ тушуниш учун жисмнинг тўғри чизиқли ҳаракатини кўриб чиқайлик. Ҳаракат X ўқи бўйлаб содир бўлаётган ҳол учун $x = x(t)$ ифода

$$x = A + Bt + Ct^2 \qquad (1.6)$$

кўринишга эга бўлиши мумкин. Бу формулада A, B ва C лар доимий (ўлчамли) коэффициентлардир. Бу ерда A — узунлик (масофа), B — тезлик, C — тезланиш маъноларига эга. Демак, (1.6) формула умумий ҳолда (1.5) ифода тарзида берилади. (1.4), (1.5) ва (1.6) формулалар жисмнинг ҳаракат тенгламалари дейилади.

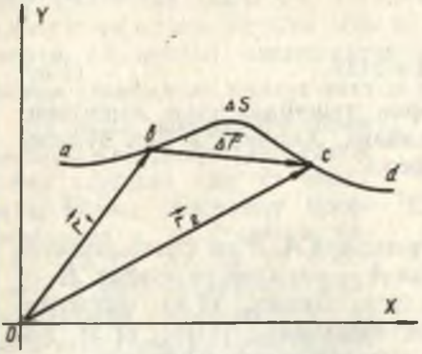
Жисмнинг фазодаги вазиятини белгилашда кўпинча сферик координаталар тизими ҳам қўлланилади. Унда x, y ва z координаталар ўрнига радиус-векторнинг узунлиги (r) ва иккита (θ ҳамда φ) бурчакдан фойдаланилади (1.1-расм); θ ва φ лар мос равишда $\vec{r}$ радиус-вектор билан OZ ўқ орасидаги ва шу радиус-векторнинг XY текислигига туширилган проекцияси билан X ўқи орасидаги бурчаклардир. Сферик координаталар тизимидан Декарт тизимига ўтиш қуйидаги ифода орқали амалга оширилади:

$$x = r\sin\theta\cos\varphi,\ y = r\sin\theta\sin\varphi,\ z = r\cos\theta. \qquad (1.7)$$

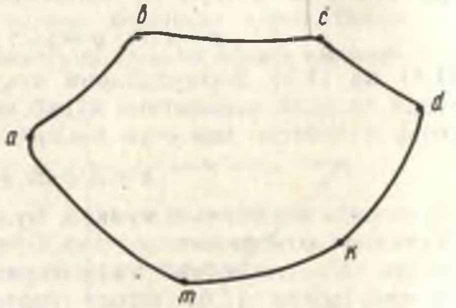
Кинематик жараёнлар ҳақида аниқ тасаввур ҳосил қилиш учун юқоридаги мисолларда жисмнинг ҳаракатини олиб қарадик. Лекин «жисм» ўрнида «моддий нуқта» тушунчасини ишлатиш анча қулайлик туғдиради. Шунинг учун бундан буён «моддий нуқта» ҳақида мулоҳаза юритамиз.

Моддий нуқтанинг ҳаракат давомида фазода чизган чизиғи («қолдирган изи») унинг **траекторияси** дейилади. Масалан, поезднинг траекторияси рельслардир. Траекториянинг узунлиги моддий нуқта босиб ўтган йўлга тенгдир. Траекториянинг шаклига қараб моддий нуқта ҳаракати тўғри чизиқли ёки эгри чизиқли бўлиши мумкин. Фараз қилайлик, моддий нуқта ихтиёрий *a*, *b*, *c*, *d* траектория бўйлаб ҳаракат қилаётган бўлсин ва унинг ҳаракатини кузатиш траекториянинг *bc* қисмида олиб борилаётган бўлсин (1.3- расм).

Траекториянинг *b* нуқтасида унинг вазияти $\vec{r}_1$ радиус-вектор орқали ифодаланади. Бирор Δt вақтдан сўнг у *c* нуқтада бўлади ва бу нуқтада унинг вазияти $\vec{r}_2$ радиус-вектор билан аниқланади. Траекториянинг «*bc*» қисмида моддий нуқта босиб ўтган йўл Δs га тенг. $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ радиус-векторларнинг айирмаси, яъни *b* ва *c* нуқталарни бирлаштирувчи, *b* нуқтадан *c* нуқта томон йўналган $\Delta\vec{r}$ вектор *кўчиш* дейилади $(\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r})$. Кўчиш вектори $(\Delta\vec{r})$ моддий нуқтанинг бошланғич ва охирги вазиятларини ҳамда у қайси йўналишда ҳаракат қилаётганини ифодалайди. Тўғри чизиқли ҳаракатда кўчиш вектори траектория билан бир хил бўлади ва кўчиш векторининг модули $(|\Delta\vec{r}|)$ моддий нуқта босиб ўтган йўлга тенг бўлади.



1.3-расм



1.4-расм

Йўл ҳеч қачон нолга тенг бўлмайди, кўчиш эса нолга тенг бўлиши мумкин. Масалан, юқоридаги мисолда моддий нуқта *a* нуқтадан *d* нуқтага *abcd* траектория бўйлаб ҳаракат қилиб (1.4- расм) яна шу траектория бўйлаб *d* нуқтадан *a* нуқтага қайтиб келсин. Бу ҳолда кўчиш нолга тенг, йўл эса *abcd* оралиққа нисбатан икки марта ортиқ бўлади. Айтайлик, моддий нуқта *d* нуқтадан бирор *dkma* траектория бўйлаб қайтиб келсин. Бу ҳолда ҳам кўчиш нолга тенг бўлади, йўл эса нолга тенг эмас. Демак, фақат хусусий ҳоллардагина кўчишнинг модули йўлга тенг бўлиши мумкин, аксарият ҳолларда эса ҳар доим йўл кўчишнинг модулидан катта бўлади.

1.5- §. ВЕКТОРЛАР АЛГЕБРАСИ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

Физикавий ҳодисалар билан танишиш жараёнида биз кўчиш, тезлик, тезланиш, куч ва шунга ўхшаш катталиклар билан иш кўрамиз. Бу катталиклар тегишли ўлчов бирлигида олинган сон қийматлари билан бир қаторда йўналишга ҳам эга. Масалан, жисмнинг (моддий нуқтанинг) муайян пайтдаги ҳаракатини тавсифлаш учун у 15 м/с тезлик билан ҳаракатланмоқда дейишнинг ўзи етарли эмас, яна ҳаракатнинг йўналишини ҳам кўрсатиш керак. Шу мақсадда векторлар деб аталувчи тушунча киритилади. Сон қиймати ва йўналиши билан аниқланувчи катталиклар *векторлар* дейилади. Жисмнинг вазияти бошқа жисмларга нисбатан аниқлангани каби векторларининг йўналиши ҳам муайян бирор йўналишга нисбатан берилади. Фақат сон қиймати билан аниқланадиган катталиклар скаляр катталиклар дейилади. Скаляр катталикларга масса, ҳажм, зичлик, ҳарорат (температура) каби катталиклар мисол бўла олади. Юқорида мисол тариқасида келтирилган кўчиш, тезлик, тезланиш, куч ва шу кабилар вектор катталиклардир.

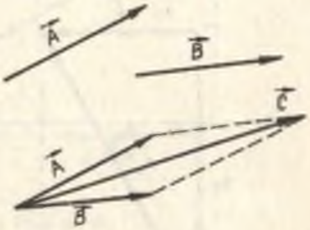
Векторнинг сон қиймати унинг модули дейилади. Модулни белгилашда ҳарфларда вектор белгиси бўлмайди (масалан, v, a). Баъзан модулни ифодалаш учун вектор катталик белгисини вертикал чизиқлар орасига олинади: чунончи $\overrightarrow{A}$ векторнинг модули $|\overrightarrow{A}|$ шаклида ёзилади. Векторлар қоғоздаги чизмада йўналиш боши ва охири кўрсатилган тўғри чизиқли кесма билан ифодаланади. Кесманинг узунлиги бирор масштабда векторнинг модулини ифодаласа, йўналиш белгиси эса унинг қайси томонга йўналганини кўрсатади.

Икки вектор бир-бирига тенг бўлиши учун уларнинг модуллари тенг ва йўналишлари бир хил бўлиши керак. Икки вектор бир-бирига тенг ва қарама-қарши томонга йўналган бўлса, улар қуйидагича ёзилади:

$$\overrightarrow{A} = -\overrightarrow{B}.$$

Бу ерда $\overrightarrow{B}$ ишорасини манфий вектор деб тушунмаслик керак, чунки манфий векторлар мавжуд эмас: манфий ишора $\overrightarrow{B}$ векторнинг $\overrightarrow{A}$ га нисбатан тескари йўналганини кўрсатади холос.

1.5-расм



1.6-расм

Параллел тўғри чизиқлар бўйлаб бир томонга ёки қарама-қарши томонга йўналган векторлар *коллинеар векторлар* дейилади. Параллел текисликларда ётган векторлар *компланар векторлар* дейилади.

Векторлар яна «эркин» ва «боғланган» векторларга бўлинади. Эркин векторларни ўзига параллел кўчириш мумкин. Параллел кўчиришда векторнинг ихтиёрий икки нуқтаси (1.5- расмда a ва b нуқталар) параллел тўғри чизиқлар бўйлаб бир хил масофага силжийди. 1.5- расмда кўрсатилгандек, параллел кўчириш натижасида вектор I ҳолатдан II ҳолатга ўтади. «Боғланган» векторлар (масалан, кучни ифодаловчи вектор) уларнинг қўйилиш нуқтаси билан бошқа векторлардан ажралиб туради ва параллел кўчириш усули бу ҳолда ҳамма вақт ҳам ўринли бўлавермайди.

Векторларни қўшиш ва айириш. $\overrightarrow{A}$ ва $\overrightarrow{B}$ векторлар берилган бўлсин (1.6- расм). Бу икки векторни қўшиш учун параллелограмм қоидасидан фойдаланамиз.

Векторларни ўзига параллел кўчириш коидасига асосан уларнинг бошини бир нуктага келтириб, улардан параллелограмм ясасак, унинг диагонали натижавий (йигинди) векторга тенг бўлади ва бу йигинди куйидагича ёзилади:

$$\vec C = \vec A + \vec B.$$

Векторларни кўшиш коммутативлик хусусиятига эга, яъни

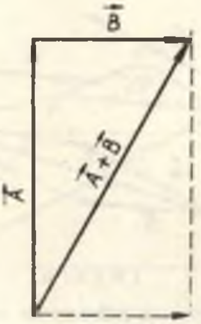
$$\vec C = \vec A + \vec B = \vec B + \vec A.$$

Масалан, моддий нукта (жисм) бир вактда иккита тўгри чизикли харакатда $\vec v_1$ ва $\vec v_2$ тезликлар билан иштирок этаётган бўлса, унинг натижавий тезлиги бу тезликларнинг вектор йигиндисига тенг бўлади (айтайлик, минора тепасидан уфк текислиги йўналишида $\vec v_1$ тезлик билан отилган тош Ернинг тортиш кучи таъсирида маълум вакт ўтгандан кейин $\vec v_1$ тезлик билан бир каторда тик (вертикал) йўналишда $\vec v_2$ тезликка хам эга бўлади). Кўшилувчи икки векторнинг модуллари ва улар орасидаги бурчак маълум бўлса, натижавий векторнинг киймати косинуслар теоремасига асосан топилади.

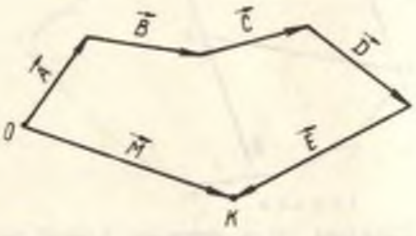
Векторларни кўшишда амалда учбурчак усули кўпрок кулланилади. Бу усулда $\vec A$ ва $\vec B$ векторларни кўшиш учун биринчи векторнинг охирига ўзига параллел равишда кўчирилган иккинчи векторнинг боши жойлаштирилади. Биринчи векторнинг боши билан иккинчи векторнинг охирини туташтирувчи вектор натижавий векторга тенг бўлади, чунки бу натижавий вектор параллелограмм диагоналининг ўзгинасидир (1.7-расм).

Иккитадан ортик векторларни кўшишда, амалда куйидаги усулдан фойдаланилади: $\vec A$, $\vec B$, $\vec C$, $\vec D$ ва $\vec E$ векторлар берилган бўлсин. Натижавий векторни топиш учун ўзига параллел кўчирилган хар бир векторнинг боши аввалги векторнинг охири билан туташтирилади. Натижада синик чизик хосил бўлади (1.8-расм). Биринчи векторнинг бошидан охирги векторнинг охирига ўтказилган O ва K нукталарни туташтирувчи $\vec M$ вектор натижавий векторга тенг бўлади, яъни:

$$\vec M = \vec A + \vec B + \vec C + \vec D + \vec E.$$



1.7-расм



1.8-расм

Натижавий векторнинг сон киймати ва йўналиши кўшилувчи векторларнинг кайси кетма-кетликда жойлаштирилишига боглик эмас.

Ихтиёрий йўналган $\vec A$ ва $\vec B$ векторлар берилган бўлсин (1.9-расм). $\vec A$ ва $\vec B$ векторларнинг айирмаси деб шундай $\vec C$ векторга айтиладики, унинг $\vec B$ вектор билан йигиндиси $\vec A$ векторга тенг бўлади:

$$\vec A - \vec B = \vec C \text{ (яъни } \vec B + \vec C = \vec A).$$

Векторни сонга кўпайтириш. Векторни бирор n сонга (яъни векторни бирор скаляр катталикка) кўпайтириш деганда мазкур векторнинг модулини шу сонга кўпайтириш тушунилади: $\vec{B}=n\vec{A}$. Ҳосил бўлган янги $\vec{B}$ векторнинг йўналиши n нинг ишорасига боғлиқ. Агар у мусбат ($n>0$) бўлса, $\vec{B}$ нинг йўналиши $\vec{A}$ билан бир хил, манфий ($n<0$) бўлса, бу векторлар қарама-қарши йўналган бўлади.

Векторни скалярга кўпайтириш қоидасига кўра ихтиёрий $\vec{A}$ векторни қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$\vec{A}=A\vec{e}_A,$$

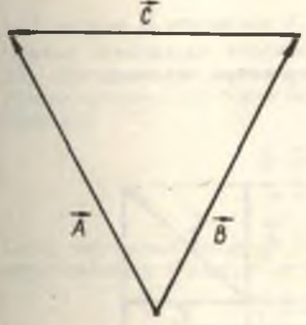
бунда A берилган векторнинг сон қиймати; $\vec{e}_A$ — бирлик вектор дейилади ва унинг сон қиймати бир бирликка тенг бўлиб, йўналиши $\vec{A}$ бўйича йўналган. Бу формулани $1/A$ га тенг скалярга кўпайтирсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{e}_A=\frac{\vec{A}}{A}.$$

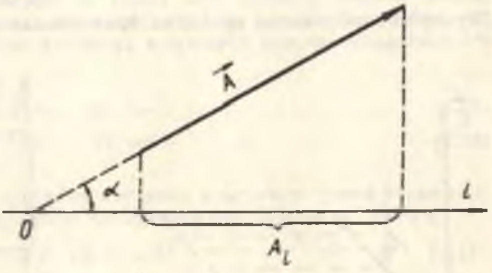
Бундан кўриниб турибдики, бирлик вектор ўлчамсиз катталикдир.

Векторнинг бирор йўналишга бўлган проекцияси. Берилган $\vec{A}$ вектор бирор l йўналишдаги ўқ билан α бурчак ташкил қилсин (1.10-расм). Унинг шу йўналишга проекцияси 1.10-расмда кўрсатилгандек, A_l узунликка тенг бўлади ва қуйидагича ифодаланади:

$$A_l=A\cos\alpha,$$



1.9-расм



1.10-расм

бу ерда A_l — векторнинг модули, α — берилган йўналиш билан вектор орасидаги бурчак. Бурчак ўткир ($\cos\alpha>0$) бўлса, проекция мусбат бўлади ва аксинча, ўтмас ($\cos\alpha<0$) бўлса, проекция манфий бўлади. Векторнинг бирор йўналишга проекцияси ҳамма вақт скаляр катталикдир; унинг ишораси берилган йўналишга нисбатан векторнинг қандай йўналганини билдиради.

Векторларни кўпайтириш. Векторлар бир-бирига икки хил усулда кўпайтирилади: а) векторни векторга вектор кўпайтириш, б) векторни векторга скаляр кўпайтириш. Иккита ($\vec{A}$ ва $\vec{B}$) векторнинг скаляр кўпайтмаси деб шу векторларнинг модуллари ва улар орасидаги бурчак косинусининг кўпайтмасидан ҳосил бўлган скаляр катталикка айтилади:

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})=AB\cos\alpha \quad \text{ёки} \quad \vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\alpha.$$

Бу формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})=A_n\cdot B=A\cdot B_n,$$

бу ерда $A_в$ — $\vec{A}$ нинг $\vec{B}$ йўналиши бўйича олинган проекцияси; $B_в$ — $\vec{B}$ нинг $\vec{A}$ йўналиши бўйича олинган проекцияси. Бундан қуйидагига эга бўламиз:

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})=(\vec{B}\cdot\vec{A}).$$

Векторларнинг скаляр кўпайтмасидан шу хулоса келиб чиқадики, векторнинг ўзини ўзига скаляр кўпайтмаси (бу ҳолда $\alpha=0$, $\cos\alpha=1$) шу вектор модулининг квадратига тенг, яъни

$$(\vec{A}\cdot\vec{A})=(\vec{A}^{\,2})=A^2. \qquad (1.8)$$

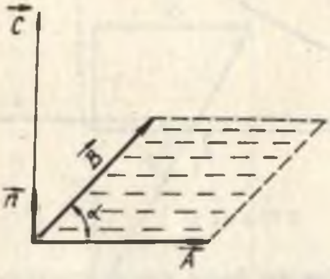
Иккита ($\vec{A}$ ва $\vec{B}$) векторнинг вектор кўпайтмаси деб, қуйидагича аниқланадиган $\vec{C}$ векторга айтилади (икки векторнинг вектор кўпайтмаси, одатда, ўрта қавс ичига олинади):

$$\vec{C}=[\vec{A}\cdot\vec{B}] \quad \text{ёки} \quad [\vec{A}\,\vec{B}]=AB\sin\alpha\cdot\vec{n}. \qquad (1.9)$$

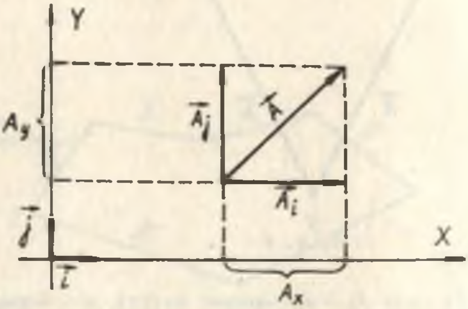
Унинг модули $C=AB\sin\alpha$. Бу ерда $\vec{n}$ — натижавий вектор ($\vec{C}$) йўналишидаги бирлик вектордир. $\vec{C}$ вектор $\vec{A}$ ва $\vec{B}$ векторлар жойлашган текисликка тик бўлиб, унинг йўналиши парма қоидаси билан аниқланади: парма дастасини $\vec{A}$ дан $\vec{B}$ га томон бурасак, унинг илгариланма ҳаракати $\vec{C}$ векторнинг йўналишини кўрсатади (1.11- расм). $\vec{C}$ вектор сон жиҳатдан $\vec{A}$ ва $\vec{B}$ векторлардан тузилган параллелограммнинг юзига тенг. Бу қоидадан шу хулоса келиб чиқадики, $\vec{A}$ ва $\vec{B}$ векторларнинг ўринларини алмаштирсак, натижавий $\vec{C}$ векторнинг йўналиши қарама-қарши томонга ўзгаради, яъни:

$$[\vec{A}\cdot\vec{B}]=-[\vec{B}\cdot\vec{A}].$$

Шундай қилиб, вектор кўпайтма ўрин алмаштириш хусусиятига эга эмас.



1.11-расм



1.12-расм

Векторларнинг вақт бўйича ҳосиласи. Бирор $\vec{A}$ вектор берилган бўлсин. Бу вектор вақт бўйича бирор қонуният билан ўзгарса, мазкур вектордан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила — $d\vec{A}/dt$, унинг ҳам сон қиймати ҳамда йўналиши бўйича ўзгаришини ифодалайди.

Вектор катталикнинг бирор скаляр катталик (φ) га кўпайтмасидан вақт бўйича ҳосила олиш қоидаси одатдаги икки скаляр кўпайтмадан ҳосила олиш қоидаси кабидир. Масалан, $\vec{A}$ векторнинг скаляр катталик (φ) га кўпайтмасидан олинган ҳосила қуйидагига тенг бўлади:

$$\frac{d}{dt}(\varphi\cdot\vec{A})=\varphi\cdot\dot{\vec{A}}+\dot{\varphi}\cdot\vec{A}. \qquad (1.10)$$

бунда $\dot{\vec{A}}$ ва $\dot{\varphi}$ — мазкур катталиклардан вакт бўйича олинган ҳосиланинг кискача ёзилиши. Худди шунингдек, $\vec{A}$ ва $\vec{B}$ векторла [illegible] пайтмасидан вакт бўйича олинган ҳосила

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \text{[illegible]} \qquad (1.11)$$

тарзида ифодаланади. Икки векторнинг вектор кўпайтмасидан вакт бўйича олинган ҳосила куйидагига тенг:

$$\frac{d}{dt}[\vec{A}\cdot\vec{B}]=[\dot{\vec{A}}\cdot\vec{B}]+[\vec{A}\cdot\dot{\vec{B}}]. \qquad (1.12)$$

Векторларни уларнинг координата ўкларидаги проекциялари оркали ифодалаш. Фазода берилган бирор $\vec{A}$ векторнинг Декарт координата ўклари (X, Y, Z) даги проекциялари мос равишда A_x, A_y ва A_z бўлса, уни шу проекциялар оркали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}, \qquad (1.13)$$

бу ерда $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{k}$ — координата ўклари X, Y, Z бўйича йўналган бирлик векторлардир. Бу формуладаги ҳар бир кўшилувчи ҳад вектор катталикни ифодалагани учун $\vec{A}$ векторни унинг ташкил этувчилари $\vec{A}_i$, $\vec{A}_j$, ва $\vec{A}_k$ оркали ҳам ифодалаш мумкин:

$$\vec{A}\;=\vec{A}_i+\vec{A}_j+\vec{A}_k. \qquad (1.14)$$

1.12- расмда $\vec{A}$ векторнинг X, Y ўклардаги проекциялари ва унинг шу ўклар бўйича ташкил этувчилари кўрсатилган (расмда Z ўкига мос келувчи бирлик вектор ($\vec{k}$) кўрсатилмаган, чунки у чизмага тик йўналган). $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{k}$ векторлар ўзаро тик йўналганлигини эътиборга олсак, вектор кўпайтма коидасига асосан қуйидагига эга бўламиз:

$$[\vec{i}\cdot\vec{j}]=\vec{k},\quad [\vec{j}\cdot\vec{k}]=\vec{i},\quad [\vec{k}\cdot\vec{i}]=\vec{j}; \qquad (1.15)$$

$$[\vec{i}\cdot\vec{i}]=0,\quad [\vec{j}\cdot\vec{j}]=0,\quad [\vec{k}\vec{k}]=0. \qquad (1.16)$$

Бирор векторнинг квадрати берилган бўлса, бу ҳар доим векторнинг ўзига ўзини скаляр кўпайтмаси бўлади, яъни унинг модулининг квадратига тенг бўлади ((1.8) га к.):

$$(\vec{i}\cdot\vec{i})=i^2,\quad (\vec{j}\cdot\vec{j})=j^2,\quad (\vec{k}\cdot\vec{k})=k^2. \qquad (1.17)$$

1.6- §. МОДДИЙ НУҚТАНИНГ ТЎҒРИ ЧИЗИҚЛИ ҲАРАКАТИ

Тезлик. Моддий нуқтанинг (жисмнинғ) ҳаракат траекторияси ҳар хил — тўғри чизиқли, эгри чизиқли, хусусий ҳолда айлана шаклида бўлиши мумкин. Тўғри чизиқли ҳаракатда траектория тўғри чизиқдан иборат бўлади. Тўғри чизиқли ҳаракатни алоҳида ажратиб ўрганишимизнинг боиси шундаки, амалда жуда кўп ҳаракатлар тўғри чизиқли ҳаракатдир. Масалан, бир шаҳардан иккинчи шаҳарга бораётган наклиёт воситалари (тайёра, поезд, автомобиль)нинг ҳаракати деярли тўғри чизиқли ҳаракат бўлади.

Моддий нуқта тенг вақтлар оралиғида тенг масофаларни босиб ўтса, бундай ҳаракат *текис ҳаракат* дейилади. Қуйида фақат тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳақида мулоҳаза юритамиз. Моддий нуктанинг ҳаракати қандай жадаллик билан содир бўлаётганини тавсифлаш учун тезлик деган тушунча киритилади. *Тезлик — сон жиҳатидан вақт бирлиги давомида босиб ўтилган йўлга тенг бўлган катталикдир.* Моддий нуқта Δt вақт оралиғида Δs йўлни босиб ўтса текис ҳаракатдаги тезлик сон жиҳатдан қуйидагига тенг бўлади:

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}. \qquad (1.18)$$

Бирор t вақт давомида моддий нуқта текис ҳаракат қилиб s йўлни босиб ўтса, тезлик қуйидагича ифодаланади:

$$v=\frac{s}{t}. \qquad (1.19)$$

Моддий нуқтанинг қандай тезлик билан ҳаракат қилишини билишдан ташқари, у саноқ тизимига нисбатан қайси йўналишда кетаётганини ҳам билиш зарур. Демак, тезлик йўналишга ҳам эга бўлган катталикдир, яъни у вектор катталикдир. Ҳаракат тўғри чизиқли бўлганлиги туфайли моддий нуқта $\vec{r}$ радиус-вектор бўйлаб ҳаракат қилаяпти, деб қараш мумкин (1.13- расм).

1.13-расм

Саноқ бошини O нуқтада оламиз. Айтайлик, кузатишнинг дастлабки пайтида моддий нуқта A нуқтада бўлсин ва Δt вақт давомида у текис ҳаракат қилиб B нуқтага келсин. Сон жиҳатдан AB кесмага тенг бўлган ва A дан B га томон йўналган $\Delta\vec{r}$ вектор кўчишни ифодалайди. У ҳолда моддий нуқтанинг текис ҳаракатдаги тезлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$\vec{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.20)$$

Агар моддий нуқтанинг ҳаракати давомида унинг тезлиги ўзгариб турса ўртача тезлик деган тушунча киритилади. Масалан, поезд бир шаҳардан иккинчи шаҳарга боришда йўлнинг бир қисмини 20 м/с, иккинчи қисмини 30 м/с, учинчи қисмини эса 25 м/с тезлик билан босиб ўтган бўлса, унинг ўртача тезлиги сон жиҳатдан икки шаҳар орасидаги масофанинг шу масофани босиб ўтиш учун кетган вақтга нисбатига тенг бўлади. Шундай қилиб, *ўртача тезлик* деб кўчиш вектори $\Delta\vec{r}$нинг шу кўчиш содир бўлиши учун кетган вақтга нисбати билан ифодаланадиган вектор катталикка айтилади:

$$v_{ў}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.21)$$

Бу ифода Δt нинг ҳар қандай қиймати учун ($t=0$ бўлган ҳолдан ташқари) тўғридир. Бу тўғри чизиқли ҳаракатда (1.21) формуладаги

$\Delta\vec{r}$ кўчиш сон жиҳатдан босиб ўтилган йўлга тенгдир. Шунинг учун бу ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$v_{\text{ў}}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{ёки} \quad v_{\text{ў}}=\frac{s}{t}.$$

Моддий нуқтанинг тезлиги ўзгариб турса, одатда оний тезлик деган тушунча киритилади. *Оний тезлик* вақт оралиғи чексиз кичик олинганда ўртача тезликнинг муайян t пайтдаги қийматига тенг бўлади, яъни оний тезлик Δt нолга интилганда (1.21) ифода интиладиган қуйидаги лимитга тенг:

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}}, \qquad (1.22)$$

бу ерда $\dot{\vec{r}}$ радиус-вектор $\vec{r}$ дан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила белгисининг қисқача ёзилишидир. Демак, моддий нуқтанинг оний тезлиги (муайян пайтдаги тезлиги) радиус-вектордан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг. $\vec{v}$ векторнинг йўналиши $\vec{r}$ нинг йўналиши билан бир хил бўлади. (1.22) формула кенг қамровли маънога эга бўлиб, у эгри чизиқли ҳаракат учун ҳам қўлланилади. Шунинг учун уни оний тезлик ёки ҳақиқий тезлик деб ҳам аталади.

Тўғри чизиқли ҳаракатда $d\vec{r}$ векторнинг модули босиб ўтилган йўлга тенг бўлганлиги туфайли (1.22) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$v=\frac{ds}{dt}=\dot{s}, \qquad (1.23)$$

яъни тезликнинг модули йўлдан вақт бўйича олинган биринчи даражали ҳосилага тенгдир.

Моддий нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати уч ўлчовли фазода ихтиёрий йўналишга эга бўлса $\vec{r}$ векторнинг Декарт координаталар системасидаги X, Y, Z ўқларга бўлган проекциялари орқали ифодаси $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ бўлишини ҳисобга олсак, (1.22) га асосан тезлик вектори унинг координата ўқларидаги проекциялари орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{v}=\dot{x}\vec{i}+\dot{y}\vec{j}+\dot{z}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k},$$

бу ерда $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{k}$ — координата ўқлари X, Y ва Z бўйлаб йўналган бирлик векторлар; $\dot{x}=v_x$, $\dot{y}=v_y$, $\dot{z}=v_z$ — тезлик векторларининг ўша ўқлардаги проекциялари. Демак, тезликнинг координата ўқларига проекциялари $\vec{r}$ векторнинг шу ўқларга проекцияларидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг экан. (1.20), (1.21) ва (1.22) формулалардан кўриниб турибдики, СИ тизимида тезлик метр тақсим секунд (м/с)ларда ўлчанади.

Тезланиш. Ҳаракат давомида тезлик вақт ўтиши билан ўзгариб турса, бундай ҳаракат нотекис ҳаракат бўлади. Нотекис ҳаракат тезланиш деган физикавий катталик билан тавсифланади. *Тезланиш* деб, тезликнинг бирлик вақт давомида ўзгаришини кўрсатувчи вектор катталикка айтилади. Агар Δt вақт давомида моддий нуқтанинг тезлиги $\Delta\vec{v}$ га ўзгарса юқорида келтирилган мулоҳазаларга кўра, муайян пайтдаги тезланиш

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\dot{\vec{v}} \qquad (1.24)$$

тарзида ифодаланади. $\vec{v}=d\vec{r}/dt$ эканлигини ҳисобга олсак, охирги тенглик қуйидагича кўринишга эга бўлади:

$$\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\ddot{\vec{r}}, \qquad (1.25)$$

яъни тезланиш вектори тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки кўчишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг экан.

Охирги икки формуладан кўриниб турибдики, СИ тизимида тезланиш метр тақсим секунд квадрат (м/с^2) ларда ўлчанади.

Тезланувчан ҳаракатда $a>0$ (яъни $dv/dt>0$), секинланувчан ҳаракатда эса $a<0$ бўлади. Тўғри чизиқли ҳаракатда $a>0$ бўлса, $\vec{a}$ нинг йўналиши ҳаракат йўналиши билан мосдир, $a<0$ бўлса, $\vec{a}$ вектор ҳаракат йўналишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган бўлади. $\vec{a}=0$ бўлса, $\vec{v}=\mathrm{const}$ бўлади, бу ҳол моддий нуқтанинг тезланишсиз, яъни текис ҳаракат қилаётганлигини ифодалайди.

Тезланиш векторини координата ўқларига проекциялари орқали қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{a}=\dot{\vec{v}}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k} \qquad (1.26)$$

ёки

$$\vec{a}=\ddot{\vec{r}}=\ddot{x}\vec{i}+\ddot{y}\vec{j}+\ddot{z}\vec{k},$$

яъни тезланишнинг координата ўқлари бўйича олинган проекциялари $\vec{r}$ векторнинг шу ўқларга мос келган проекцияларидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг экан.

Текис ҳаракат v тезлик билан содир бўлаётган бўлса, моддий нуқтанинг dt вақт давомида босиб ўтган йўли (1.23) формулага асосан $ds=vdt$ бўлади. Бундан:

$$s=\int_0^t vdt. \qquad (1.27)$$

Текис тезланувчан ҳаракатда $t=0$ пайтдаги бошланғич тезлик маълум бўлса, қандайдир t вақт ўтгандан кейинги тезлик қуйидагича ифодаланади:

$$v=v_0\pm at. \qquad (1.28)$$

(1.28) формулани (1.27) га қўйиб, уни $t=0$ дан t гача интеграллсак, текис ўзгарувчан ҳаракатда босиб ўтилган йўл формуласига эга бўламиз:

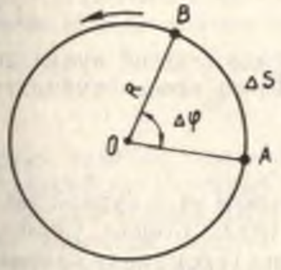
$$s=\int_0^t vdt=\int_0^t (v_0\pm at)\,dt=v_0t\pm\frac{at^2}{2}\,. \qquad (1.29)$$

(1.28) ва (1.29) формулаларда мусбат ишора текис тезланувчан ҳаракатни, манфий ишора эса текис секинланувчан ҳаракатни ифодалайди.

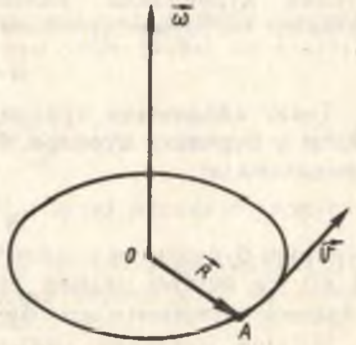
1.7- §. МОДДИЙ НУҚТАНИНГ АЙЛАНА БЎЙЛАБ ҲАРАКАТИ. БУРЧАК ТЕЗЛИК ВА БУРЧАК ТЕЗЛАНИШ

Моддий нуқта радиуси R бўлган айлана бўйлаб ҳаракат қилаётган бўлсин. Унинг ҳаракатини тавсифлаш учун бурчак тезлик ва бурчак тезланиш деган тушунчалар киритилади. Ўзининг айланма ҳаракатида моддий нуқта Δt вақт давомида A нуқтадан B нуқтага кўчса (1.14- расм), у ўз траекторияси бўйлаб Δs масофани ($AB=\Delta s$) босиб ўтади; шу вақт оралиғида айлананинг (OA) радиуси $\Delta\varphi$ бурчакка бурилади. Қуйидаги

$$\omega_ў=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (1.30)$$



1.14-расм



1.15-расм

катталик Δt вақт оралиғидаги ўртача бурчак тезлик дейилади. Умуман, *бурчак тезлик* деб бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг бўлган вектор катталикка айтилади:

$$\vec{\omega}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}=\dot{\vec{\varphi}}. \qquad (1.31)$$

$d\vec{\varphi}$ вектор $\vec{\omega}$ вектор билан бир томонга йўналган бўлиб, уларнинг йўналиши парма қоидаси бўйича аниқланади: пармани моддий нуқтанинг айланиш йўналишида бурасак, унинг илгариланма ҳаракат йўналиши $\vec{\omega}$ векторнинг йўналишини кўрсатади (1.15- расм). Шуни айтиш керакки, элементар бурчак $d\vec{\varphi}$ вектор катталик бўлиб, муайян φ бурчак эса скаляр катталикдир. $d\vec{\varphi}$ бурчакни бурчак

чиш деб ҳам юритилади. Бурчак тезлик вектори ($\vec\omega$) нинг
налиши шартли равишда аникланганидан учун бу векторни псевдо-
ктор дейилади. Агар бурчак тезлик вакт ўтиши билан ўзгармаса
$=\text{const}$) айланиш текис айланиш дейилади ва бу ҳаракат
ланиш даври (T) ҳамда айланиш частотаси (ν) билан ифодалана-
. *Айланиш даври* — моддий нуктанинг айлана бўйлаб тўла бир
рта айланиши учун кетган вактдир. Тўла айланишда (яъни $\Delta t = T$
лганда) моддий нукта O нукта атрофида $\varphi = 2\pi$ радиан (360°)
рчакка бурилади. Шундай килиб, тўла айланишда (1.30) формула
йидаги кўринишни олади:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \tag{1.32}$$

кис айланишда ω катталик айланишнинг доиравий (ёки циклик)
стотаси дейилади. Бирлик вакт давомидаги айланишлар сонига
ланиш частотаси (ν) дейилади, яъни

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

ндан кўринадики, айланишнинг доиравий частотаси билан
ланиш частотаси куйидаги боғланишга эга:

$$\omega = 2\pi\nu. \tag{1.33}$$

Текис айланишда муайян t вакт оралиғида моддий нукта аник
оор φ бурчакка бурилса, бу бурчак (1.30) га асосан куйидагича
одаланади:

$$\varphi = \omega t. \tag{1.34}$$

рилиш бурчаги $\Delta\varphi$ радианларда ўлчанганлиги учун бурчак тезлик
30) га асосан радиан тақсим секунд (рад/с)ларда ўлчанади.
ланиш частотаси ν эса бир тақсим секунд (1/с) ларда ўлчанади.

Моддий нуктанинг маълум вакт оралиғида ўз траекторияси
лананинг ёйи) бўйлаб ўтган йўли чизикли тезлик ва чизикли
ланиш билан ифодаланади. 1.14- расмдан кўриниб турибдики,
$\to 0$ бўлганда $\Delta S = R\Delta\varphi$ бўлади. Δs масофани моддий нукта Δt вакт
омида ўтган бўлса, унинг чизикли тезлигининг модули

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega R \tag{1.35}$$

ади.

Демак, айлана бўйлаб текис ҳаракатда чизикли тезлик айлана-
г радиусига мутаносиб (пропорционал) экан. Чизикли тезлик
тор катталик бўлиб, унинг йўналиши куйидагича аникланади:
вакт оралиғини чексиз кичик килиб олсак, A нукта B нуктага
сиз якинлашади (1.14- расм) ва айлана бўйлаб ҳаракатланаёт-
моддий нуктанинг кўчиш вектори ($\Delta\vec r$) бу нукталарга ўтка-
ган уринма билан устма-уст тушади. Демак, чизикли тезлик
$= \lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec r}{\Delta t}$) нинг йўналиши 1.15- расмда кўрсатилгандек траекто-

рия (айлана)га уринма равишда ҳаракат томонга йўналган. (1.35) формула вектор кўринишида қуйидагича ёзилади:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}], \tag{1.36}$$

яъни айланма ҳаракатдаги чизиқли тезлик бурчак тезлик вектори билан радиус-вектор $\vec{R}$ нинг вектор кўпайтмасига тенгдир.

Вақт ўтиши билан ω нинг қиймати ўзгариб борса (нотекис ҳаракат), бу ўзгариш бурчак тезланиш деган вектор катталик билан ифодаланади:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\omega}. \tag{1.37}$$

Бу ифодани (1.31)га асосан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2}, \tag{1.38}$$

яъни бурчак тезланиш бурчак тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг.

Чизиқли тезланиш чизиқли тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг бўлгани учун (1.36) ва (1.38)га асосан қуйидагига эга бўламиз:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\frac{d^2\varphi}{dt^2} = R\varepsilon. \tag{1.39}$$

Демак, чизиқли тезланиш ($\varepsilon = \text{const}$ бўлганда) айланиш радиусига мутаносиб катталикдир.

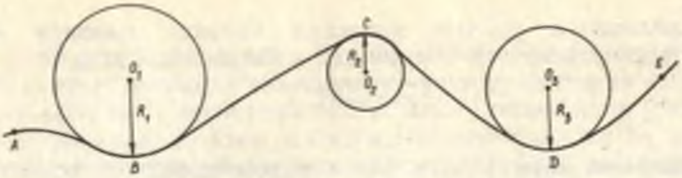
Айлана бўйлаб содир бўлаётган текис тезланувчан ҳаракатда Δt вақт давомида моддий нуқта φ бурчакка бурилади ва бу бурчак (1.29)га кўра қуйидагича ифодаланади:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{1.40}$$

бу ерда ω_0 — бошланғич бурчак тезлик.

1.8-§. ЭГРИ ЧИЗИҚЛИ ҲАРАКАТДА ТЕЗЛИК ВА ТЕЗЛАНИШ. МАРКАЗГА ИНТИЛМА ВА УРИНМА ТЕЗЛАНИШЛАР

Юқорида айтиб ўтилганидек, моддий нуқтанинг траекторияси эгри чизиқдан иборат бўлса, бу ҳаракат эгри чизиқли дейилади. Эгри чизиқли ҳаракатда тезлик векторининг модули ўзгариши билан бир қаторда унинг йўналиши ҳам ўзгаради. Тезлик вектори йўналишининг ўзгариши «траекториянинг эгрилиги» деб аталувчи катталик билан узвий боғлиқдир. «Траекториянинг эгрилиги» деган тушунчани аниқроқ тасаввур қилиш учун моддий нуқтанинг бирор



1.16-расм

$ABCDE$ дан иборат эгри чизиқли траекториясини кўриб чиқайлик (1.16- расм).

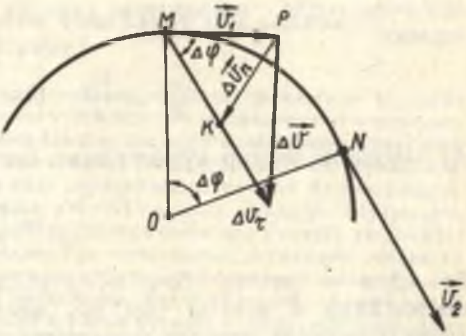
Траекториянинг ҳамма нуқталари бир текисликда (расм текислигида) ётган бўлсин. Ҳамма нуқталари бир текисликда ётган траектория *ясси траектория* дейилади. Расмдан кўриниб турибдики, траекториянинг B, C ва D нукталар атрофидаги алоҳида қисмлари радиуслари мос равишда R_1, R_2 ва R_3 бўлган айланаларнинг ёйлари билан устма-уст тушаяпти. Бинобарин, траекториянинг B нуқтаси атрофидаги жуда кичик қисмининг эгрилиги R_1 радиус билан, C нуқтаси атрофидаги қисмининг эгрилиги R_2 радиус билан (ва ҳ. к.) аниқланади ва мазкур R_1, R_2 ҳамда R_3 катталиклар траекториянинг мос нуқталаридаги эгрилик радиуслари дейилади.

Шуни қайд қилиш керакки, траектория айланадан иборат бўлган ҳолда унинг эгрилик радиуси айлананинг радиуси демакдир. Траекториянинг мос соҳаларидан R_1, R_2, R_3 ва ҳоказо масофада ётган O_1, O_2, O_3 ва ҳоказо нуқталар траекториянинг шу соҳаларидаги эгрилик марказлари деб аталади.

Эгрилик радиусига тескари бўлган катталик $C=\frac{1}{R}$ траекториянинг шу радиусга мос келган қисмининг эгрилиги деб аталади. Демак, эгрилик радиуси қанчалик кичик бўлса траекториянинг шу қисмининг эгрилиги шунчалик катта бўлади.

Келтирилган мулоҳазалардан шундай хулоса келиб чиқадики, ихтиёрий шаклдаги траекториянинг алоҳида қисмларини R радиусга мос келувчи айлананинг ёйи бўйлаб бўлаётган ҳаракат траекторияси деб қараш мумкин.

Умумий ҳолда ихтиёрий шаклдаги эгри чизиқли траектория бўйлаб ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезлиги сон қиймати бўйича ҳам, йўналиши бўйича ҳам ўзгариши мумкин. Тажрибаларнинг кўрсатишича, эгри чизиқли ҳаракатда тезлик вектори ҳамма вақт траекторияга уринма равишда ҳаракат томонга йўналган бўлади. Фараз қилайлик, моддий нуқта эгри чизиқли траектория бўйлаб ҳаракат қилиб, Δt вақт давомида Δs масофани ўтиб, M нуқтадан N нуқтага келсин ва шу вақт оралиғида унинг тезлиги, 1.17- расмда кўрсатилганидек, $\vec{v}_1$ дан $\vec{v}_2$ га ўзгарган бўлсин. Δt вақт давомида тезликнинг сон қиймати ва йўналиши бўйича ўзгаришини аниқлаб олиш учун қуйидагича иш кўрамиз: $\vec{v}_1$ векторни ўзига параллел равишда M нуқтага кўчирамиз ва $\vec{v}_1$ ҳамда $\vec{v}_2$ векторларнинг учларини $\Delta\vec{v}$ вектор билан туташтирамиз. Векторларни айириш қоидасига асосан $\Delta\vec{v}$ вектор $\vec{v}_2$ ва $\vec{v}_1$ векторларнинг айирмасидан



1.17-расм

иборат. Унинг йўналиши ҳаракат йўналиши билан мос эмас. Уни траекторияга уринмалар ($\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ йўналишлар бўйича) ва унга тик (нормал) йўналишларга мос келувчи иккита ташкил этувчиларга ажратамиз. Бунинг учун кўчирилган $\vec{v}_2$ вектор бўйлаб узунлиги $\vec{v}_1$ векторнинг модулига тенг бўлган MK кесмани ажратамиз ва P нуктадан K нуқтага $\Delta\vec{v}_n$ векторни ўтказамиз.

Векторларни қўшиш қоидасига асосан $\Delta\vec{v}$ вектор $\Delta\vec{v}_\tau$ ва $\Delta\vec{v}_n$ векторларнинг вектор йиғиндисидан иборат бўлади, яъни

$$\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_\tau+\Delta\vec{v}_n. \tag{1.41}$$

Юқоридаги расмдан кўриниб турибдики, $\Delta\vec{v}$ векторнинг $\Delta\vec{v}_\tau$ ташкил этувчиси Δt вақт давомида тезликнинг сон қийматининг ўзгаришини кўрсатади. Маълумки, вақт бирлиги ичида тезликнинг ўзгариши тезланишни ифодалайди. Тезликнинг сон қийматининг бирлик вақт давомида ўзгариши уринма (тангенциал) тезланиш дейилади ва a_τ билан белгиланади. Уни Δt нолга интилган ҳол учун қуйидагича аниқлаймиз:

$$\vec{a}_\tau=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}_\tau}{dt}. \tag{1.42}$$

Δt нолга интилганда унинг йўналиши $\vec{v}_1$ векторнинг M нуқтадаги йўналишига мос келади.

Энди (1.41) формуладаги $\Delta\vec{v}$ векторнинг иккинчи ташкил этувчиси $\Delta\vec{v}_n$ нимани ифодалашини батафсил қараб чиқайлик. Бунинг учун юқорида мулоҳаза юритганимиздек Δt вақт оралиғини жуда қисқа оламиз, яъни уни нолга интилтирамиз. Δt нолга интилса MN ёйга таяниб турувчи марказий бурчак ҳам нолга интилиб, бу ёй M ва N нуқталарни туташтирувчи ватар (ватар расмда кўрсатилмаган) билан устма-уст тушади. Бу ватар тенг ёнли учбурчак ΔMON нинг асосидир. Шунингдек, PMK учбурчак ҳам тенг ёнлидир. Бу учбурчаклар ўхшаш учбурчаклардир, чунки уларнинг мос томонлари ўзаро тик. Δt вақт оралиғи нолга интилган ҳол учун $\vec{v}_1\approx\vec{v}_2=\vec{v}$ деб қабул қиламиз ва учбурчакларнинг ўхшашлигидан қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{|MN|}{R}=\frac{\Delta v_n}{v}. \tag{1.43}$$

$MN = \Delta s = v\Delta t$ эканлигини ҳисобга олиб, (1.43)ни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{v\Delta t}{R} = \frac{\Delta v_n}{v} \quad \text{ёки} \quad \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R};$$

бу ифодани вектор кўринишида ёзамиз:

$$\frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}\vec{n},$$

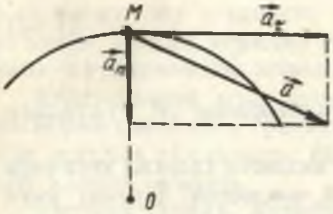
бу ерда $\vec{n}$ вектор $\Delta\vec{v}_n$ йўналишдаги бирлик вектор. Δt нолга интилганда $\vec{n}$ вектор (ва $\Delta\vec{v}_n$ вектор) $\vec{v}_1$ векторга тик равишда траекториянинг эгрилик марказига томон йўналади. Шунинг учун бу ифоданинг лимити

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t}$$

марказга интилма тезланиш дейилади ва у

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n} \tag{1.34}$$

тарзда ҳам ифодаланади. Юқорида айтилганидек, бу тезланиш эгри чизиқли ҳаракатда вақт бирлиги ичида тезлик векторининг йўналиш бўйича ўзгаришини ифодалайди. Демак, марказга интилма тезланиш сон жиҳатдан чизиқли тезликнинг квадратига мутаносиб ва траекториянинг эгрилик радиусига тескари мутаносибдир.



1.18-расм

Мисол тариқасида шуни айтиш керакки, тўғри чизиқли ҳаракат траекториясининг эгрилиги нолга тенг (эгрилик радиуси чексиз) бўлганлиги учун бундай ҳолда марказга интилма тезланиш нолга тенг бўлади. Агар моддий нуқта ўзгармас бурчак тезлик билан, яъни айлана бўйлаб ўзгармас чизиқли тезлик билан ҳаракат қилаётган бўлса, бу ҳаракат фақат марказга интилма тезланиш билан аниқланади, чунки бу ҳолда уринма тезланиш нолга тенг.

Тўлиқ тезланиш (1.41) формулага асосан уринма ва марказга интилма тезланишларнинг вектор йиғиндисига тенг бўлади:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \tag{1.45}$$

1.18- расмдан кўриниб турибдики

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2, \tag{1.46}$$

яъни тўла тезланиш модулининг квадрати уринма ва марказга интилма тезланишлар модуллари квадратларининг йиғиндисига тенг бўлади.

1.9-§. ҲОСИЛА ВА ИНТЕГРАЛНИНГ ФИЗИКАВИЙ МАСАЛАЛАРГА ТАТБИҚИ

Ҳосила тушунчаси соф математикавий нуктаи назардан факатгина узлуксиз функциялар учун, аникроги, функцияларнинг узлуксизлик соҳасидагина мазмунга эга. Физикада ихтиёрий физикавий катталик бир ёки бир неча катталикларнинг функцияси сифатида қаралиши мумкин. Масалан, жисм босиб ўтган йўл вактнинг функцияси, яъни ҳаракатдаги жисмнинг босиб ўтган йўли ҳаракатланиш вактига боглик бўлади. Бу боғланиш ошкор бўлмаган кўринишда $s=s(t)$ шаклда ёзилади. Шунингдек, ҳаракат тезлиги ва тезланиши ҳам вактнинг функцияси сифатида $\vec{v}=\vec{v}(t)$ ва $\vec{a}=\vec{a}(t)$ кўринишда ёзилиши мумкин. Баъзи физикавий катталикларни, жумладан, тезлик ва тезланишни ҳам координаталарнинг функцияси сифатида ифодалаш мумкин. Бундай катталикларга энг оддий мисол — жисм зичлигидир. Ҳакиқатан ҳам, умумий ҳолда жисм зичлиги ҳажмнинг турли бўлакларида турлича бўлиши мумкин. Масалан, ҳаво молекулаларининг зичлиги оддий шароитда Ер сиртига якин жойлашган қатламларда каттарок бўлиб, баландлик ортган сари камая боради. Агар координаталар тизимининг Ер сиртига тик йўналган ўкини Z орқали белгиласак, бу боғланиш функционал кўринишда

$$\rho=\rho(z)$$

каби ёзилади. Жисмларнинг зичлиги ҳажмга боглик бўлгани учун умумий ҳолда $\rho=\rho(x,\ y,\ z)$ функция ёрдамида аникланади.

Энди зичлик тушунчаси воситасида физикавий масалаларда ҳосила тушунчасининг ишлатилиш мазмунини караб чиқайлик. Таърифга асосан, жисмнинг ўртача зичлиги унинг ҳажм бирлигига тўгри келувчи массасига сон жиҳатдан тенг, яъни

$$\rho_{\text{ў}}=\frac{m}{V}.$$

Агар бизни бирор элементар ҳажмдаги зичлик қизиктирса,

$$\rho=\frac{\Delta m}{\Delta V}$$

формуладан фойдаланамиз; бунда Δm — элементар ҳажм (ΔV) даги масса.

Математикавий нуктаи назардан жисмнинг бирор бир «нуқта»даги зичлиги

$$\rho=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta V}=\frac{dm}{dV}$$

формула билан, яъни жисм массасидан ҳажм бўйича олинган ҳосила сифатида аникланиши лозим. Зичликнинг ҳосилага асосланган бу таърифидан фойдаланиш учун қаралаётган жисмни «узлуксиз муҳит» деб караш, яъни жисм массаси унинг ҳажми бўйича узлуксиз таксимланган деб караш керак бўлади. Жисм тузилишининг «узлуксиз муҳит» моделидан фойдаланиб физиканинг кўпгина (масалан, аэродинамика, каттик жисмларнинг кайишқоклик асослари ва ш.к.) масалаларини муваффакиятли ҳал килиш мумкин. Аслида эса жисмлар узлуксиз эмас, жисмларни ҳосил килувчи заррачалар орасидаги ўртача масофа шу зарраларнинг геометрик ўлчамларидан бир неча марта катта бўлиши мумкин. Математикавий тил билан айтганда, масса ҳажмнинг узлуксиз функцияси эмас. Ҳақиқатан, ҳатто каттиқ жисмларда ҳам асосий масса кристалл панжаранинг «тугунлари»да жойлашган бўлиб, панжаранинг ичи амалда «бўшлик»дан иборат бўлади. Шунинг учун агар биз қараётган ҳажм элементи ΔV кристалл панжара тугунлари орасидаги фазода жойлашган бўлса, бу ҳажмдаги Δm масса нолга тенг бўлади. Газлар ва суюкликларда эса масала янада мураккаблашади. Бу ҳолда молекулаларнинг бетартиб иссиқлик ҳаракати туфайли муайян ҳажм элементидаги молекулалар сони ва демак масса ҳам, вакт давомида ниҳоятда тез ҳамда бетартиб ўзгариб туради. Шу сабабли

$$\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta V}$$

лимит умуман ҳеч қандай физикавий мазмунга эга бўлмайди. $\Delta m/\Delta V$ катталик физикавий мазмунга эга бўлиши учун ΔV ҳажм етарли даражада кичик бўлиши билан бирга ундаги молекулалар (ёки атомлар) сони етарли даражада кўп бўлиши керак. Бинобарин, бу ҳажмдаги массанинг ўртача қиймати ҳақида муайян фикр юритиш мумкин бўлиши керак. Амалда шундай бўлиши, яъни бир-бирига зид икки талабнинг бир вақтда қондирилиши мумкинми? Бу саволга жавоб бериш учун зичлиги нисбатан кам бўлган оддий шароитдаги газни олиб қарайлик. Маълумки, оддий шароитда 1 см^3 ҳажмда $3\cdot10^{19}$ тага яқин газ молекуласи бўлади. Агар $\Delta V=10^{-10}$ см^3 бўлса, бу ҳажмда тажминан $3\cdot10^9$ та молекула жойлашган бўлади ва бу ҳажмдаги массанинг ўртача қиймати ҳақида бемалол аниқ мулоҳаза юритиш мумкин.

Иккинчи томондан, 10^{-10} см^3 ҳажм одатдаги макроскопик жисм ҳажмига нисбатан «нуқта» деб қаралиши мумкин. Шунга кўра, физикада зичлик математикадаги каби

$$\rho=\frac{dm}{dV}$$

кўринишда ифодаланар экан, бунда dV катталикнинг юқорида баён қилинган мазмундаги чекли катталик эканлиги назарда тутилади.

Математикавий нуқтаи назардан жисмнинг бирор ҳажм элементидаги зичлигини $\rho(\Delta V_i)=\dfrac{\Delta m_i}{\Delta V_i}$ кўринишида ёзиш тўғри бўлади. Юқорида айтганимиздек, бу ҳолда $\Delta V_i\to0$ бўлганда $\Delta m_i/\Delta V_i$ нисбат аниқ бир қийматга интилмайди (лимит мавжуд эмас).

Агар ΔV ни чекли кичик катталик десак, $\Delta m/\Delta V$ катталик берилган жисм учун шу ҳажм элементида вақт давомида ўзгармай қолувчи хоссаларидан бири бўлган зичликни ифодалайди.

Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, массадан ҳажм бўйича (физикавий мазмунда) ҳосила олишда ҳажмнинг чексиз кичик орттирмаси ўрнига чекли кичик орттирмасидан фойдаланиш ҳисоблашда хатоликларга олиб келмайди, аксинча, $\Delta V\to0$ деб қаралганда келиб чиқувчи қатор хатоликларни бартараф қилиб, математикавий ифодага физикавий мазмун беради.

Энди ҳосила ва механикавий тезлик тушунчалари орасидаги боғланишни қараб чиқайлик. Таърифга асосан $V_{\text{ў}}=\dfrac{s}{t}$. Агар бирор Δt вақт давомидаги ўртача тезликни ҳисоблаш керак бўлса, $V_{\text{ў}}=\Delta s/\Delta t$ формуладан фойдаланилади. Агар Δt вақт етарли даражада кичик бўлиб, бу вақт оралигида тезликни ўзгармас деб қараш мумкин бўлса, тезликнинг бу қийматини Δt вақт оралигида ётувчи ихтиёрий t_0 пайтдаги оний тезлик деб қараш мумкин. Шу сабабли математикада тезликнинг оний қиймати учун

$$v=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}=\dot{s}$$

лимит қабул қилинади. Аммо амалда бу лимит мавжудми? Буни аниқлаш учун физикавий катталикларнинг умумий хусусиятларини қараб чиқиш кифоя. Маълумки, ҳар қандай физикавий катталик ўлчашлар воситасида аниқланади. Хусусан, тезликнинг бирор вақт оралиғидаги ўртача қийматини аниқлаш учун ҳаракат давом этган вақт оралиғи ва шу вақт ичида босиб ўтилган йўлни ўлчаш лозим. Ҳар қандай ўлчаш эса ўлчаш асбобларининг хусусиятлари ва ўлчаш шароити билан белгиланувчи хатоликлардан холи бўлиши мумкин эмас. Хусусан, $\Delta t\to0$ бўлган вақт оралигини исталган усул билан аниқ ўлчаб бўлмайди, чунки геометрик нуқта фазовий ўлчамларга эга бўлмаганидек, вақт пайти (моменти) вақт оралиғи ўлчамига эга эмас. Демак, математикавий нуқтаи назардан қатъий қаралса $\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ мавжуд эмас. Агар Δt етарли даражада кичик, аммо чекли деб қаралса $\Delta s/\Delta t$ нисбат муайян физикавий мазмунга эга бўлган тезлик тушунчасини аниқ ифодалайди.

Ихтиёрий катталик $f(y)$ ва аргумент y нинг чекли орттирмалари (Δf ва Δy лар) нинг $\Delta f/\Delta y$ нисбати f' ҳосилани етарли даражада аниқ ифода қилса, физиклар Δf ва Δy

катталикларни чексиз кичик деб, аникроғи физикавий чексиз кичик микдорлар деб атайдилар.

Маълумки, дифференциал тушунчаси чексиз кичик орттирма мазмунига эга. Модомики, физикавий катталикларнинг математикавий мазмундаги чексиз кичик орттирмаси мавжуд эмас экан, демак уларнинг математикавий мазмундаги дифференциали ҳакида гапириш мумкин эмас. Аммо физикада физикавий нуктаи назардан чексиз кичик деб қараш мумкин бўлган орттирмалар учун ҳам df ва dy белгилашлардан фойдаланилади. Худди шунингдек, физикавий катталикларни ифодаловчи функция ва аргументлар орттирмалари нисбатининг аргумент орттирмаси нолга интилгандаги лимити деярли барча ҳолларда мавжуд бўлмаганлигидан физикада ҳосила сифатида етарли даражада кичик килиб олинган орттирмалар нисбатидан фойдаланилади ва бу ҳосила

$$f' = \frac{df}{dy}$$

каби белгиланади. Бу ўринда физикавий катталиклар учун

$$\frac{df}{dy} \neq \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta y}$$

эканлигини ёдда тутиш лозим.

Математика ва физика фанларида ишлатилувчи ҳосила тушунчалари мазмун жиҳатидан фарк қилганлари каби интеграл тушунчаси ҳам ҳар икки ҳолда турлича мазмунга эгадир. Математикада интеграллаш амали

$$\lim_{\Delta y \to 0} \sum_{i=1}^{\infty} f(y_i) \Delta y_i$$

лимитга ўтиш сифатида таърифланади, яъни

$$\lim_{\Delta y \to 0} \sum_{i=1}^{\infty} f(y_i) \Delta y_i = \int_a^b f(y)\, dy.$$

Аммо физикада $\Delta y \to 0$ катталнкни аниқлаш (ўлчаш) мумкин эмас. Қолаверса, $f(y_i)$ қиймат умуман мавжуд бўлмаслиги ҳам мумкин. Шу сабабли $f(y)$ бирор физикавий катталикни ифодалаганда қаралаётган лимит кўп ҳолларда мавжуд бўлмайди.

Агар Δy_i етарли даражада кичик, лекин аргументнинг шу қийматлари оралиғида $f(y)$ функциянинг ўртача қиймати ҳақида фикр юрнтиш мумкин бўлган даражада катта бўлса $\sum_{i=1}^{\infty} f(y) \Delta y_i$ йиғинди муайян физикавий мазмунга эга бўлади. Шунга кўра физикада интеграл йиғиндининг лимити сифатида эмас, балки етарли даражада кичик бўлган жуда кўп қўшилувчиларнинг йиғиндиси сифатида аниқланади, яъни:

$$\int_a^b f(y)\, dy = \sum_{i=1}^{n} f(y_i) \Delta y_i.$$

Хусусан, агар $f(y)$ функция тезликнинг вақтга боғлиқлигини ифодаласа, $f(y) = v(t)$ бўлади; у ҳолда таърифга асосан Δt вақт оралиғида босиб ўтилган йўл

$$\Delta s_i = v_i \Delta t_i$$

формула билан аниқланади. Агар бирор етарли даражада катта вақт оралиғида босиб ўтилган йўлни ҳисобламоқчи бўлсак, табиий равишда, элементар вақтлар оралиқларида босиб ўтилган йўлларнинг йиғиндисини олишимиз керак, яъни *

$$s = \sum_i s_i = \sum_i v_i \Delta t_i.$$

---

* Бу ва бундан кейинги ўринларда йиғинди $\sum_i$ кўринишда берилган бўлса, $\sum_{i=1}^{n}$ мазмунида тушунилсин.

Умумий ҳолда тезлик вақт давомида ўзгариб борганлигидан, ҳисоблаш тўғри бўлиши учун Δt_i вақт оралигини шундай танлашимиз керакки, бу оралиқда тезлик деярли ўзгармай қолсин. Бу ҳолда

$$\sum_i v_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$$

тенглик ўринли бўлади. Демак,

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt.$$

Физикада интеграллаш амалидан физикавий катталикларнинг ўртача қийматларини ҳисоблашда ҳам фойдаланилади. Ҳақиқатан ҳам маълумки, ўртача тезлик юқорида кўрсатилгандек

$$v_{\text{ў}} = \frac{s}{t_2 - t_1}$$

формула билан ҳисобланади. Аммо s нинг ифодасини интеграл ёрдамида ёзсак, бу формула

$$v_{\text{ў}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$$

кўринишга ўтади. Ихтиёрий $f(y)$ физикавий катталикнинг $(y_2 - y_1)$ оралиқдаги ўртача қиймати $f_{\text{ў}} = \frac{1}{y_2 - y_1} \int_{y_1}^{y_2} f(y)\,dy$ формула билан ҳисобланади. Масалан, $f = \rho$, $y = V$ бўлсин. У ҳолда $\rho_{\text{ў}} = \frac{1}{V} \int_0^V \rho(v)\,dV$ бўлади.

Шундай қилиб, математика амалларини физика масалаларига расман қўллашда формулаларнинг шакли ўзгармаса ҳам, уларнинг мазмуни маълум даражада ўзгаради. Бундай ўзгаришлар физикавий масалани ечишни қулай кўринишга келтириш учун сунъий равишда эмас, балки физика қонунлари ва ҳодисаларининг моҳиятидан келиб чиқиб, табиий равишда амалга оширилади.

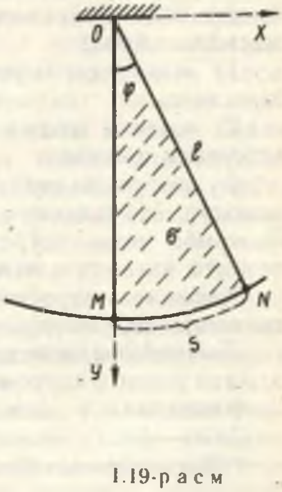
1.10- §. ЭРКИНЛИК ДАРАЖАЛАРИ СОНИ. УМУМЛАШГАН КООРДИНАТАЛАР

Моддий нуқта (жисм)ларнинг ҳаракатини ва исталган пайтда уларнинг фазодаги вазиятини тавсифлашда эркинлик даражалари сони деган тушунча киритилади. Моддий нуқтанинг фазодаги ҳолатини тўлиқ аниқлашга имкон берувчи бир-бирига боғлиқ бўлмаган (мустақил) катталиклар сони унинг *эркинлик даражалари сони* дейилади.

Қуйидаги мисоллар эркинлик даражалари сонининг моҳиятини очишга имкон беради: моддий нуқтанинг фазодаги вазияти унинг учта координатаси (x, y, z) орқали аниқланиши мумкин. Демак, моддий нуқтанинг эркинлик даражалари сони 3 га тенг. Муайян шароитда моддий нуқтанинг кўчиши чекланган бўлиши ҳам мумкин. Бильярд шарининг ҳаракатини олиб қарасак, у фақат текисликда ҳаракат қилади ва унинг исталган пайтдаги вазияти иккита катталик — x, y координаталар орқали ифодаланади (учта — x, y, z координатадан фақат 2 таси x ва y мустақилдир), яъни бу шарнинг эркинлик даражалари сони 2 га тенг. Жисмнинг олдиндан берилган траектория бўйлаб ҳаракатини олиб қарасак, унинг исталган пайтдаги вазияти шу траектория бўйлаб ўтилган йўл узунлиги билан аниқланади (масалан, поезд ёки трамвайнинг ҳаракати); бу ҳолда эркинлик даражалари сони 1 га тенг. Моддий нуқтанинг фазодаги ҳаракатини чекловчи воситалар *боғловчилар* деб аталади.

Умумий ҳолда N та моддий нуқтадан иборат тизимни олиб қарайлик. Бу моддий нуқталар бир-бирига нисбатан ихтиёрий йўналишда кўча олсалар бундай тизимнинг вазиятини аниқлаш учун $3N$ та координаталар ($x_1, x_2, \ldots, x_N, y_1, y_2, \ldots, y_N, z_1, z_2, \ldots, z_N$) ни билиш керак бўлади, яъни унинг эркинлик даражалари сони $3N$ га тенгдир. N чексиз катта сон билан ифодаланса тизимнинг вазиятини координаталар воситасида чекли равишда аниқлаб бўлмайди. Бундан ташқари, тизимнинг вазиятини координаталар орқали ифодалаш ҳамма вақт ҳам қулай бўлавермайди. Лекин кўпчилик ҳолларда тизимнинг фазодаги вазиятини бир-бирига боғлиқ бўлмаган чекли катталиклар ёрдамида аниқлаш мумкин. Бунинг сабаби (юқоридаги мисолларда кўрганимиз каби) шундаки, ҳаракат эркинлиги чекланганда эркинлик даражаларининг сони камаяди ва тизимдаги барча моддий нуқталарнинг вазиятини аниқлаш учун камроқ координаталарни (ёки катталикларни) билиш етарли бўлади. Масалан, тизимдаги N та моддий нуқтанинг K таси ўзаро бир-бири билан боғланишда бўлса, бундай тизимнинг эркинлик даражалари сони K тага камаяди ва $S=3N-K$ бўлади. Бундай координаталар ўрнида исталган ўлчамга эга бўлган ва мақсадга мувофиқ равишда танланган катталиклар қўлланиши учун «умумлашган координаталар» деган тушунча киритилади. Тизимнинг фазодаги вазиятини аниқлайдиган ва мақсадга мувофиқ равишда танлаб олинган, бир-бирига боғлиқ бўлмаган катталиклар тизимнинг *умумлашган координаталари* дейилади. Умумлашган координаталар $q_i (i=1,2,3...)$ билан белгиланади.

Эркинлик даражалари сони $S=3N-K$ бўлган тизим (система)нинг вазияти S та умумлашган координаталар орқали ифодаланади. Умумлашган координаталар сифатида ихтиёрий физикавий катталиклар олиниши мумкин (кесма узунлиги, ёй узунлиги, оғиш бурчаги, юзанинг сатҳи ва ҳоказолар). Масалан, ясси математикавий тебрангич (маятник, бир текисликда тебранувчи тебрангич)нинг ихтиёрий пайтдаги вазиятини (1.19- расм) битта умумлашган координата орқали бериш мумкин. Бу ерда XY текислик ва ипнинг узунлиги (l) ҳара-



1.19-расм

катни чекловчи воситалардир. q сифатида бурилиш бурчаги ёки ёй узунлиги $MN=S$ ёхуд $OMNO$га тенг юза (σ) олиниши мумкин. Ҳар ҳолда тебрангичнинг мусбат ва манфий (ўнг ва чап) томонга четланиши кўрсатилиши керак, акс ҳолда q катталик бир маъноли бўлмай қолади.

Умумлашган координаталарнинг вакт бўйича ҳосилалари — $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_n$ умумлашган тезликлар дейилади. Масалан, q — чизиқли катталик бўлса, $\dot{q}$ — чизиқли тезлик, q–бурилиш бурчаги бўлса, $\dot{q}$ — бурчак тезлик ва ҳ. к. бўлади.

Мутлак қаттиқ жисмнинг фазодаги вазиятини тавсифлаш учун унинг бир тўғри чизикда ётмаган учта нуқтасининг вазиятини аниқлаш кифоя. Бу нуқталарни фикран A, B ва C деб белгиласак, уларнинг исталган пайтдаги вазиятлари 9 та (x_A, y_A, z_A, x_B, y_B, z_B, x_C, y_C; z_C) координаталар орқали берилади. Лекин нуқталар орасидаги мос равишда олинган AB, BC ва AC кесмаларнинг узунликлари ўзгармасдир. Яъни A, B ва C нуқталарнинг бир-бирига нисбатан ҳаракатини чекловчи боғланишлар қўйилган AB, BC ва AC кесмалардан иборат боғланишлар сони 3 га тенг бўлиб, ҳаракатланаётган қаттиқ жисмнинг эркинлик даражалари сонини учтага камайтиради. Демак, мутлақ қаттиқ жисмнинг эркинлик даражалари сони 6 га тенг.

II БОБ

МОДДИЙ НУҚТАЛАР ДИНАМИКАСИ

2.1-§. ДИНАМИКАНИНГ АСОСИЙ ВАЗИФАСИ. НЬЮТОН МЕХАНИКАСИДА ҲОЛАТ ТУШУНЧАСИ

Механиканинг кинематика қисмида ҳаракат қонунларини ўрганишни бу ҳаракатларни юзага келтирган сабаблар билан боғламаган ҳолда олиб борилди. Механиканинг динамика бўлимида эса жисмлар ҳаракатини мазкур ҳаракатни юзага келтирувчи сабаблар моҳияти билан боғлаб ўрганилади. Динамиканинг вазифаси асосан икки қисмдан иборат:

1) жисм ҳаракати маълум бўлса унга таъсир этувчи кучни аниқлаш;

2) жисмга таъсир этувчи куч маълум бўлган тақдирда ҳаракат қонунини аниқлаш.

Бу мулоҳазалардан ҳар қандай ҳаракат куч таъсири остида мавжуд бўлиши мумкин, деган хулоса келиб чиқмаслиги лозим. Тажриба шуни кўрсатадики, куч таъсири остида жисмларнинг тезлиги ўзгаради, яъни улар тезланиш оладилар.

Ҳаракат жараёнида моддий нукта (ёки моддий нуқталар тизими)нинг[*] координаталари, яъни радиус-вектори ўзгаради.

Тажриба кўрсатадики, моддий нуктанинг берилган вақтдаги ҳолати унинг радиус-вектори r ва тезлиги v билан, яъни унинг x, y, z координаталари ҳамда координата ўқлари бўйича тезликнинг

---

[*] Жисм тушунчаси ўрнида моддий нукта тушунчасини ишлатамиз. Кўп ҳолларда одисанинг моҳиятини ойдинлаштириш мақсадида жисм тушунчасидан ҳам ойдаланамиз.

проекциялари v_x, v_y, v_z билан тўла аниқланади. N та моддий нуктадан иборат тизимнинг берилган вақтдаги ҳолати тизимдаги моддий нуқталарнинг радиус-векторлари $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_N$ ва уларнинг тезликлари $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_N$ билан ифодаланади. Демак, ҳар бир моддий нуқтанинг ҳолати бир-бирига боғлиқ бўлмаган иккита катталик — $\vec{r}$ ва $\vec{v}$ билан аниқланади. Ҳар бир моддий нукта фазода 3 тадан эркинлик даражасига эга бўлганлиги учун N та моддий нуктадан иборат тизимнинг ҳаракатини аниқловчи катталиклар сони $6N$ га тенг бўлади.

Моддий нуктанинг ҳолатини изоҳлашда унинг тезлигининг аҳамияти йўқдек кўринади. Шу туфайли моддий нуктанинг вазияти ва ҳолати ҳақидаги тушунчалар билан боғлиқ бўлган мулоҳазаларда чалкашлик вужудга келиши мумкин. Моддий нуктанинг берилган вақтдаги вазияти унинг координаталари билан аниқланиши ўз-ўзидан равшан; унинг ҳолати ҳақида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун қуйидаги мисолни келтирамиз. Фараз қилайлик, биз тахтага болға ёрдамида мих қоқмоқчимиз. Болғани етарли даражада кичик тезлик билан михга тегизсак, мих тахтада ҳатто из қолдирмаслиги ҳам мумкин. Лекин, болғага етарли даражада катта тезлик берсаккина биз хоҳлаган натижамизга эришамиз. Иккала ҳолда ҳам болғанинг михга теккандаги вазияти (унинг радиус-вектори ёки координатлари) бир хил, аммо иккала ҳолда болғанинг тезлиги хар хил бўлгани учун унинг ҳолати хар хилдир. Шу туфайли болғанинг ҳар хил ҳолати ҳар хил натижага олиб келади.

2.2-§. КУЧ. МАССА. ИМПУЛЬС

Жисмларнинг ҳаракат қонунларини ўрганар эканмиз, ҳаракатнинг сабабини аниқлаб олишимиз керак. Тахта устидаги бильярд шарини олиб қарайлик. Тахта жуда катта аниқлик билан уфқ текислигида ўрнатилган бўлса, унинг устидаги шар қўзғалмай тураверади. Агар шарни туртиб юборсак, у тахта бўйлаб юмалай бошлайди. Бу ҳолда туртки шар ҳаракатининг сабабчиси бўлади. Шунинг учун бирор жисм ўз ҳолатини ўзгартириб ҳаракатга келса, унинг ҳаракатининг сабабчиси бошқа жисмнинг таъсири деб қарашимиз керак. Тинч турган жисмни бошқа жисм таъсири билан ҳаракатга келтирсак, унинг тезлиги нолдан қандайдир муайян қийматгача ошади, яъни у тезланиш олади. Худди шунинг каби, бирор тезлик билан ҳаракат қилаётган жисмга бошқа жисм таъсир қилса, уларнинг ҳаракат тезликлари ўзгаради. Тезликнинг ўзгариши деганда унинг қийматининг ошиши, камайиши ёки ҳаракат йўналишининг ўзгариши тушунилади. Бошқача айтганда, жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида уларнинг ҳаракати ўзгаради, натижада улар тезланиш билан ҳаракат.қиладилар. Шундай қилиб, жисмларга бериладиган тезланишнинг сабабчиси — кучдир.

Демак, куч тезликнинг сабабчиси бўлмай, балки у жисмнинг тинч ёки ҳаракат ҳолатини ўзгартувчи сабабдир. Галилей (1564—1642) гача яшаган олимлар кучни ҳаракатнинг сабабчиси деган нотўғри фикрда бўлганлар.

Лекин шу нарсани алоҳида қайд қилиш керакки, кучни жисмга атилган тезланишнинг сабабчиси деб қараш кучнинг моҳиятини ла ифодалаб бермайди, чунки таъсир этувчи куч жисмга тезланиш рмай, балки унинг шаклини ёки ҳажмини ўзгартириши, яъни уни формациялаши ҳам мумкин. Масалан, металлдан ясалган пружина и ҳаво тўлдирилган резина шар ташқи куч таъсирида деформация- анади. Эталон сифатида қабул қилинган пружинанинг ташқи куч ъсирида чўзилиши (ёки сиқилиши)дан кучнинг сон қийматини чашда фойдаланилади. Кучни ўлчаш учун қўлланиладиган намометр деган асбобнинг ишлаши шу принципга асосланган.

Бу мулоҳазалардан биз шундай хулосага келамизки, *куч* — исмни деформацияловчи ҳамда унга тезланиш берувчи сабабдир.

Куч моддий жисмлардан ажратилган ҳолда мустақил моҳият касб майди, чунки ўзаро таъсир фақат моддий жисмлар орқали содир ўлади. Аммо куч турли физикавий манбаларга эга бўлиши мумкин: айишқоқлик (эластиклик) кучини юзага келтирувчи деформация; ирлик кучини юзага келтирувчи гравитация майдони; электр кучини зага келтирувчи электр майдон; токли ўтказгичга таъсир этувчи учни юзага келтирувчи магнит майдон ва ш. к. Ҳамма кучларнинг осий манбаи эса жисмлардир. Жисмларнинг бир-бирига бевосита егиши туфайли вужудга келадиган таъсир кучлари билан уларга айдон томонидан таъсир этувчи кучлар орасида моҳият жиҳатидан арқ йўқ: жисмлар атомлардан ташкил топган; атомлардаги ектронлар қобиғи эса ўз майдонини ҳосил қилади. Жисмларнинг ир-бирига бевосита тегиши туфайли юзага келадиган ўзаро таъсир учлари аслида атомлардаги электронлар томонидан ҳосил қилинган айдонлар таъсирининг натижасидир. Лекин жисмларнинг бир-ирига тегиши туфайли юзага келадиган кучларнинг асосий усусиятлари шундан иборатки, улар атомларнинг диаметрлари илан таққосланарли даражадаги кичик масофанинг ортиши билан ескин камайиб кетади, чунки атом ядросини ўраб олган электрон обиғининг ҳосил қилган майдони масофанинг ортиши билан худди у тарзда кескин камаяди. Бундай кичик масофадаги ўзаро таъсирни из амалий жиҳатдан жисмлар бир-бирига тегишининг натижаси деб араймиз. Шундай қилиб жисмларнинг ўзаро таъсири майдон оситасида содир бўлади. Майдон эса ўз навбатида материянинг бир уридир. Умуман куч қаралаётган жисмга бошқа жисмларнинг еханикавий таъсирининг ўлчовидир.

Бирор жисмни ташқи куч таъсири остида ҳаракатга келтирмоқчи ўлсак ёки ҳаракатдаги жисмнинг тезлигини ўзгартирмоқчи бўлсак «қаршилик» кўрсатади. Бу «қаршилик» турли жисмларда турлича ўлади. Масалан, стол устида турган китобни ёки ойнаи жаҳонни ойидан силжитмоқчи бўлсак, уларнинг бу силжитишимизга ўрсатадиган «қаршиликлари» бир хил бўлмаслиги ўз-ўзидан аён, ъни ойнаи жаҳонни силжитиш учун китобни силжитиш учун лозим ўлганидан анча катта куч билан таъсир қилишимиз керак. Шунингдек, тенг кучлар таъсирида ҳар хил жисмлар олган езланишлари ҳар хил бўлади. Масалан, диаметрларни бир-биридан ир неча мартага фарқ қиладиган иккита пўлат шарнинг ҳар бирига бир хил куч билан таъсир қилсак, уларнинг олган тезланишлари турлича бўлади: диаметри катта бўлган шарнинг олган тезланиши диаметри кичик шарнинг олган тезланишига нисбатан кичик бўлади. Ташқи куч таъсирида жисмларни ҳаракатга келтирмоқчи бўлганимизда уларнинг кўрсатган «қаршилиги» ва бир хил куч таъсирида уларнинг олган ҳар хил тезланишлари ҳар бир жисмнинг ўзига хос хусусияти билан аникланади. Жисмларнинг бу хусусиятини инертлик дейилади. Жисм инертлигининг ўлчови масса деб аталади. Демак, жисмнинг массаси накадар катта бўлса, унинг инертлиги ҳам шу қадар ошади. Масса жисмнинг энг асосий хоссаларидан биридир.

Тажрибаларнинг кўрсатишича шакллари бир хил, массалари эса m_1 ва m_2 бўлган жисмларнинг ҳар бирига бир хил ташқи куч билан таъсир этсак, улар олган тезланишлар (a_1 ва a_2) мазкур жисмларнинг массаларига тескари мутаносибдир, яъни

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}. \tag{2.1}$$

Ҳар қандай жисмнинг массаси эталон сифатида қабул қилинган жисм массаси билан таққослаш орқали ўлчанади. Бу усулда жисмларнинг эркин тушиш қонуниятидан фойдаланилади. Эркин тушиш эса жисмларга Ер тортиш кучи таъсирининг натижасидир. Ер юзининг ҳар бир нуқтаси учун жисмларнинг эркин тушишидаги тезланиши ўзгармас катталик бўлиб, $\vec{g}$ га тенг ва массаси m бўлган жисмга $\vec{\mathcal{P}}=mg$ катталикдаги куч таъсир этади. Тарози палласига қўйилган жисм паллани оғирлик кучига тенг куч билан босади. Шу туфайли икки жисм массаларининг нисбати улар оғирликларининг нисбати кабидир:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{\vec{\mathcal{P}}_1}{\vec{\mathcal{P}}_2}. \tag{2.2}$$

Жисм массаси скаляр катталик бўлиб, унинг оғирлиги эса вектор катталикдир. Бу вектор эркин тушиш тезланиши йўналишида Ернинг маркази томон йўналган.

Тажрибаларнинг кўрсатишича, *масса аддитив катталикдир*, яъни жисм массаси унинг айрим бўлаклари массаларининг йиғиндисига тенг. Механикавий тизимнинг массаси тизимнинг таркибига кирувчи барча жисмлар массаларининг йиғиндисига тенг.

Ҳаракатдаги жисм массаси билан тезлигининг кўпайтмаси жисмнинг импульси дейилади (эски адабиётларда «импульс» тушунчаси ўрнида «ҳаракат микдори» ишлатилган):

$$\vec{p}=m\vec{v}. \tag{2.3}$$

Жисм импульси — тезлик вектори йўналишидаги вектор катталикдир. n та моддий нуқта (ёки n та жисм) дан иборат механикавий тизимни олиб қарасак, унинг импульси ундаги моддий нуқталар импульсларининг вектор йиғиндисига тенг:

$$\vec{p}=\sum_i \vec{p}_i=\sum m_i\vec{v}_i, \tag{2.4}$$

бунда $\vec{p}_i$, m_i ва $\vec{v}_i$ лар тизимга кирувчи i нчи моддий нуктанинг мос равишда импульси, массаси ва тезлигидир.

Импульсни ифодаловчи (2.3) ва (2.4) формулалар «секин» ҳаракатлар учун тўғридир. «Секин» ҳаракат деганда жисмнинг тезлиги (v) ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с) га нисбатан жуда кичик ($v \ll c$) тезлик билан содир бўлаётган ҳаракатни тушунамиз.

«Тез» ҳаракат қонуниятларини, яъни релятив механикага оид ҳодисаларни, биз VII ва VIII бобларда қараб чиқамиз. Бошқа бобларда биз фақат «секин» ҳаракатларга оид ҳодисалар ҳақида мулоҳаза юритамиз.

2.3- §. НЬЮТОН МЕХАНИКАСИНИНГ ҚЎЛЛАНИШ ЧЕГАРАЛАРИ

Олдинги бандда айтилганидек, Ньютон механикаси макроскопик жисмларнинг секин ҳаракатлари учун, яъни ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик ($v \ll c$) тезликлар учун тўғридир. Кундалик ҳаётимизда одатда секин ҳаракатлар билан иш кўрамиз. Ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигига яқин бўлган тезлик билан ҳаракат қилаётган жисмларга Ньютон механикасининг қўлланилиши мумкин эмаслиги нисбийлик назарияси ва тажриба натижалари асосида аниқланди. Ёруғлик тезлигига яқин тезликлар билан ҳаракатланувчи жисмларнинг ҳаракати нисбийлик назариясига асосланган релятив механика қонунларига бўйсунади (VII бобга қ.).

Ньютон механикасининг қўлланилишини белгилаб берувчи иккинчи чегара микрозарра (молекула, атом, протон, нейтрон, электрон ва ҳ. к.) ларнинг ҳаракат қонунларини ўрганиш натижасида намоён бўлди. Ньютон механикасида ҳаракатдаги жисмнинг исталган пайтдаги ҳолати унинг аниқ координаталари (уч ўлчовли ҳаракатда — x, y, z; бир ўлчовли ҳаракатда — x) ва тезлиги орқали аниқланади; тезлик ўрнида импульс ($\vec{p} = m\vec{v}$) ифодасидан фойдаланиш мумкин. Равшанки, ҳаракатдаги жисмнинг исталган пайтдаги координаталари ва тезлиги аниқланган бўлса, унинг фазодаги траекторияси ҳам маълум демакдир.

Квант механикаси тасаввурларига кўра ҳаракатдаги микрозарраларнинг ҳолатини унинг координаталари ва тезликларининг аниқ қийматлари орқали аниқлаб бўлмайди: ихтиёрий олинган бирор пайтда ҳаракатдаги микрозарраларнинг координатаси қанча кичик хатолик билан аниқланса, унинг импульсини аниқлашдаги хатолик Δp шунча катта бўлади. Бу ерда зикр этилган ноаниқликлар (хатоликлар)

$$\Delta x \cdot \Delta p \geqslant h \text{ ёки } \Delta x \cdot m \Delta v_x \geqslant h \qquad (2.5)$$

муносабат билан боғланган ва у Гейзенбергнинг ноаниқлик муносабати дейилади (бунда $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Ж·с — Планк доимийси). Бу муносабат микрозарра координатаси ва импульсини бир вақтнинг ўзида ўлчаш аниқлигини белгилайди ва ўлчов асбобларини ҳамда ўлчаш усулларини такомиллаштириш йўли билан мазкур аниқликни орттириш мумкин эмаслигини кўрсатади. Бошқача айтганда, ўлчашдаги ноаниқликлар микрозарралар табиатининг ўзидан келиб чиққан бўлиб, ўлчашларда йўл қўйилган хатоларга ҳеч қандай алоқаси йўқ. Микрозарраларнинг ҳаракати Ньютон механикасидаги «моддий нуқта» ҳаракати тушунчасига нисбатан анча мураккаб бўлиб, ундаги «траектория бўйлаб ҳаракат» тушунчасини микрозарраларга ҳамма вақт ҳам татбиқ қилиб бўлмаслиги аниқланди.

Гейнзенбергнинг ноаниқлик муносабатини макрожисмларга татбиқ қилиб кўрайлик. Бунинг учун макрожисмлар ичида энг кичик жисмнинг ҳаракатини олиб қарайлик. Фараз қилайлик, биз массаси 1 грамм (10^{-3} кг) бўлган шарчанинг ҳаракатини кузатаётган бўлайлик ва унинг координаталарини жуда катта аниқлик билан — бир микрон (10^{-6} м) аниқлик билан ўлчаган бўлайлик. У ҳолда (2.5) га кўра тезликни ўлчашдаги ноаниқлик (хатолик)

$$\Delta v \geqslant \frac{h}{\Delta x m} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{10^{-6} \cdot 10^{-3}} \approx 10^{-24} \text{ м/с}$$

ни ташкил этади, яъни бир вақтнинг ўзида Δx ва Δv ноаниқликларнинг жуда кичик қийматга эга бўлишлари макроскопик жисмлар ҳаракатини тавсифлашда Ньютон механикаси қонунларини қўллаш мумкинлигини кўрсатади.

Энди (2.5) муносабатни микрозарраларга татбиқ қилиб кўрайлик. Бунинг учун атом кўламидаги ҳодиса — ядро атрофида айланаётган электроннинг ҳаракатини ўрганаётган бўлайлик. Атомларнинг ўлчамлари (эффектив диаметрлари) бир неча ангстремга тенг (1 ангстрем (Å)$=10^{-10}$ м) бўлганлиги туфайли ҳаракатдаги электроннинг координатаси кам деганда 1 Å аниқлик билан ($\Delta x \approx \approx 1\text{Å} = 10^{-10}$м) ўлчанаётган бўлсин. Электроннинг массаси $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг эканлигини назарда тутсак, атом қобиғида ҳаракатланаётган битта электроннинг тезлигини ўлчашдаги ноаниқлик (йўл қўйилган хато)

$$\Delta v \geqslant \frac{h}{\Delta x m} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{10^{-10} \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 7 \cdot 10^{6} \text{ м/с}$$

ни ташкил этади. Электрон тезлигини ўлчашдаги бу ноаниқлик ($\approx 7 \cdot 10^{6}$ м/с) ўз орбитаси бўйлаб ҳаракатидаги тезлиги ($\approx 10^{6}$ м/с) дан ҳам катта экан, яъни электроннинг ядро атрофидаги тезлиги аниқ эмас. Бундан шу хулоса келиб чиқадики, электроннинг (ва бошқа микрозарраларнинг) ҳаракат манзарасини яратишда Ньютон механикасидаги тасаввурларни қўллаб бўлмайди.

2.4-§. НЬЮТОННИНГ БИРИНЧИ ҚОНУНИ. ИНЕРЦИАЛ САНОҚ ТИЗИМЛАРИ

Динамиканинг асосини Ньютоннинг учта қонуни ташкил этади. **Ньютоннинг биринчи қонуни** қуйидагича таърифланади: *жисмга бошқа жисмлар таъсир этмаса, у тинч ҳолатда бўлади ёки ўзининг тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлайди.*

Бу қонуннинг таърифи икки қисмдан иборат. Биринчи қисм — агар жисмга бошқа жисмлар (яъни ташқи куч) таъсир этмаса у ўзининг тинч ҳолатини сақлайди деган қисми билан боғлиқ ҳодисалар кундалик ҳаётимизда учраб туради: тинч турган жисмга ташқи куч таъсир этмаса, у тинч тураверади. Таърифнинг иккинчи қисмидаги «тўғри чизиқли ҳаракат» ва «текис ҳаракат» тушунчаларига алоҳида эътибор бериш керак. Текис ҳаракат деганда жисмнинг ўзгармас тезлик билан (яъни тезланишсиз) ҳаракати кўзда тутилади. Тўғри чизиқли ҳаракатнинг таъкидланишининг сабаби шундаки, умуман олганда жисм эгри чизиқли траектория бўйлаб, хусусан, айлана бўйлаб текис ҳаракат қилиши мумкин. Лекин бу ҳолда ҳаракат текис (бурчак тезлик ўзгармас) бўлса ҳам жисм ўз ҳаракат йўналишини узлуксиз ўзгартириб боради — у марказга интилма тезланиш билан ҳаракат қилади. Демак, тўғри чизиқли текис ҳаракатдаги жисмга бошқа жисмлар таъсир этмаса у тезланишсиз ҳаракат қилади, яъни жисм ўз инерцияси билан тўғри чизиқли текис ҳаракатини абадий давом эттиради. Шунинг учун Ньютоннинг биринчи қонуни инерция қонуни дейилади.

Жисмга бошқа жисмлар таъсир этмаса уни эркин жисм дейилади. Лекин табиатда эркин жисмлар мавжуд эмас, чунки табиий шароитда ҳар қандай жисм бошқа жисмлар таъсирида бўлади. Масалан, Ер сиртида ҳаракат қилаётган жисмга Ернинг тортиш кучи, ишқаланиш кучи, ҳавонинг қаршилик кучи таъсир этади. Шунинг учун Ньютоннинг 1-қонунининг иккинчи қисмини тажрибада текшириб кўришнинг имкони йўқ. Лекин кузатишлардан олинган натижаларни умумлаштириб Ньютоннинг биринчи қонунининг тўғрилиги ҳақида ишонч ҳосил қилишимиз мумкин. Бу қонунга дастлаб Галилей асос солган. У жисмларнинг ҳаракатини ўрганиш бўйича қатор тажрибалар ўтказган ва тажриба натижаларини умумлаштириб, юқорида келтирилган Ньютоннинг биринчи қонунининг таърифи берилган тарздаги хулосага келган (Ньютон бу қонунни динамиканинг бошқа қонунлари билан бир тизимга киритган). Ньютоннинг биринчи қонуни ҳақида тўлароқ тасаввур ҳосил қилиш учун Галилей тажрибаларидан бирини баён қиламиз: шар шаклидаги жисм дастлаб *ab* қия текислик бўйлаб, сўнгра эса ўз инерцияси билан уфқ текислигида жойлашган *bc* текислик бўйлаб ҳаракат қилади (2.1-расм). Кўриниб турибдики, траекториянинг *ab* қисмида жисм тезланиш билан ҳаракат қилади, чунки траекториянинг бу қисмида унга оғирлик кучининг қия текислик бўйлаб йўналган ташкил этувчиси таъсир этади. Ҳаракатнинг *bc* қисмида эса жисмга бундай куч таъсир этмайди, бинобарин, траекториянинг бу қисмида у ўз инерцияси билан ҳаракатини давом эттиради. Галилей ўз тажрибаларида шу нарсани кузатдики, жисм билан текислик орасида мавжуд бўлган ишқаланиш кучи қанчалик камайтириб борилса ҳаракатнинг *bc* қисми шунчалик узайган. Бундан у қуйидаги хулосага келади: ишқаланиш ва ҳавонинг қаршилик кучи бўлмаса эди, жисмнинг тўғри чизиқли текис ҳаракати тўхтовсиз давом этган бўлар эди.

2.1-расм

Жисмнинг ҳар қандай ҳолати нисбий бўлгани туфайли Ньютоннинг биринчи қонунида жисмнинг тинч ҳолати ёки тўғри чизиқли текис ҳаракати қайси саноқ тизимига нисбатан аниқланаяпти, деган савол ўртага қўйилади. Кинематикада жисмнинг ҳаракатини тавсифлаш учун координаталар тизими билан боғланган ихтиёрий жисмни қабул қилиш мумкин эди. Динамикада эса бундай эмас. Бу ерда турли саноқ тизимлари ўртасида муайян фарқ борлиги равшан бўлиб қолади. Масалан, бир-бирига нисбатан бирор тезланиш билан ҳаракатланаётган икки саноқ тизимининг бирида тинч ҳолатини сақлаётган жисм иккинчи саноқ тизимида тезланиш билан ҳаракатланаётган бўлади. Ньютоннинг биринчи қонуни тўғри чизиқли текис (тезланишсиз) ҳаракатни кўзда тутгани туфайли бу қонун барча саноқ тизимларида бажарилавермайди. Ньютоннинг биринчи қонунини қаноатлантирадиган саноқ тизимлари инерциал саноқ тизимлари дейилади. Бошқача айтганда, *инерциал саноқ тизими деб шундай саноқ тизимига айтиладики, унда эркин жисм тинч ҳолатда бўлади ёки ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади.* Ўз-ўзидан равшанки, агар бирор инерциал тизимни танлаб олган бўлсак, у ҳолда унга нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган бошқа саноқ тизимлари ҳам инерциал саноқ тизими бўлади.

Инерциал саноқ тизимини қандай танлаш мумкин? Бунинг учун биз танлаган саноқ тизими билан боғланган жисмга бошқа ҳеч бир жисм таъсир қилмаслиги керак. Бундай жисмнинг мавжуд эмаслиги ҳақида юқорида айтиб ўтилган эди. Лекин, маълум аниқлик билан инерциал тизимга яқин бўлган координаталар тизимини танлаш мумкин. Ер билан (ёки Ердаги бирорта жисм билан) боғланган координаталар тизимини етарли даражада аниқлик билан инерциал саноқ тизими деб қабул қилиш мумкин.

Нима учун етарли даражада-ю, буткул эмас? Сабаби — Ернинг ўз ўқи атрофида ва шу билан бир вақтда Қуёш атрофида айланма ҳаракат қилиши туфайли унинг ҳаракати марказга интилма тезланиш билан содир бўлади. Шуниси ҳам борки, бу иккала ҳаракат секин юз беради. Шунинг учун Ер билан боғланган саноқ тизимлари кўп ҳолларда амалий жиҳатдан инерциал тизим бўлиб хизмат қилади. Ер билан боғланган инерциал саноқ тизимларини лаборатория саноқ тизими деб ҳам юритилади. Механикавий ҳодисаларни тавсифлашда барча инерциал саноқ тизимлари тенг ҳуқуқлидир.

Коинотнинг биз кузатишимиз мумкин бўлган соҳасидаги юлдузлари ва бошқа самовий жисмларнинг ҳаракат қонунларини ўрганишда Ер билан боғланган тизим инерциал тизим бўла олмайди. Тажрибаларнинг кўрсатишича, бундай ҳолларда боши Қуёш марказида жойлашган, ўқларининг йўналиши эса учта узоқда жойлашган ва бир текисликда ётмайдиган юлдузларга қараб йўналган тўғри чизиқлардан иборат бўлган саноқ тизими жуда катта аниқлик билан инерциал тизим вазифасини ўтайди.

2.5-§. НЬЮТОННИНГ ИККИНЧИ ҚОНУНИ. ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАСИ

Ньютоннинг иккинчи қонуни динамиканинг асосий қонуни собланади ва қуйидагича таърифланади: *ташқи куч таъсирида исмнинг олган тезланиши шу кучга мутаносиб (пропорционал) ва инг массасига тескари мутаносибдир*, яъни

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}. \tag{2.5}$$

у ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{F}=m\vec{a}. \tag{2.6}$$

Тезланиш вектори ($\vec{a}$) таъсир этувчи куч ($\vec{F}$) йўналиши томон- йўналган. Бу формуладан кўриниб турибдики, массаси m бўлган исмнинг олган тезланиши таъсир этувчи кучга мутаносибдир.

Бир вақтнинг ўзида жисмга бир неча кучлар таъсир этаётган лса, натижавий куч таъсир этувчи барча кучларнинг вектор ғиндиси сифатида аниқланади (масалан, огирлик кучи таъсирида ия текислик бўйлаб ҳаракат қилаётган жисмга таъсир этувчи тижавий куч оғирлик кучининг қия текислик бўйлаб ташкил увчиси билан ишқаланиш кучининг вектор йиғиндисига тенг лади):

$$\vec{F}=\sum_i \vec{F}_i. \tag{2.7}$$

.7) ифода кучларни қўшиш (суперпозиция) қоида- нинг мазмунини ифодалайди. Бу қоида қуйидагичадир: *жисмга йилган кучлардан ҳар бирининг таъсири жисмнинг тинч ҳолатда и ҳаракатда эканлигига, унга таъсир этувчи бошқа кучларнинг ни ва табиатига боғлиқ эмас*. Бу қоида кучлар таъсирининг устақиллиги қонуни деб ҳам юритилади.

Агар $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ эканлигини эътиборга олсак, Ньютоннинг иккинчи нунини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{2.8}$$

исмнинг массаси ўзгармас катталик бўлгани учун уни дифферен- иал ишораси остига киритамиз ва $m\vec{v}$ жисм импульсининг ифодаси анини назарда тутиб (2.8)ни қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}. \tag{2.9}$$

у ифода иккинчи қонуннинг асосий кўринишларидан бири бўлиб, йидагича таърифланади: *жисм импульсининг ўзгариш тезлиги ъсир этувчи кучга тенг ва у билан бир хил йўналишга эга*. Бошқача тганда, жисм импульсининг вакт бўйича ҳосиласи унга таъсир аётган кучга тенг.

Массаси m бўлган жисмга бир вақтнинг ўзида бир неча $_1$, $\vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$) куч таъсир этаётган бўлса, унинг олган тезланиши йидагига тенг бўлади:

$$\vec{a}=\sum_i \vec{a}_i=\sum_i \frac{\vec{F}_i}{m}=\frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i=\frac{\vec{F}}{m}, \tag{2.10}$$

бу ерда $\vec{F}$ — жисмга таъсир этаётган барча кучларнинг тенг таъсир этувчиси бўлиб, у параллелограмм қоидаси бўйича аниқланади. Шу нарсага алоҳида эътибор бериш керакки, (2.5), (2.6), (2.8) ва (2.9) формулаларда келтирилган $\vec{F}$ куч амалда жисмга таъсир этувчи барча кучларнинг тенг таъсир этувчисини акс эттиради, мазкур формулалардаги тезлик ва тезланишлар эса инерциал саноқ тизимига нисбатан аниқланади.

Ньютоннинг иккинчи қонунини акс эттирувчи (2.6) ва (2.8) ифодалардан қуйидаги хусусий ҳол келиб чиқади: агар жисмга ташқи куч таъсир этмаётган ($\vec{F}=0$) бўлса, $\vec{a}=0$ ва $\vec{v}=\text{const}$ бўлади, яъни у ҳолда жисм тинч ҳолатда бўлади (бу ерда $\vec{v}=\text{const}=0$ эканлиги кўзда тутилади) ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган бўлади. Лекин бундан Ньютоннинг биринчи қонуни унинг иккинчи қонунининг хусусий ҳоли экан ва демак, биринчи қонун мустақил қонун эмас экан, деган хулоса келиб чиқмаслиги керак. Бунинг сабаби шундаки, Ньютоннинг биринчи қонуни инерциал саноқ тизими ҳақидаги қонун бўлиб, ҳар қандай механик ҳаракат (шу жумладан иккинчи қонун ҳам) инерциал саноқ тизимига нисбатан аниқлангандагина аниқ маънога эга бўлади. Шундай қилиб, биринчи ва иккинчи қонунлар тажрибадан олинган далилларни умумлаштириш натижасида юзага келган бўлиб, уларнинг ҳар қайсиси мустақил қонун кучига эгадир.

Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи (2.9) формула (ҳамда унга тенг маъноли бўлган (2.8) формула) жисмнинг ҳаракат тенгламаси дейилади.

Моддий нуқта (жисм)нинг ҳаракат тенгламаси деганда исталган вақтда унинг фазодаги вазиятини аниқловчи тенгламани тушунамиз. Моддий нуқтанинг исталган вақтда фазодаги вазияти радиус-вектор $\vec{r}$ орқали аниқланади. Аниқроги унинг радиус-вектори вақтнинг функцияси тарзида ифодаланади:

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$

ёки унинг координаталарининг вақт бўйича ўзгаришини акс эттирувчи

$$x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t)$$

функциялар билан ифодаланади.

Юқорида (2.1-§) айтиб ўтган эдикки, динамиканинг асосий вазифаси икки қисмдан иборат бўлиб, бири — моддий нуқтага таъсир этувчи куч маълум бўлса ҳаракат тенгламасини аниқлаш, иккинчиси — моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламаси берилган бўлса, унга таъсир этувчи кучни аниқлашдир.

Моддий нуқтанинг ҳаракати Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодаловчи (2.6) тенглама ёки унинг бошқача кўриниши бўлган (2.8) ва (2.9) тенгламалар орқали тавсифланади. Бу тенгламалардан фойдаланаётганда шуни назарда тутиш керакки, тезлик вектори ҳаракатдаги моддий нуқтанинг радиус-векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг, тезланиш вектори эса тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки радиус-вектордан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг, яъни:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{ва} \quad \vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Охирги формулага асосланиб (2.6) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{F}=m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \tag{2.11}$$

Бу иккинчи тартибли дифференциал тенгламадир. Кўриниб турибдики, (2.8) ва (2.11) формулалар моддий нуктага таъсир этувчи кучни ва мазкур куч таъсирида унинг ҳолати ҳамда фазодаги вазиятининг вақтга боғлик равишда ўзгариши орасидаги боғланишни ифодалайди. Бошлангич пайтда ҳаракат қилаётган моддий нуктанинг ҳолати (координаталари ва тезлиги) маълум бўлса, кейинги исталган пайтдаги унинг ҳолатини аниқлаш (2.8) ва (2.11) тенгламаларни интеграллаш йўли билан амалга оширилади.

Интеграллашни соддалаштириш мақсадида қуйидаги хусусий ҳолни қараб чиқамиз: ўзгармас куч ($\vec{F}=\text{const}$) таъсирида моддий нукта радиус-вектор йўналишида тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган бўлсин ва бошланғич ($t=0$) пайтда $\vec{r}(0)=\vec{r}_0$ ва $\vec{v}(0)=\vec{v}_0$ бўлсин. Яъни бошланғич пайтда моддий нукта саноқ бошидан $\vec{r}_0$ масофада бўлиб, унинг бошланғич тезлиги ($\vec{v}_0$) радиус-вектор билан бир томонга йўналган бўлсин. Бу шартлар бошланғич шартлар дейилади.

(2.8) тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$m d\vec{v}=\vec{F} dt \text{ ёки } d\vec{v}=\frac{\vec{F}}{m} dt.$$

Бу тенгликни интеграллаб моддий нуктанинг исталган t вақтдаги тезлиги учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\vec{v}(t)=\frac{\vec{F}}{m} t+\text{const}.$$

Бошлангич пайтда, яъни $t=0$ бўлганда $\vec{v}=\vec{v}_0$ эканлигини назарда тутсак, охирги формуладан $\text{const}=\vec{v}_0$ эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб:

$$\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\frac{\vec{F}}{m} t \tag{2.12}$$

кўринишдаги ечимга эга бўламиз. Маълумки бу формула бошланғич тезлиги $\vec{v}_0$ бўлган текис ўзгарувчан ҳаракатни ифодалайди ва исталган t вақтдаги тезликни топишда қўлланилади. Энди, $\vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}}{dt}$ эканлигини назарда тутиб, (2.12) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v}_0+\frac{\vec{F}}{m} t \text{ ёки } d\vec{r}=\vec{v}_0 dt+\frac{\vec{F}}{m}+dt.$$

Охирги тенгликни интеграллаш натижасида

$$\vec{r}(t)=\vec{v}_0 t+\frac{\vec{F}}{2m} t^2+\text{const}$$

га эга бўламиз ва ниҳоят, $t=0$ бўлганда интеграллаш доимийси $\text{const}=\vec{r}_0$ эканлигини ҳисобга олиб, бу тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{v}_0(t)+\frac{\vec{F}}{2m} t^2. \tag{2.13}$$

$t=0$ бўлганда саноқ бошини $\vec{r}_0=0$ деб қабул қилсак, охирги тенглик соддалашади:

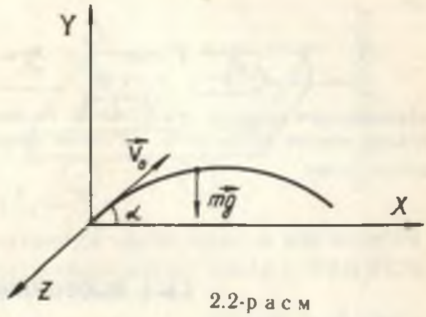
$$\vec{r}(t)=\vec{v}(t)+\frac{\vec{F}}{2m} t^2. \tag{2.14}$$

(2.13) ва (2.14) формулалар тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатда йўл формуласини ифодалайди. Бу формулалар массаси m ва бошланғич тезлиги v_0 бўлган моддий нуктанинг ўзгармас ташқи куч таъсирида бўлаётган ҳаракат қонунини ифодалайди

Иккинчи мисол тариқасида Ер сиртидан уфққа (горизонтга) нисбатан α бурчак остида $\vec{v}_0$ тезлик билан отилган m массали моддий нукта (снаряд)нинг фақат оғирлик кучи таъсиридаги ҳаракатини караб чикайлик (2.2-расм). Моддий нуктага $\vec{F}=-\vec{P}=-m\vec{g}$ оғирлик кучи таъсир этади ($\vec{v}_0$ ва $\vec{g}$ векторларнинг йўналишлари бир-бирига тескари бўлгани туфайли манфий ишора кўйилди). (2.12) ва (2.14) формулалардан $\vec{F}$ куч ўрнига $-m\vec{g}$ ни кўйсак, улар мос равишда

$$\vec{v}(t)=\vec{v}_0-\vec{g}t,$$

$$\vec{r}(t)=\vec{v}_0t-\frac{1}{2}\vec{g}t^2$$



2.2-расм

тарзда ёзилади. Бу катталикларни уларнинг координата ўкларидаги проекциялари оркали ифодаласак, яъни

$$v_x=v_0\cos\alpha \text{ ва } v_y=v_0\sin\alpha$$

эканини ҳисобга олсак, улар мос равишда

$$v_x=v_0\cos\alpha,\ v_y=v_0\sin\alpha-gt,\ v_z=0; \qquad (2.15)$$

$$x=v_0t\cos\alpha,\ y=v_0t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2,\ z=0 \qquad (2.16)$$

кўринишга келади. Бу формулалар моддий нукта ҳаракати конунининг координата ўкларидаги проекцияларини ифодалайди. Моддий нуктанинг ҳаракат траекториясини топиш учун (2.16) ифоданинг биринчи тенгламасидан топилган

$$t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

ифодани шу тенгламанинг иккинчисига кўямиз, яъни ҳаракат конунидан вактни чикарамиз ва куйидагига эга бўламиз:

$$y=x\operatorname{tg}\alpha-\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}. \qquad (2.17)$$

Бу парабола тенгламасидир. Демак, бу ҳолда моддий нукта XOY текисликда парабола шаклидаги траектория бўйича ҳаракатланади. Келтирилган мисолдан кўринадики, бошланғич шартларнинг кийматларига караб моддий нукта ҳаракати бир-биридан анча фарк килиши мумкин. Хусусан, бошланғич тезлик векторининг уфкка (горизонтга) нисбатан ҳар хил бурчак ташкил килиши турли натижаларга олиб келади. Масалан, бурчак 90°га тенг бўлганда моддий нуктанинг траекторияси юкорида келтирилган параболадан тубдан фарк килиб, уфкка тик йўналган тўғри чизикдан иборат бўлади.

Шундай килиб, моддий нуктанинг ихтиёрий вактдаги $\vec{r}(t)$ ҳолати унинг бошланғич вактдаги ҳолатини аникловчи радиус-вектори $\vec{r}_0$ ва бошланғич тезлиги $\vec{v}_0$ маълум бўлгандагина аникланиши мумкин, яъни бошланғич шартларни ифодаловчи $r_0=r_0(t)$ ва $v_0=v_0(t)$ катталиклар берилган бўлиши шарт. Бошланғич шартларнинг муҳимлиги ана шундадир. Моддий нуктанинг бошланғич пайтдаги ҳаракат ҳолатининг берилиши унинг кейинги пайтлардаги ҳаракат ҳолатларини тўлик аниклашга имкон беради.

Моддий нуктанинг ҳаракат конунига биноан унга таъсир этаётган кучларни аниклаш муаммоси моддий нукта ҳаракатини ифодаловчи тенгламадан ҳосила олишга келтирилади. Бошкача айтганда, агар моддий нуктанинг $\vec{r}(t)$ радиус-вектори ёки $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ координаталарининг вакт бўйича ўзгаришини ифодаловчи тенгламалар маълум бўлса, улардан вакт бўйича иккинчи тартибли ҳосила олиш билан моддий нуктага таъсир этувчи куч осонгина топилади. Натижада таъсир этувчи куч учун

$$\vec{F}=m\frac{d^2r}{dt^2}$$

ёки

$$F_x = m\frac{d^2x}{dt^2}, \quad F_y = m\frac{d^2y}{dt^2}, \quad F_z = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

кўринишдаги ифодага эга бўламиз. Равшанки, бу ерда F_x, F_y, F_z лар моддий нуқтага таъсир этувчи натижавий $\vec{F}$ кучнинг координата ўқларидаги проекцияларини ифодалайди, яъни:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}.$$

2.6- §. НЬЮТОННИНГ УЧИНЧИ ҚОНУНИ

Ньютоннинг иккинчи қонунида битта жисм (моддий нуқта)нинг ҳаракати ҳақида гап боради ва бу қонунга асосан жисмнинг олган тезланиши унга таъсир этувчи ташқи кучга мутаносибдир. Ташқи куч дейилганда муайян жисмга бошқа бирор жисмнинг таъсири тушунилади. Тажрибаларнинг кўрсатишича, муайян жисмнинг олган тезланиши икки жисмнинг ўзаро таъсири натижасидир; бошқача айтганда, бирор *A* жисм *B* жисм таъсирида қандайдир тезланишга эришган бўлса, *B* жисм ҳам ўз навбатида муайян тезланиш олади — ўзининг таъсиргача бўлган тезлигини ўзгартиради. Демак, *A* жисмнинг олган тезланиши иккита жисмнинг ўзаро таъсирлашиши натижасидир.

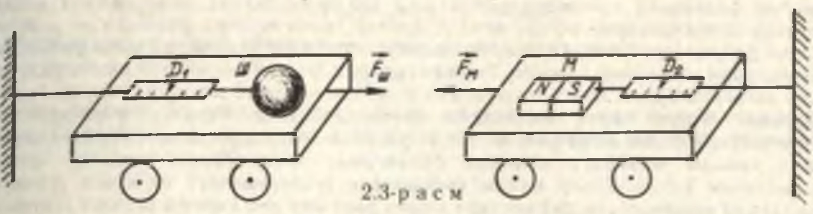
Маълумки, механикада ҳар қандай таъсир куч орқали ифодаланади. Шунинг учун *B* жисм бирор *A* жисмга қандайдир куч билан таъсир қилса, *A* жисм *B* жисмга муайян куч билан таъсир этади.

Ньютоннинг учинчи қонуни унинг биринчи ва иккинчи қонунлари сингари тажриба натижаларига асосланган бўлиб, қуйидагича таърифланади: ***икки жисмнинг ўзаро таъсирлашиш кучлари сон жиҳатдан ўзаро тенг ва йўналиши бўйича қарама-қарши томонларга йўналган.*** Бу қонуннинг аналитик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \tag{2.18}$$

бу ерда $\vec{F}_{12}$ ва $\vec{F}_{21}$ кучлар иккита алоҳида-алоҳида жисмларга қўйилгандир; хусусан $\vec{F}_{12}$ иккинчи жисм томонидан биринчи жисмга таъсир этувчи куч, $\vec{F}_{21}$ эса биринчи жисм томонидан иккинчи жисмга таъсир этувчи куч бўлиб, бу кучни одатда, акс таъсир кучи дейилади. Бу ифодадаги манфий ишора кучларнинг қарама-қарши томонларга йўналишини акс эттиради. Шу нарсани алоҳида таъкидлаш лозимки, кучларни таъсир ва акс таъсир кучларига шартли равишда ажратилади, аслида эса иккала кучнинг табиати бир хил бўлиб, улар ўзаро таъсир кучларидир.

Ўзаро таъсир кучлари ҳар бир муайян ҳолда турли физикавий табиатга эга бўлиши мумкин: жисмлар бир-бирига бевосита текканда ёки улар тўқнашганда юз берадиган ўзаро таъсир кучлари (контакт кучлари); гравитация майдонига киритилган жисмларга таъсир



2.3-расм

этувчи кучлар; электр майдонга киритилган зарядланган жисмларга таъсир этувчи кучлар; магнит майдонга киритилган токли ўтказгичга таъсир этувчи кучлар ва ҳоказо.

Ньютоннинг учинчи қонунига мисол тариқасида магнит майдонга киритилган пўлат шарчани олиб қарайлик. Ишқаланиш кучини камайтириш мақсадида магнит *М* ва шарча *Ш* ролик устидаги тахтачаларга маҳкамланган (2.3-расм). Магнит майдоннинг таъсири туфайли пўлат шарча магнит томонга ҳаракат қилади. Таъсир ва акс таъсир кучлари туфайли магнит ҳам ўз навбатида шарча томонга силжийди. Магнит ва шарчага таъсир этувчи кучларни ўлчаш учун уларнинг ҳар бири D_1 ва D_2 динамометрлар билан таъминланган. Тажриба жараёнида магнит ва шарчага таъсир этувчи $\vec{F}_м$ ва $\vec{F}_ш$ кучлар (динамометрларнинг кўрсатишича) ўзаро тенг эканлигини кўрамиз. Агар пўлат шарчани бошқа каттароқ ёки кичикроқ шарча билан ёки бошқа бирор пўлатдан ясалган магнитланадиган жисм билан алмаштирилса, динамометрларнинг кўрсатиши ўзгаради, лекин иккала динамометрнинг кўрсатиши ҳамма вақт ўзаро тенг эканлиги намоён бўлади. Бу тажриба жисмларнинг ўзаро таъсир кучлари сон жиҳатидан бир-бирига тенг ва йўналиши бўйича қарама-қарши эканлигини кўрсатади.

Шуни ёдда тутиш керакки, Ньютоннинг учинчи қонуни барча саноқ тизимларида ҳам бажарилавермайди. Бу қонун Ньютоннинг биринчи ва иккинчи қонунлари каби фақат инерциал саноқ тизимларига нисбатангина тўғридир. Ноинерциал саноқ тизимларида, яъни тезланиш билан ҳаракат қилаётган саноқ тизимларида бу қонун бажарилмайди.

2.7-§. ФИЗИКАВИЙ КАТТАЛИКЛАР БИРЛИКЛАРИ ВА ЎЛЧАМЛАРИ

Физикада жуда кўп физикавий катталиклар билан иш кўришга тўғри келади. Узунлик, ҳажм, тезлик, тезланиш, масса, куч, иш, энергия, босим ва бошқалар шулар жумласидандир. Бирор физикавий катталикларни ўлчаш — ўлчов бирлиги қилиб қабул қилинган бир жинсли катталик билан таққослаш демакдир. Катталикни ўлчаш натижасида унинг қабул қилинган бирликларда ифодаланган сон қийматини оламиз. Физикавий катталикларнинг ҳар бири учун ўзига хос алоҳида бирлигини (бошқа катталикларнинг бирликлари билан мутлақо алоқадор бўлмаган бирлигини) белгилаш ҳам мумкин. Аммо, бундай қилинганда физикавий катталикларни ўлчаш учун қўлланиладиган бирликларнинг сони физикавий катталикларнинг сонига тенг бўлади ва натижада бирликлар сони жуда кўпайиб кетиб, уларни қўллаш анча ноқулайликларга олиб келган бўлар эди. Бу ноқулайликлардан халос бўлиш учун аксарият физикавий катталикларнинг бир-бирига узвий боғлиқларидан ва уларнинг бири иккинчиси орқали ифода қилиниши мумкинлигидан фойдаланилади. Шу туфайли бирликлар сонини камайтириш имконияти туғилади. Бу имконият шундан иборатки, баъзи бир физикавий катталикларни асосий деб кабул килиб, улар оркали колган физикавий катталикларни ифода килиш мумкин, яъни муайян формула ва конуниятлардан фойдаланган ҳолда асосий физикавий катталиклар оркали бошка физикавий катталикларни ифодалаш мумкин. Умуман олганда, асосий физикавий катталикларни танлаш ихтиёрий бўлиб, максадга мувофиқ равишда келишиб олиш йўли билан амалга оширилади. Чунки барча физикавий катталикларнинг биридан иккинчисининг устунлиги йўк. Амалий жиҳатдан, исталган физикавий катталикни асосий катталик ар тарзида танлаш максадга мувофик бўлавермас экан. Танлаб олинган асосий катталикларни ўлчаш бирор муҳим қийинчилик тугдирмаслиги ва кўзда тутилган шароитларда уларнинг сон кийматлари ҳамма вакт бир хил натижа бериши лозим.

Асосий бирликлар тўплами бирликлар тизими дейилади.

Асосий бирликлар билан бир каторда бир-биридан фарқ киладиган бир неча бирликлар тизимлари ҳам мавжуд. 1963 йилдан бошлаб бизда Халкаро бирликлар тизими (СИ) жорий килинган. Мазкур тизимда асосий бирликлар куйидагилар: узунлик бирлиги — метр (м), масса бирлиги — килограмм (кг), вакт бирлиги — секунд (с). Бу учта бирликдан ташқари (СИ) даги асосий бирликларга модда микдорининг бирлиги — моль (моль), ток кучининг бирлиги — ампер (А), ҳарорат (температура)нинг ўлчов бирлиги кельвин (К), ёруглик кучининг бирлиги — кандела (кд) киради. Узунлик бирлиги — 1 метр сифатида ёруғликнинг бўшлиқда 1/299792458 секунд давомида босиб ўтган масофаси кабул қилинган. Массанинг бирлиги — килограммдир. Бир килограмм массанинг эталони сифатида цилиндр шаклидаги (диаметри ва баландлиги 39 мм бўлган) платина-иридий қотишмасидан ясалган жисм массаси кабул килинган бўлиб, бу эталон Севра (Франция)даги Халкаро ўлчовлар ва тош-тарозилар бюросида сакланади. Унинг массаси 4°С температурада 1000 $см^3$ ҳажмга эга бўлган тоза сувнинг массасига тенг. Вакт бирлиги 1 секунд — цезий (133) атоми асосий ҳолатининг ўта нозик структурасидаги электроннинг бир сатҳдан иккинчи сатҳга ўтишида содир бўладиган нурланишнинг 9192631770 даврига тенг. Қолган асосий бирликларнинг таърифи тегишли бўлимларда берилади.

Физикада СИ тизимидан ташқари СГС тизими ҳам кўлланилади, бунда узунлик бирлиги — сантиметр (см), масса бирлиги грамм (г), вакт бирлиги — секунд (с).

Асосий бирликлари узунлик, масса ва вақтдан иборат бўлган тизим мутлак бирликлар тизими дейилади.

Асосий бўлмаган катталиклар ҳосилавий катталиклар дейилади. Улар учун бирликлар тегишли катталикларнинг таърифи билан боғлиқ физика конунлари асосида аникланади. Масалан, тезлик бирлиги қилиб текис ҳаракат килаётган ва бир бирликка тенг вакт давомида бир бирликка тенг масофани ўтадиган жисмнинг тезлиги кабул қилинади. Бинобарин, СИ да тезлик бирлиги — текис ҳаракат қилиб 1 секунд давомида 1 метр масофани босиб ўтадиган жисм тезлигидир. Бу бирлик 1 м/с тарзида ёзилади.

Эталон сифатида қабул қилинган масса бирлиги маълум бўлган ҳолда Ньютоннинг иккинчи қонуни куч бирлигини аниқлашга имкон беради. Куч бирлиги сифатида шундай куч олинадики, унинг таъсирида массаси бир бирликка тенг бўлган жисм бир бирликка тенг бўлган тезланиш олади. СИ да куч бирлиги *Ньютон* (Н) бўлиб, у массаси 1 кг бўлган жисмга 1 $м/с^2$ тезланиш берадиган кучдир:

$$1\ Н = 1\ кг \cdot 1\ м/с^2 = 1\ \frac{кг \cdot м}{с^2}.$$

СИ асосий бирликлар тизими ҳисоблансада, баъзи ҳолларда СГС тизими ҳам кўлланилади. Бу тизимда куч бирлиги *дина* деб аталади ва у массаси 1 г бўлган жисмга 1 $см/с^2$ тезланиш берувчи кучдир. СИ ва СГС тизимларидаги куч бирликлари орасида куйидаги богланиш мавжуд:

$$1\ Н = 1\ кг \cdot 1 м/с^2 = (10^3 г) \cdot (10^2 см)/с^2 = 10^5\ дина.$$

Асосий катталиклар оркали ҳосилавий катталикларни аникловчи ифода физикавий катталикнинг ўлчами дейилади. Физикавий катталик қандай ҳарфлар билан белгиланса, унинг ўлчами ҳам ўрта қавс ичига олинган худди ўша ҳарфлар билан белгиланади: $[a]$ — тезланишнинг, $[F]$ — кучнинг ўлчами ва ҳоказо. Асосий ҳисобланган бирликлар — узунлик $[l]$, масса $[m]$ ва вакт $[t]$ лар учун махсус белгилашлар кабул қилинган: $[l] = L$; $[m] = M$; $[t] = T$. Масалан, асосий бирликлар оркали тезлик — вақтга бўлинган узунлик ўлчамига эга: $[v] = [l]/[t] = L/T = LT^{-1}$. Кучнинг ўлчами:

$$[F]=[m]\cdot[a]=[m][l]/[t^2]=MLT^{-2}.$$

Умумий ҳолда ихтиёрий катталик (q) нинг ўлчами формуласи

$$[q]=L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$$

тарзида ёзилади. Бу ерда α, β, γ ўлчам кўрсаткичлари дейилади ва улар бутун ёки каср сон бўлиши ҳамда мусбат ёки манфий ишорага эга бўлиши мумкин.

III БОБ

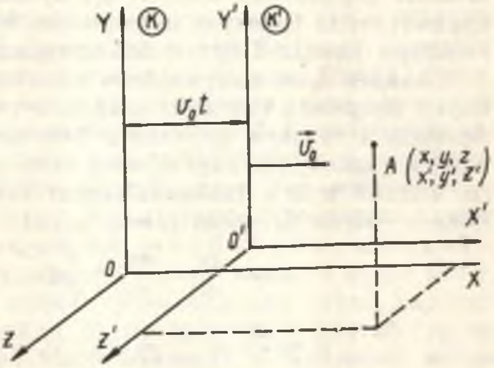
МЕХАНИКАДА НИСБИЙ ҲАРАКАТ

3.1-§. ГАЛИЛЕЙ АЛМАШТИРИШЛАРИ

Ньютон механикаси асосан «секин» ҳаракатлар ($v \leqslant c$; c — ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги) механикасидир. Шу туфайли ҳаракатдаги жисмларнинг ўлчамлари ва бу ҳаракатлар содир бўлаётган вақт оралиғи мутлақ ҳисобланади, яъни жисмларнинг ўлчамлари ва вақт оралиғи ўзгармас бўлиб, ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас деб қаралади.

Жисмнинг ҳаракатини ўрганишда юқорида (2.3-§) биз инерциал саноқ тизимидан фойдаланган эдик. Турли инерциал саноқ тизимларида бирор механик ҳодисанинг қандай кечишини қараб чиқайлик. Масалан, бирор жисм (моддий нуқта)нинг ҳаракатини иккита инерциал K ва K' Декарт координаталар тизимларида олиб қарайлик. Соддалаштириш мақсадида мазкур тизимлар ўқларининг йўналишини 3.1-расмда кўрсатилгандек танлайлик (яъни X, Y, Z ва X', Y', Z' ўқлари бир-бирига мос равишда параллел йўналган бўлиб, фақат X ва X' ўқлар устма-уст тушган бўлсин)*.

Бу саноқ тизимларидан бирини, масалан, K тизимни шартли равишда қўзғалмас деб ҳисоблайлик; иккинчи саноқ тизими K' эса биринчисига нисбатан OX йўналишда ўзгармас $\vec{v}_0$ тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган бўлсин. Равшанки, K ва K' лар инерциал саноқ тизимларидир. Моддий нуқтанинг бу тизимлардан биридаги, масалан K' даги ҳаракати маълум бўлсин; шу моддий нуқтанинг K даги ҳаракатини топайлик, бошқача айтганда, бир инерциал тизимдан иккинчисига ўтганда моддий нуқта координаталарининг ўзгаришини аниқлайлик. Масалан, K' ти-



3.1-расм

---

* Яққол кўриниб туриши учун X ва X' ўқлар атайлаб расмда Z ўқи йўналишида бир-бирига нисбатан бир оз силжитиб кўрсатилган.

зимига нисбатан ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг бирор пайтдаги координаталари x', y', z' бўлса, унинг айни ўша пайтдаги вазиятини K системадаги x, y, z координаталари орқали ифодаловчи формулаларни топиш керак.

K' тизим OX йўналишида $\vec{v}_0$ тезлик билан ҳаракатланаётгани туфайли бошланғич пайт ($t=0$) да K тизимнинг координата боши (O нуқта) K' тизимнинг координата боши (O' нуқта) билан устма-уст тушади деб қабул қиламиз. Ихтиёрий t вақтда ҳаракатланаётган моддий нуқта расмда кўрсатилгандек қандайдир A ҳолатда бўлсин; айни пайтда K' тизимнинг саноқ боши (O' нуқта) K нинг саноқ бошига нисбатан $x=v_0t$, $y=y'$, $z=z'$ координаталар билан аниқланувчи нуқтада жойлашган бўлади (чунки $OO'=v_0t$). Фазо ва вақт ҳақидаги Ньютон механикаси тасаввурларига кўра ҳар иккала тизимда ҳам вақт бир хилда кечади, яъни $t=t'$ бўлади.

Расмдан кўринишича моддий нуқта (A) нинг ихтиёрий t пайтда K системадаги ҳолати қуйидаги муносабатлар билан аниқланади:

$$x=x'+v_0t,\ y=y',\ z=z',\ t=t'. \tag{3.1}$$

Худди шунингдек, моддий нуқтанинг айни ўша t пайтда K' тизимдаги ҳолати қуйидагича ифодаланади:

$$x'=x-v_0t,\ y'=y,\ z'=z;\ t'=t. \tag{3.2}$$

(3.1) ва (3.2) формулалар Галилей алмаштиришлари дейилади. Галилей алмаштиришлари бирор инерциал саноқ тизимида ҳаракатланаётган моддий нуқта координаталаридан бошқа инерциал саноқ тизимидаги координаталарга ўтишга ($t=t'$ вақт учун) имкон беради.

Шуни таъкидлаш лозимки, Галилей алмаштиришлари узунлик ва вақт оралиқларининг мутлақлиги (ўзгармаслиги) ҳақидаги Ньютон механикаси тасаввурларига асосланади. Бундай тасаввур «секин» ҳаракатлар, яъни $v_0 \ll c$ бўлган ҳоллар учун тўғридир. «Тез» ҳаракатларда (релятив механикада, VII бобга қ.) Галилей алмаштиришлари ўрнида Лоренц алмаштиришлари қўлланилади.

Галилей алмаштиришлари ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг бирор инерциал саноқ тизимидаги тезлиги билан бошқа инерциал тизимдаги тезлиги орасидаги боғланишни топишга имкон беради. (3.1) ифодалардан вақт бўйича ҳосила олсак, K ва K' системалардаги моддий нуқта тезликларининг проекциялари орасидаги боғланишни топган бўламиз ($t=t'$ эканлигини кўзда тутамиз):

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{dx'}{dt'}+\frac{d}{dt}(v_0t)=v'_x+v_0, \tag{3.3}$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=\frac{dy'}{dt'}=v'_y,\quad v_z=\frac{dz}{dt}=\frac{dz'}{dt'}=v'_z, \tag{3.4}$$

бу ерда $v_x=\frac{dx}{dt}$ — моддий нуқта тезлигининг X ўққа бўлган проекцияси: $v'_x=\frac{dx'}{dt}=\frac{dx'}{dt'}$ — унинг X' ўққа бўлган проекцияси (X ва X' ўқлар устма-уст тушганликлари туфайли $v_0=v_{ox}=v'_{ox}$ эканлиги эътиборга олинди).

(3.3) ва (3.4) ифодаларни умумлаштириб, уларни вектор шаклида қуйидаги битта тенглик орқали ифодалаш мумкин:

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{v}_0. \qquad (3.5)$$

Бу тенглик Ньютон механикасида тезликларни қўшиш қонунини ифодалайди ва қуйидагича таърифланади: моддий нуқтанинг K саноқ тизимидаги тезлиги (тезлик вектори) унинг K' тизимдаги тезлиги билан K' тизимнинг K га нисбатан тезлигининг вектор йиғиндисига тенг. Масалан, дарёдаги кеманинг қирғоққа нисбатан тезлиги унинг сувга нисбатан тезлиги билан сувнинг қирғоққа нисбатан тезликларнинг вектор йиғиндисига тенг.

Моддий нуқтанинг тезлигидан вақт бўйича олинган ҳосила унинг тезланишига тенг эканлигини назарда тутиб, (3.5)ни дифференциалласак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}'}{dt'}=\vec{a}'$$

ёки

$$\vec{a}=\vec{a}' \qquad (3.6)$$

((3.3) ва (3.5) формулаларда $v_0=\mathrm{const}$ бўлгани учун унинг вақт бўйича ҳосиласи нолга тенг эканлиги ўз-ўзидан равшандир); бу ерда $\vec{a}$ — моддий нуқтанинг K тизимдаги тезланишини, $\vec{a}'$ эса унинг K' тизимдаги тезланишини ифодалайди. Демак, ҳамма жисмлар ҳар хил инерциал саноқ тизимларига нисбатан бир хил тезланиш билан ҳаракат қилар эканлар.

3.2-§. НИСБИЙЛИК ПРИНЦИПИ. ГАЛИЛЕЙ АЛМАШТИРИШЛАРИНИНГ ИНВАРИАНТЛАРИ

Юқорида келтирилган (3.5) ва (3.6) тенгликлардан кўриниб турибдики, агар жисм бирор инерциал саноқ тизимида тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган бўлса ($v=\mathrm{const}$; $\vec{a}=0$), бу саноқ тизимига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракатда бўлган бошқа саноқ тизимига нисбатан ҳам мазкур жисм тўғри чизиқли текис ҳаракатда бўлади. Тажрибалар натижаларини умумлаштириб, Галилей қуйидаги хулосага келади: *инерциал саноқ тизимида ўтказилган механикавий тажрибалар воситаси билан мазкур саноқ тизимининг тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганлигини аниқлаб бўлмайди.* Бу Галилейнинг нисбийлик қоидаси (принципи) дейилади. Масалан, кеманинг ичидаги киши кеманинг тинч турганлигини ёки унинг тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганлигини аниқлай олмайди. Худди шунингдек тўхтаб турган поезд вагонининг деразасидан қараганимизда биз турган вагон юраётгандек туюлади, ваҳоланки, маълум бўлишича қўшни темир йўлдаги поезд юра бошлаган бўлиб чиқади. Бу икки мисолда нисбийлик принципи намоён бўлаяпти.

Барча инерциал саноқ тизимларида бир хил сон қийматига эга бўлган катталиклар *инвариант катталиклар* дейилади («инвариант» лотинча сўз бўлиб «ўзгармас» демакдир). Юқорида (3.1-§ да) кўрдикки, ҳаракатдаги моддий нуқтанинг иккита инерциал саноқ тизими (K ва K') даги тезланиши бир хил, яъни $\vec{a}=\vec{a}'$. Демак, моддий нуқтанинг тезланиши Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.

Моддий нуқтага таъсир этувчи куч ўзаро таъсирлашувчи моддий нуқта (жисм)лар орасидаги масофага (қайишқоқлик кучлари ва тортишиш кучлари), уларнинг нисбий тезликларига (ишқаланиш кучлари) боғлиқ. Ньютон механикасида бу масофалар ва нисбий тезликлар барча инерциал саноқ тизимларида ўзгармас ҳисобланади. Шунинг учун бир инерциал тизимдан иккинчисига ўтилганда моддий нуқтага таъсир этувчи куч ҳам ўзгаришсиз қолади. Демак, куч — Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир. Шунингдек, масса ҳам барча инерциал саноқ тизимларида бир хил сон қийматига эга ($m=m'$), яъни жисм массаси Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант катталикдир.

Маълумки, физикавий қонунлар ҳар хил катталикларнинг миқдорий муносабатлари тарзида ифода қилинади, яъни бу қонунлар математикавий формулалар орқали ёзилади. Бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда муайян физикавий қонуниятни ифодаловчи тенгламага тегишли катталикларнинг қийматлари ўзгарсада, унинг умумий кўриниши ўзгармаса, бундай тенглама қаралаётган алмаштиришларга нисбатан инвариант дейилади.

K ва K' инерциал саноқ тизимларида $\vec{a}=\vec{a}'$, $m=m'$ ва $\vec{F}=\vec{F}'$ эканини эътиборга олсак, Ньютоннинг иккинчи қонунининг мазкур саноқ тизимларидаги ифодалари бир хил бўлишини кўрамиз: K тизимда

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

тенглик ўринли бўлса, K' тизимда

$$\vec{F}'=m\vec{a}'$$

тенглик ўринли бўлади, яъни бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда Ньютоннинг иккинчи қонуни ўз кўринишини ўзгартирмас экан.

Демак, *динамиканинг асосий қонуни Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.*

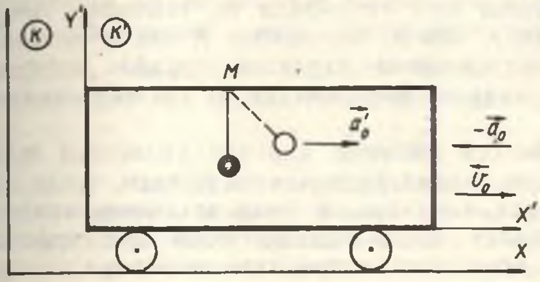
Юқорида айтилганларни умумлаштириб, Галилейнинг нисбийлик принципини қуйидагича таърифлаш мумкин: *механика қонунлари барча инерциал саноқ тизимларида бир хил ифодаланади.*

3.3- §. НОИНЕРЦИАЛ САНОҚ ТИЗИМЛАРИ. ИНЕРЦИЯ КУЧЛАРИ

Ҳозиргача биз механикавий ҳаракатларни ўрганишда инерциал саноқ тизимларидан фойдаландик. Юқорида айтиб ўтилдики, Ньютон қонунлари инерциал саноқ тизимларидагина ўринлидир ва Галилейнинг нисбийлик принципига асосан инерциал саноқ тизимида ўтказиладиган кузатишлар ёрдамида мазкур саноқ тизими тинч турганлигини ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганлигини аниқлаб бўлмайди. Табиат ходисаларини ўрганишда инерциал саноқ тизимларига нисбатан тезланиш билан ҳаракатланаётган саноқ тизимлари ҳам қўлланилади.

Бирор инерциал саноқ тизимига нисбатан тезланиш билан ҳаракатланаётган тизим ноинерциал саноқ тизими дейилади.

Инерциал саноқ тизимларида жисмнинг тезланиш билан ҳаракатланишининг сабабчиси — унга таъсир этувчи ташқи кучдир, яъни бу саноқ тизимларида жисмга бирор бошқа жисм бевосита таъсир этсагина у тезланиш билан ҳаракатланади. Ноинерциал саноқ тизимларида эса жисмнинг тезланишга эришиш табиати бошқачадир; жисмга бошқа бирор жисм бевосита таъсир қилмаган ҳолда ҳам мазкур саноқ тизимининг ҳаракат ҳолатини ўзгартириш орқали жисмга тезланиш бериш мумкин.



3.2-расм

Ноинерциал саноқ тизимлари ҳақидаги тасаввурни ойдинлаштириш мақсадида K ва K' саноқ тизимларини олиб қарайлик. K саноқ тизими Ер сирти билан боғланган бўлиб, у K' га нисбатан тинч турган бўлсин, K' саноқ тизимини эса темир йўл вагони билан боғлайлик (3.2-расм). Массаси m бўлган металл шарча ингичка ип билан вагоннинг шипига (M нуқтага) осилган. Дастлаб вагон K системага нисбатан ўзгармас v_0 тезлик билан расмда кўрсатилган йўналишда тўғри чизиқли ҳаракат қилаётган бўлсин.

Шарчанинг ҳолатини K ва K' саноқ тизимларида турган икки кузатувчи (вагон ичидаги киши ва темир йўл ёнидаги киши) нигоҳи билан кузатайлик. Вагон тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётганлиги сабабли K ва K' саноқ тизимларидаги кузатувчиларнинг фикри айнан бир хил бўлади: шарча ўзининг тинч ҳолатини сақлаяпти — у осилган ип тик ҳолда турибди (шарчанинг оғирлик кучи ипнинг таранглик кучи билан мувозанатдадир). Равшанки, бу ҳолда иккала (K ва K') тизим инерциал саноқ тизимлари бўлиб хизмат қилади.

Текис ҳаракатда бўлган вагон энди тезлигини кескин ўзгартирсин; фараз қилайлик у тезлигини кескин камайтирсин. Вагоннинг бу пайтдаги ҳаракати текис секинланувчан ҳаракат бўлгани туфайли у v_0 га тескари йўналган тезланиш ($-\vec{a}_0$) билан ҳаракатланади. Бинобарин, K' тизим энди ноинерциал саноқ тизими бўлиб қолди. K ва K' саноқ тизимларида туриб шарчанинг ҳолатини кузатувчилар энди икки хил манзарани қайд этадилар. Вагондаги (K' тизимдаги) кузатувчининг нуқтаи назарича шарча расмда кўрсатилган йўналишда $\vec{a}_0'$ тезланиш билан ҳаракатга келади. Темир йўл ёнида (K тизимда) турган кузатувчига шарча ўзининг текис ҳаракатини давом эттираётгандек, вагон эса шарчага нисбатан ўзининг аввалги тезлигини ўзгартириб, орқада қолаётгандек бўлиб туюлади. Шундай қилиб, K ва K' тизимларидаги икки кузатувчига айнан бир механикавий ҳодиса ҳар хил намоён бўлади.

Демак, ноинерциал саноқ тизими (K' тизим)да шарча тезланиш билан ҳаракатланади ва бу тезланиш K' саноқ тизимининг тезланишига сон жиҳатдан тенг бўлиб, йўналиш бўйича унга тескаридир:

$$\vec{a}' = -\vec{a}_0. \qquad (3.7)$$

Келтирилган мулоҳазалардан биз шу хулосага келамизки, шарчага бошқа жисмлар таъсир қилмаётган бўлсада, у K' саноқ тизимида қандайдир ташқи куч таъсирида $\vec{a}_0'$ тезланиш билан ҳаракатга келади. Бу куч K' саноқ тизимининг K саноқ тизимига нисбатан тезланувчан илгариланма ҳаракати туфайли вужудга келади ва у «одатдаги» кучлардан фарқ қилади; бу куч *инерция кучи* дейилади.

Инерция кучлари айниқса айланма ҳаракат қилаётган жисм билан боғлиқ бўлган саноқ тизимларида намоён бўлади, чунки ҳар қандай айланма ҳаракатда марказга интилма тезланиш мавжуд. Бинобарин, тезланиш билан ҳаракатланаётганликлари туфайли бундай саноқ тизимлари ноинерциал саноқ тизимларидир.

3.4-§. ИЛГАРИЛАНМА ҲАРАКАТ ҚИЛАЕТГАН НОИНЕРЦИАЛ САНОҚ ТИЗИМИДА ИНЕРЦИЯ КУЧЛАРИ

Илгариланма ҳаракатдаги инерция кучлари кундалик ҳаётимизда кўп учраб туради. Йўловчиларни ташувчи воситалар (автобус, трамвай, троллейбус ва ҳ. к.)да содир бўладиган ҳодисаларни кузатганимизда инерция кучлари бевосита намоён бўлади. Масалан, бирор ўзгармас тезлик билан кетаётган автобус ўз тезлигини кескин оширса йўловчилар инерция кучи таъсирида орқага тисариладилар ва аксинча, автобус ўз тезлигини кескин камайтирса (ёки бирдан тўхтаса) улар илгарига томон интиладилар. Йўловчиларга таъсир этаётган куч — автобус билан боғланган ноинерциал саноқ тизимининг тезланувчан ҳаракати туфайли вужудга келаётган инерция кучидир.

Юқорида (3.2-расм) зикр қилинган мисолда шарчага таъсир этувчи куч илгариланма ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ тизимида вужудга келадиган инерция кучларининг намоён бўлишидир. Инерция кучларининг жисмларга таъсирининг натижалари амалда мавжуд бўлганлиги туфайли улар табиатда мавжуд кучлар деб қаралади ва бу кучлар фақат ноинерциал саноқ тизимларидагина мавжуддир.

Бизга маълумки, жисмларнинг бир-бирига таъсири туфайли вужудга келадиган кучлар Ньютоннинг иккинчи қонуни билан ифодаланади ва бу кучлар инерциал саноқ тизимига нисбатан аниқланади. Ноинерциал саноқ тизимларида, умуман олганда, Ньютон қонунлари бажарилмайди, чунки бошқа жисмга қўйилган акс таъсир кучи мавжуд бўлмайди. Лекин жисмларнинг бир-бирига таъсир кучлари билан бир қаторда инерция кучларини ҳам ўзида акс эттирувчи ифодани Ньютоннинг иккинчи қонуни тарзида ёзиш мумкин. Шундай қилиб, ноинерциал саноқ тизимида Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}, \qquad (3.8)$$

бу ерда $\vec{F}$— жисмларнинг бир-бири билан ўзаро таъсири туфайли мазкур жисмга таъсир этувчи «одатдаги» кучларнинг вектор йиғиндиси; $\vec{F}_{\text{ин}}$ — инерция кучлари; $\vec{a}'$ — мазкур жисмнинг $\vec{F}$ ва $\vec{F}_{\text{ин}}$ кучлари таъсирида ноинерциал саноқ тизимида эришган тезланиши. Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, инерция кучлари ($\vec{F}_{\text{ин}}$) ноинерциал саноқ тизимининг инерциал саноқ тизимига нисбатан тезланишли ҳаракати билан аниқланади. Ўзаро таъсир кучлари ($\vec{F}$) эса иккала саноқ тизимида ҳам бир хилдир, яъни

$$\vec{F} = m\vec{a}, \qquad (3.9)$$

бу ерда $\vec{a}$ — жисмнинг инерциал саноқ тизимига нисбатан тезланиши бўлиб, мазкур жисмга бошқа жисмларнинг бевосита таъсири натижасидир. (3.7) ифодага асосан ноинерциал саноқ тизимида жисмга таъсир этувчи инерция кучи қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{F}_{\text{ин}} = m\vec{a}_0'. \qquad (3.10)$$

Бу кучни ноинерциал саноқ тизимининг тезланиши орқали ифодаласак, қуйидаги кўринишга келади:

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0'. \qquad (3.11)$$

Бу ифодадаги манфий ишора инерция кучи ноинерциал саноқ тизимининг тезланиш вектори йўналишига қарама-қарши томонга йўналганлигини билдиради.

(3.8) ва (3.9) тengликлардан инерция кучи учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$F_{\text{ин}} = m(a' - a). \qquad (3.12)$$

Агар ноинерциал саноқ тизимида ўзаро бир-бири билан таъсирлашувчи жисмлар бўлмаса ёки таъсир этувчи кучлар ўзаро мувозанатлашса ($\vec{F} = 0$ ва $\vec{a} = 0$ бўлса), $\vec{a}' = \vec{a}_0'$ бўлиши равшандир, у ҳолда $\vec{a}_0' = -\vec{a}_0$ тенгликка эга бўламиз, бу эса (3.7) билан мос тушади: яъни қаралаётган жисмга бошқа жисмлар бевосита таъсир этмаса инерция кучи (3.10) формула тарзида ифодаланади.

Тезланиш билан ҳаракатланувчи лифтдаги одам томонидан тагликка таъсир этувчи оғирлик кучи лифт кўтарилаётганида ортиши («сунъий оғирлашиш»), лифт тушаётганда эса камайиши каби ҳодисалар ҳам инерция кучлари асосида тушунтирилади (хусусан, лифт пастга томон $a = g$ тезланиш билан тушса «вазнсизлик» ҳолати юзага келади).

Инерция кучларининг қуйидаги хусусиятларини таъкидлаб ўтамиз:

1. Инерция кучлари жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида мас, балки саноқ тизимининг тезланишли ҳаракати натижасида ужудга келади.

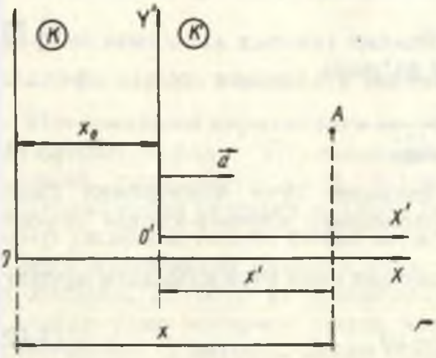
2. Инерция кучлари ҳар хил ноинерциал саноқ тизимларида ҳар илдир, яъни бошқача тезланиш билан ҳаракатланаётган тизимга тишда инерция кучлари ҳам ўзгаради. Инерция кучлари бундай тишга нисбатан инвариант эмас.

3. Инерция кучлари Ньютоннинг учинчи қонунига бўйсунмайди, ъни бирор жисмга инерция кучи таъсир қилаётган бўлса, бошқа исмга қўйилган акс таъсир кучи мавжуд бўлмайди.

4. Инерция кучлари жисмнинг массасига мутаносиб бўлиб, бу усусда улар гравитация (оғирлик) кучларига ўхшашдир.

3.5-§. МУТЛАҚ ҲАМДА НИСБИЙ ТЕЗЛИКЛАР ВА ТЕЗЛАНИШЛАР

Ҳар қандай ҳаракат нисбий бўлганлиги туфайли жисмнинг бирор айтдаги фазодаги вазияти шартли равишда кўзгалмас деб исобланган бошқа бирор саноқ тизимига нисбатан аниқланади. Ҳар андай ҳаракат нисбий бўлсада, ноинерциал саноқ тизимларидаги аракатларни ўрганишда «мутлақ ҳаракат», «мутлақ тез-ик» ва «мутлақ тезланиш» деган шартли равишда киритилган ушунчалардан фойдаланилади.



3.3-расм

Бирор ихтиёрий танлаб олинган саноқ тизимини қўзғалмас деб ҳисоблаб, уни K билан белгилайлик (3.3-расм). Бу тизимга нисбатан K' тизим ўзгармас $\vec{a}$ тезланиш билан X ўқи йўналишида ҳаракатлансин (3.3-расмда Z ва Z' ўқлари кўрсатилмаган). Равшанки, K — инерциал, K' — ноинерциал саноқ тизимларидир. Ҳаракатланувчи саноқ тизимининг кўзгалмас саноқ тизимига нисбатан ҳаракати *кўчирма ҳаракат* дейилади. K' саноқ тизимида A жисм тинч турган олда ҳам у шу саноқ тизимининг K саноқ тизимига нисбатан ўлган ҳаракатида қатнашади. Жисмнинг бу ҳаракати кўчирма аракат бўлади ва табиийки, жисмнинг K' тизимига нисбатан аракати *нисбий ҳаракатдир*. Жисмнинг нисбий ва кўчирма аракатлари унинг мутлақ ҳаракатини ташкил қилади; ошкача айтганда, жисмнинг K тизимга нисбатан ҳаракати шартли авишда мутлақ ҳаракат дейилади.

Расмдан кўриниб турибдики, K ва K' тизимларга нисбатан аракатланаётган A жисмнинг ихтиёрий t пайтдаги координаталари расидаги боғланиш қуйидагича бўлади:

$$x=x_0+x',\ y=y',\ z=z',\ t=t'. \qquad (3.13)$$

Жисмнинг K ва K' тизимлардаги тезликлари орасидаги боғланишни топиш учун (3.13)дан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{dx_0}{dt}+\frac{dx'}{dt}, \quad \frac{dy}{dt}=\frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt}=\frac{dz'}{dt},$$

бу ерда $\frac{dx}{dt}=v_x$, $\frac{dx_0}{dt}=v_{0x}$, $\frac{dx'}{dt}=v'_x$. Бу ифодалардан

$$v_x=v_{0x}+v'_x, \; v_y=v'_y, \; v_z=v'_z$$

эканлиги келиб чиқади. Бу тенгликларни ҳадма-ҳад қўшиб, натижани вектор кўринишда ёзсак,

$$\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{v}' \qquad (3.14)$$

бўлади, бу ерда $\vec{v}$ — мутлақ тезлик, $\vec{v}_0$ — кўчирма тезлик, $\vec{v}'$ — нисбий тезлик. Охирги формуладан кўриниб турибдики, мутлақ тезлик кўчирма тезлик билан нисбий тезликнинг йиғиндисидан иборат.

(3.14) ифодадан вақт бўйича ҳосила олсак ҳаракатдаги жисмнинг иккала саноқ тизимидаги тезланишлари орасидаги боғланишни топамиз:

$$\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}_0}{dt}+\frac{d\vec{v}'}{dt}$$

ёки

$$\vec{a}=\vec{a}_0+\vec{a}', \qquad (3.15)$$

бу ифодадаги $\vec{a}$ — мутлақ тезланиш, $\vec{a}_0$ — кўчирма тезланиш дейилади. Демак, мутлақ тезланиш кўчирма ва нисбий тезланишларнинг йиғиндисига тенг.

(3.15) формуладан $a'-a=-a_0$ эканлиги келиб чиқади ва бу тенгликни (3.12) ифодага қўйсак, K саноқ тизимига нисбатан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ тизимида инерция кучи қуйидагига тенг бўлади:

$$F_{\text{ин}}=m(a'-a)=-ma_0.$$

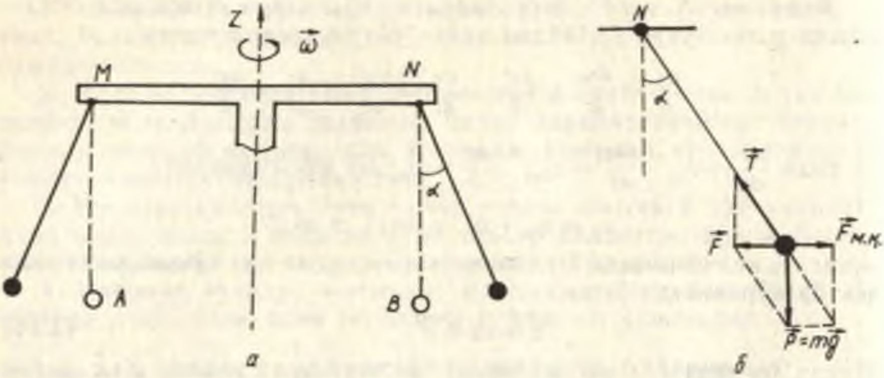
Олинган натижани вектор шаклида ёзсак, у

$$\vec{F}_{\text{ин}}=-m\vec{a}_0 \qquad (3.16)$$

кўринишга эга бўлади, яъни бундан инерция кучи ноинерциал тизимнинг кўчирма тезланишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналганлигини кўрамиз.

3.6-§. АЙЛАНУВЧИ САНОҚ ТИЗИМИДА ИНЕРЦИЯ КУЧИ. КОРИОЛИС КУЧИ

Ҳар қандай айланма ҳаракатда марказга интилма тезланиш мавжуд, шу сабабли айланма ҳаракат билан боғланган саноқ тизими ноинерциалдир. Айланувчи саноқ тизимидаги инерция кучлари ҳақида тасаввур ҳосил қилиш учун қуйидаги қурилмани олиб қарайлик. Тик ўққа ўрнатилган таёқчанинг M ва N нуқталарига ингичка ип орқали A ва B металл шарчалар 3.4-расмда кўрса-



3.4-расм

тилгандек осилган. Таёкча тинч ҳолатда бўлганида шарчалар осилган ип тик ҳолатда бўлади (ипларнинг тик ҳолати узуқ чизиқлар билан кўрсатилган) ва ҳар бир шарчанинг оғирлик кучи ипнинг таранглик кучи билан мувозанатлашади. Энди таёқчани унга тик йўналган ва унинг ўртасидан ўтувчи Z ўқи атрофида бирор ω бурчак тезлик билан айланма ҳаракатга келтирайлик. Табиийки, таёқча билан шарчалар ҳам Z ўқи атрофида айланма ҳаракатга келади ва натижада шарчалар улар осилган ип билан бирор бурчакка оғади. Айланиш жараёнида ҳар бир шарча радиуси R бўлган айлана бўйлаб ҳаракат қилади.

Инерциал саноқ тизимида (масалан, қурилма ёнидаги кузатувчи назарича) ҳар бир шарча R радиусли айлана бўйича ҳаракатланаяпти ва у Z ўқи атрофида

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R \tag{3.17}$$

га тенг марказга интилма тезланиш билан айланаяпти (бу формулада $v=\omega R$ эканлиги кўзда тутилди), бинобарин, шарчага

$$F=-m\omega^2R \tag{3.18}$$

бўлган марказга интилма куч таъсир этаяпти (бу куч шарчанинг четланиши йўналишига нисбатан қарама-қарши йўналгани учун манфий ишора қўйилади). 3.4, б-расмдан кўриниб турибдики, бу куч ипнинг таранглик кучи $\vec{T}$ билан шарчанинг оғирлик кучи $\vec{P}$ нинг тенг таъсир этувчисидир:

$$\vec{F}=\vec{P}+\vec{T}.$$

Четланиш бурчаги $\vec{F}$ ва $\vec{P}$ кучлар билан қуйидагича боғланган (3.4,б- расм):

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{F}{P}=\frac{m\omega^2R}{mg}=\frac{\omega^2R}{g}.$$

яъни шарчаларнинг огиш бурчаги бурчак тезлигининг ва уларнинг айланиш радиусининг ортиши билан ортиб боради.

Айланувчи қурилма билан боғланган ноинерциал саноқ тизимида (тизим билан бирга айланаётган кузатувчи назарича) шарчаларга қандайдир куч таъсир этаяпти ва бу куч таъсирида улар α бурчакка четланаяпти. Таъсир этаётган куч айланиш ўқидан радиус бўйлаб ташқарига йўналганлиги туфайли у марказдан қочма инерция кучи дейилади.

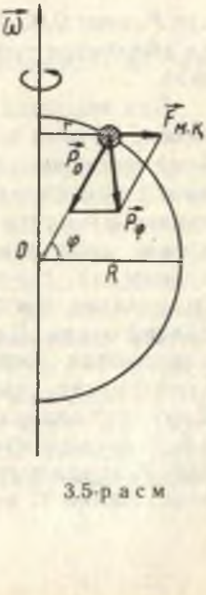
Марказдан қочма инерция кучи ($F_{\text{мк}}$) сон жиҳатдан марказга интилма (F) кучга тенг бўлиб, йўналиши жиҳатдан унга қарама-қаршидир (3.4, б-расм):

$$F_{\text{мк}} = m\omega^2 R. \tag{3.19}$$

Шундай қилиб, айланувчи саноқ тизимидаги жисмга таъсир этадиган марказдан қочма инерция кучи жисмнинг массасига, айланаётган қурилманинг бурчак тезлигининг квадратига ва айланиш радиусига мутаносибдир. Марказдан қочма инерция кучлари фақат ноинерциал саноқ тизимларидагина мавжуддир. Инерциал саноқ тизимларида эса бундай кучлар йўқ.

Эгри чизиқли траектория бўйлаб ҳаракатланаётган тизимдаги жисмга ҳамма вақт марказдан қочма инерция кучи таъсир этади. Масалан, бирор тезлик билан ҳаракатланаётган автобус ёки бошқа нақлиёт (транспорт) воситаларидаги йўловчилар бурилиш жойларида уларга қандайдир куч таъсир этаётганини ҳис этадилар ва бу куч таъсири остида улар бурилишга нисбатан ташқари томонга огадилар. Кўргазмали учишларда учувчилар уфққа (горизонтга) нисбатан тик жойлашган айлана шаклидаги траектория бўйлаб учганларида уларга марказдан қочма инерция кучи таъсир этади ва бу куч туфайли улар айлана шаклидаги траекториянинг энг юқори нуқтасида ўтирган жойдан пастга томон тушиб кетмайдилар (траекториянинг энг юқори нуқтасида учувчининг боши паст (Ер) томонда бўлади). Фазовий кемалар ва Ернинг сунъий йўлдошлари Ер атрофида айланага яқин траектория бўйлаб ҳаракатланадилар. Фазовий кемаларнинг ҳаракат тезликларида фазогирларнинг оғирлик кучи марказдан қочма инерция кучи билан тенглашади ва улар «вазнсизлик» ҳолатида бўладилар. Марказдан қочма инерция кучларига доир бундай мисолларни кўплаб келтириш мумкин.

Биз яшаб турган Ер ҳам айланувчи саноқ тизимидир; у бир кеча-кундуз давомида ўз ўқи атрофида 360° бурчакка бурилади. Ер сиртида турган ҳар бир жисм Ер билан бирга айланма ҳаракатда қатнашади. Ернинг ўз ўқи атрофида айланишини назарда тутсак, уни ноинерциал саноқ тизими деб қаралади ва унинг сиртидаги жисмларга 3.5-расмда кўрсатилгандек марказдан қочма инерция кучи таъсир этади (инер-



3.5-расм

ция кучлари жисмларга таъсир этувчи ташқи кучларга нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлган ҳоллардагина Ер билан боғланган саноқ тизимини инерциал саноқ тизими деб қараш мумкин). Натижада бизнинг тарозиларимиз расмдаги $\vec{P}_0$ оғирлик кучи ўрнига $\vec{P}_\varphi$ оғирлик кучини кўрсатади. Ернинг ўз ўқи атрофида айланиши билан боғлиқ бўлган марказдан қочма инерция кучи ($\vec{F}_{\text{мк}}$) билан φ кенгликдаги жисмнинг оғирлик кучи ($\vec{P}_\varphi$) нинг вектор йиғиндиси $\vec{P}_0$ векторга тенг (3.5-расм):

$$\vec{P}_0=\vec{P}_\varphi+\vec{F}_{\text{мк}}.$$

Ҳисоблашлар шуни кўрсатадики $\vec{F}_{\text{мк}}$ куч $\vec{P}_0$ га нисбатан жуда кичик экан. Ҳақиқатан ҳам Ер ўз ўқи атрофида ω бурчак тезлик билан айланаётган бўлса, массаси m бўлган жисмга таъсир этувчи марказдан қочма инерция кучи қуйидагига тенг:

$$F_{\text{мк}}=m\omega^2 r=m\omega^2 R\cos\varphi. \qquad (3.20)$$

Ер марказига йўналган оғирлик кучи:

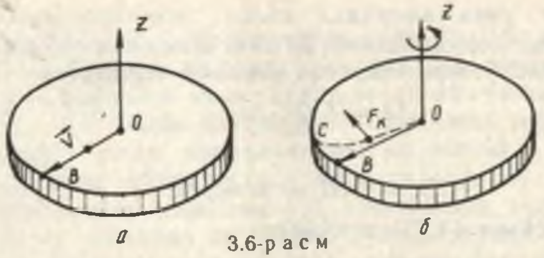
$$\vec{P}_0=m\vec{g}_0.$$

Охирги икки тенгликнинг нисбати

$$\frac{F_{\text{мк}}}{P_0}=\frac{m\omega^2 R\cos\varphi}{mg_0}=\frac{\omega^2 R\cos\varphi}{g_0}. \qquad (3.21)$$

(3.20) формуладан кўриниб турибдики, $\vec{F}_{\text{мк}}$ экваторда энг катта ($\cos\varphi=1$) қийматга эга бўлиб, қутбда эса бу куч нолга тенг. Ўрта кенгликларда $\varphi=45°$ деб ҳисоблаб, (3.21) формулага ω, g_0, R ларнинг қийматларини қўйсак $\frac{F_{\text{мк}}}{P_0}\approx\frac{1}{400}$ га тенг бўлади, яъни $F_{\text{мк}}$ куч P_0 нинг 0,25 фоизини ташкил этади. Демак, Ернинг ўз ўқи атрофида айланиши туфайли жисм оғирлик кучининг ўзгариши жуда кичик экан.

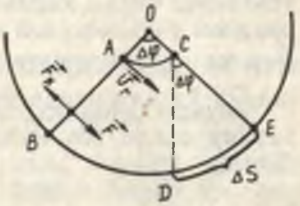
Биз юқорида айланаётган саноқ тизимида тинч турган жисмга таъсир этувчи марказдан қочма инерция кучлари билан танишдик. Агар жисм шу айланаётган тизимга нисбатан ҳаракатда бўлса, унга марказдан қочма инерция кучидан ташқари яна қўшимча куч таъсир этади. Бу кучга Кориолис кучи ёки Кориолис инерция кучи дейилади. Кориолис кучи билан танишиш учун қуйидаги қурилмада тажриба ўтказайлик: уфқ текислигида (горизонтал) ўрнатилган диск олайлик ва у тик йўналишдаги Z ўқ атрофида айлана олсин. Дастлаб диск тинч ҳолатда бўлсин (3.6, *а*-расм); унинг марказидан бирор шарчани $\vec{v}$ тезлик билан OB радиус бўйича йўналтирсак, табиийки, у радиал чизиқ бўйлаб ҳаракат қилиб, B нуқтага келади. Энди дискни Z ўқи атрофида ω бурчак тезлик билан 3.6, *б*-расмда кўрсатилган йўналишда айланма ҳаракатга келтирамиз. У ҳолда шарча OC эгри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилиб, B нуқтага эмас, балки C нуқтага келади, шу билан бирга у дискка нисбатан



3.6-расм

ўз тезлиги йўналишини ҳам ўзгартиради. Айланаётган диск билан боғланган ноинерциал тизимда (у тизимдаги кузатувчи нуқтаи назарича) шарчага $\vec{v}$ векторга тик йўналишда қандайдир $\vec{F}_к$ куч таъсир этаяпти.

Инерциал саноқ тизимида (диск ёнида турган кузатувчи назарича) шарча диск тинч турган ҳолдаги каби тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаяпти, диск эса шарчанинг аввалги траекториясига нисбатан силжиди, деган натижа келиб чиқади.



3.7-расм

Ноинерциал саноқ тизимида шарчага таъсир этаётган кучнинг табиатини аниқлаш мақсадида шарчани тўғри чизиқ бўйлаб (*OB* радиус бўйлаб) ҳаракатланишга мажбур қилайлик. Бунинг учун *OB* бўйлаб тўсиқ (деворча) ўрнатайлик ва бу тўсиқча туфайли шарча дискка нисбатан *OB* бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин (3.7-расм). Диск билан боғланган ноинерциал саноқ тизимида шарча *OB* бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланиб, Δt вақт оралиғида

$$\Delta l = AB = v \cdot \Delta t$$

масофани босиб ўтиб, *B* нуқтага келади.

Инерциал саноқ тизимида дискнинг *OB* радиуси Δt вақт оралиғида

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \tag{3.22}$$

бурчакка бурилади ва *A* нуқтадан бошлаб ҳаракатланаётган шарча шу вақт оралиғида *B* нуқтага эмас, балки *E* нуқтага келиб қолади. Бунинг сабаби, шарча шу Δt вақт оралигида иккита ҳаракатда иштирок этади — дискка нисбатан $\vec{v}$ тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракатда ва диск билан бирга айланма ҳаракатда қатнашади.

Шарча $\vec{v}$ тезлик билан *AB* тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилмаганда эди, у фақат дискнинг айланма ҳаракатида иштирок этиб, $\vec{v}_r$ тезлик билан Δt вақт оралигида *AC* ёй бўйлаб *A* нуқтадан *C* нуқтага келган бўлар эди. Айни шу вақт оралиғида шарча $\vec{v}$ ва $\vec{v}_r$ тезликлар билан ҳаракатланиб *D* нуқтага келиши керак эди (чунки *AB* йўл *CD* га параллелдир), лекин у *E* нуқтага келади. Бунинг сабаби — дискнинг ҳар хил нуқталарида $\vec{v}_r$ тезликнинг ҳар хиллигидир. Шунинг учун инерциал саноқ тизимига нисбатан шарча тезланиш билан ҳаракатланиб, Δt вақт оралиғида қўшимча $\Delta S = DE$ масофани босиб ўтади. Расмдан кўриниб турибдики,

$$\Delta s = |CD| \cdot \Delta\varphi, \qquad (3.23)$$

лекин

$$|CD| = |AB| = \Delta l = v\Delta t. \qquad (3.24)$$

(3.22) ва (3.24)ни (3.23)га қўйсак,

$$\Delta s = v\Delta t\omega\Delta t \text{ ёки } \Delta s = 2v\omega\frac{\Delta t^2}{2}. \qquad (3.25)$$

Бу формулани текис тезланувчан ҳаракатда жисмнинг ўтган йўли

$$\Delta s = \frac{at^2}{2}$$

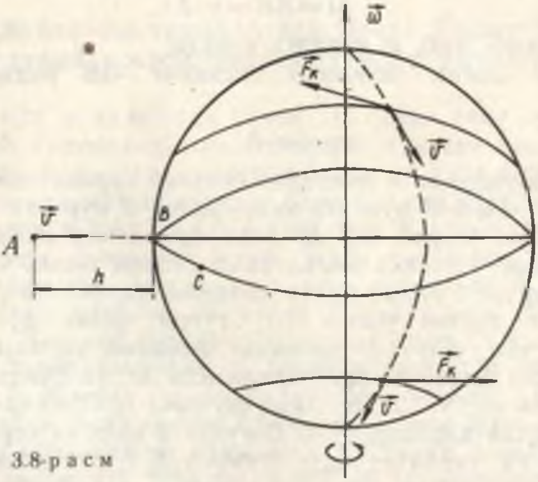
билан таққосласак, шарча

$$a = 2v\omega$$

тезланиш билан ҳаракатланаётганлиги аниқланади. Бу тезланишга эришиш учун массаси m бўлган шарчага қўйилган тўсиқ томонидан $\vec{F} = m\vec{a}$ куч таъсир этиши керак. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан шарча ўз навбатида ўша тўсиққа Кориолис кучи ($\vec{F}_к$) билан акс таъсир этади (бу кучларнинг йўналиши 3.7-расмда кўрсатилган). Демак,

$$\vec{F}_к = 2m[\vec{v}\vec{\omega}]. \qquad (3.26)$$

Кориолис инерция кучининг йўналиши $\vec{v}$ ва $\vec{\omega}$ векторларнинг вектор кўпайтмасининг йўналиши билан аниқланади.



3.8-расм

Маълумки, Ер шари ўз ўқи атрофида айланади ва уни ноинерциал саноқ тизими деб қараш мумкин. Ер сиртида ҳаракатланаётган ҳар қандай жисмга Кориолис кучи таъсир этади ва кузатиладиган қатор ҳодисалар шу куч билан боғлиқдир. 3.8-расмда жанубдан шимол томон $\bar{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган жисмга таъсир этувчи Кориолис кучининг йўналишлари кўрсатилган. Бу куч таъсирида шимолий ярим шарда дарёнинг ўнг қирғоқлари чап қирғоқларига нисбатан кўпроқ ювилади ва тикроқ бўлади; худди шунингдек, шу ярим шарда темир йўлнинг ҳаракатга нисбатан ўнг томондаги рельси кўпроқ ейилади. Жисмларнинг эркин тушишида Кориолис кучи уларни шарқ томонга оғдиради, яъни h баландликдан (масалан, миноранинг тепасидан) тушаётган A жисм Ернинг B нуқтасига тушмасдан C нуқтасига тушади (3.8-расм). Тажрибаларнинг кўрсатишича, экваторда 30 м баландликдан тушган жисм тик йўналишда шарққа томон 3,6 мм масофага оғади. (3.8-расмда Кориолис кучи $\bar{v}$ ва $\bar{\omega}$ векторларга тик равишда А нуқтадан ўқувчи томонга ёки Ер шарига нисбатан шарқ томонга йўналган.)

IV БОБ

ИМПУЛЬС ВА ИНЕРЦИЯ МАРКАЗИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

4.1-§. САҚЛАНИШ ҚОНУНЛАРИ. ИМПУЛЬСНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Физикада шундай катталиклар мавжудки, муайян шартлар бажарилганда уларнинг қийматлари вақт ўтиши билан ўзгармай қолади ва улар сақланиш қонунларининг асосини ташкил этади. Механикавий ҳодисалар билан боғлиқ бўлган қуйидаги сақланиш қонунлари мавжуд: 1) *импульснинг сақланиш қонуни*, 2) *импульс моментининг сақланиш қонуни*, 3) *энергиянинг сақланиш қонуни*. Бу сақланиш қонунлари механикавий ҳаракат ва жисмларнинг ўзаро таъсири ҳақидаги таълимотнинг негизини ташкил этади.

Юқорида зикр этилган механикавий ҳодисаларга тааллуқли сақланиш қонунларидан ташқари яна бир неча сақланиш қонунлари ҳам мавжуд бўлиб, улар билан биз физика курсининг тегишли бўлимларида танишамиз. Барча сақланиш қонунлари табиат қонунларининг пойдевори ҳисобланади ва бу қонунлар тажрибаларда тасдиқланган.

Сақланиш қонунлари тадқиқотчилар қўлида ўзига хос қудратли қурол бўлиб хизмат қилмоқда. Масалан, энергиянинг сақланиш қонунидан шу хулоса келиб чиқадики, энергия истеъмол қилмасдан ишлайдиган қурилмани (абадий двигателни) яратиш мумкин эмас ва бу соҳада иш олиб бориш — тадқиқотчи вақтини ҳамда маблағни беҳуда сарфлаш демакдир. Импульс моментининг сақланиш қонунига асосланиб Қуёш тизими таркибидаги сайёраларнинг ҳаракати билан боғлиқ муаммолар бевосита ҳал этилади. Масалан, Қуёш ва Ой тутилиш вақтини олдиндан айтиб бериш мазкур муаммоларни ечиш натижаси ҳисобланади. Кейинги вақтларда физиклар мураккаб ҳисоблашларнинг қўлланишини талаб қиладиган муаммоларни ҳал этиш мақсадида электрон ҳисоблаш машиналаридан фойдаланмоқдаларки, мазкур машиналар учун дастурлар тузишда тегишли сақланиш қонунларига амал қилинади. Импульснинг, импульс моментининг ва энергиянинг сақланиш қонунлари фазо ва вақтнинг хусусиятлари билан узвий боғлиқ эканлиги кейинчалик маълум бўлди. Бу ҳақда VI бобнинг охирида батафсил гапирилади.

Импульснинг сақланиш қонуни табиатнинг асосий қонунларидан биридир. Ҳаракатдаги жисм массасининг унинг тезлигига кўпайтмаси ($\vec{p}=m\vec{v}$)ни юқорида (2.2-§ да) биз жисм импульси деб атаган эдик. Ньютоннинг биринчи қонунига асосан, тўғри чизиқли текис ҳаракатдаги жисмга бошқа жисмлар (ташқи куч) таъсир этмаса, у ўзининг тўғри чизиқли ҳаракатини давом эттиради, яъни унинг тезлигининг сон қиймати ва йўналиши ўзгармайди. Бинобарин, жисмга ташқи куч таъсир қилмаса, унинг импульси ўзгармайди (сақланади). Бу хулоса битта жисм учун импульснинг сақланиш қонунини ифодалайди.

Импульснинг сақланиш қонуни жисмлар тизими учун муҳим аҳамият касб этади. Жисмлар (ёки моддий нуқталар) тизими ёки соддагина «тизим» деганда ўзаро таъсирлашувчи бир нечта жисмлар тўпламини тушунамиз. Тизимга ташқи кучлар таъсир этмаса, бундай тизим берк тизим дейилади. Қуёш тизими жуда катта аниқлик билан берк тизим бўла олади. Биз яшаб турган табиий шароитларда эса берк тизимлар мавжуд эмас, чунки Ер сиртидаги ҳар қандай тизимга ҳеч бўлмаганда Ернинг тортиш кучи таъсир этади. Лекин тизимдаги жисмларнинг таъсир кучларига нисбатан ташқи кучлар ҳисобга олинмаса ёки ҳисобга олинмаслик даражасида кичик бўлса, бундай тизимни берк тизим деб қараш мумкин. Тизимдаги жисмларнинг ўзаро таъсир кучларини *ички кучлар* дейилади.

Тизим учун импульснинг сақланиш қонуни Ньютоннинг иккинчи ҳамда учинчи қонунларига асосланади ва бу ҳақдаги мулоҳазаларимиз инерциал саноқ тизимига нисбатан олиб борилади. Дастлаб n та жисмдан иборат берк тизимни олиб қарайлик. Тизим берк бўлганлиги туфайли унга таъсир этувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг, яъни тизимда фақат ички кучларгина мавжуд. Тизимдаги n та жисмнинг ҳар бирининг импульсини p_1, p_2, ... , p_n деб белгиласак, тизим импульси

$$p=\sum_i \vec{p}_i=\sum_i m_i\vec{v}_i$$

тарзида ифодаланади ((2.4) ифодага қ.); бу ерда $\vec{p}_i=m_i\vec{v}_i$ — i-жисмнинг импульси. Берк тизимдаги ҳар бир жисм учун Ньютоннинг иккинчи қонунини қуйидагича ёзамиз:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1)=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13}+\ldots+\vec{F}_{1n}, \\ \frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2)=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}+\ldots+\vec{F}_{2n}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n)=\vec{F}_{n1}+\vec{F}_{n2}+\ldots+\vec{F}_{n,n-1}, \end{cases} \tag{4.1}$$

бунда $\vec F_{12}$— биринчи жисмга иккинчи жисм томонидан таъсир этувчи куч; $\vec F_{21}$— иккинчи жисмга биринчи жисм томонидан таъсир этувчи куч ва ҳоказо. Равшанки, тизимдаги ҳамма жисмлар ўзаро таъсирлашадилар. Умумий ҳолда (4.1) ифодани

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec v_i=\sum_i \vec F_{ik}\quad (i\neq k;\ i,\ k=1,2,\ \dots,\ n) \qquad (4.2)$$

тарзида ёзамиз, бу формуланинг ўнг томони тизимдаги ички кучларнинг вектор йиғиндисини акс эттиради. Тизимдаги бирор жисмнинг шу тизимдаги бошқа ҳар бир жисм билан ўзаро таъсири Ньютоннинг иккинчи қонунига бўйсунади: $\vec F_{12}=-\vec F_{21}$, $\vec F_{13}=-\vec F_{31}$, $\vec F_{23}=-\vec F_{32}$ ва ҳоказо. Умуман олганда, i-жисм j-жисмга $\vec F_{ji}$ куч билан таъсир этса, j-жисм ҳам i- жисмга $\vec F_{ij}$ куч билан таъсир этади:

$$\vec F_{ji}=\vec F_{ij}.$$

Бинобарин, (4.2) тенгликнинг ўнг томонида ифодаланган ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг:

$$\sum_i \vec F_{ik}=0\quad (i\neq k,\ i,\ k=1,2,\ \dots,\ n). \qquad (4.3)$$

Демак, берк тизим учун

$$\frac{d\vec p}{dt}=0 \qquad \text{ёки} \qquad \frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec v_i=0$$

ифода ҳосил бўлади. Бу ифодадан

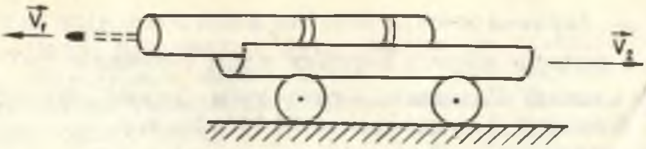
$$\vec p=\sum_i m_i\vec v_i=\text{const} \qquad (4.4)$$

деган хулосага келамиз. (4.4) ифода берк тизим учун импульснинг сақланш қонунини ифодалайди: *берк тизимнинг импульси вақт ўтиши билан ўзгармайди.* Бошқача айтганда, берк тизим айрим жисмларининг импульслари вақт ўтиши билан ўзгарса-да, унинг импульси ўзгармай қолади. Бу ерда зикр этилган ўзгаришлар шундай содир бўладики, масалан, тизимдаги бирор жисмнинг импульси камайса, шу тизимдаги бошқа жисмнинг (ёки жисмларнинг) импульси шунчага ошади.

Берк тизимда импульснинг сақланиш қонунига мисол тариқасида иккита жисмдан иборат тизимни олиб қарайлик. Масалан, милтиқ ҳамда унинг ичидаги ўқ берк тизимни ташкил қилсин ва милтиқ ишқаланишсиз ҳаракатланувчи кичкина аравачага маҳкам ўрнатилган бўлсин (4.1-расм). Бу тизим учун импульснинг сақланиш қонуни қуйидагича ёзилади:

$$m_1\vec v_1+m_2\vec v_2=\text{const},$$

бунда m_1 ва m_2 — мос равишда ўқнинг ҳамда милтиқнинг аравача билан биргаликдаги массалари; v_1 ва v_2 — ўқнинг ва аравачанинг



4.1-расм

тезликлари. Дастлаб тизим тинч турганлиги туфайли ундаги жисмлар испульсларининг вектор йиғиндиси нолга тенг, яъни:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0.$$

Ўқ $\vec{v}_1$ тезлик билан отилиб чиққач, аравачанинг орқага тисарилиш тезлиги

$$\vec{v}_2 = -\frac{m_1}{m_2}\vec{v}_1$$

бўлади; бунда (—) ишора $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ векторлар қарама-қарши томонга йўналганлигини кўрсатади. Энди m_1, m_2, $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ ларни сонли қийматлар орқали ифодалайлик, масалан $m_1 = 10$ гр $= 10^{-2}$ кг, $m_2 = 5$ кг, $v_1 = 600$ м/с бўлсин. Бу қийматларни юқоридаги формулага қўйсак, аравачанинг (милтиқ билан бирга) ўқ йўналишига нисбатан орқага $v_2 = 1{,}2$ м/с тезлик билан ҳаракатланиши аён бўлади.

Тизимга ташқи кучлар таъсир этаётган бўлса, у берк тизим бўла олмайди ва бундай тизим учун импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Бундай тизим учун Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_i = \sum_i \vec{F}_{ik} + \vec{F}_{\text{т}} \quad (i = k;\ i,k = 1,\ 2,\ \dots,\ n),$$

бу ерда $\sum_i \vec{F}_{ik}$ — ички кучларнинг вектор йиғиндиси; $\vec{F}_{\text{т}}$ — ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси. (4.3) га асосан ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг эканлигини эътиборга олсак, бу тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_i = \vec{F}_{\text{т}}. \tag{4.5}$$

Бу тенглама механикавий тизим импульсининг ўзгариш қонунини ифодалайди: *тизим импульсидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила тизимга таъсир этувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига тенг.* (4.5) тенглама вектор тенглама бўлгани учун уни координата ўқларидаги ташкил этувчилари бўйича қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{ix} = \vec{F}_{\text{т}x}, \quad \frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{iy} = \vec{F}_{\text{т}y}, \quad \frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{iz} = \vec{F}_{\text{т}z}. \tag{4.6}$$

Бу ерда $\vec F_{tx}$, $\vec F_{ty}$, $\vec F_{tz}$ — ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисининг X, Y, Z ўқлар бўйича ташкил этувчилари. Агар берк бўлмаган тизимда бирор йўналиш бўйича, масалан Z ўқи бўйича ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлса, бу йўналиш бўйича (4.6) ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec v_{iz}=0.$$

Бундан

$$\sum_i m_i\vec v_{iz}=\text{const} \qquad (4.7)$$

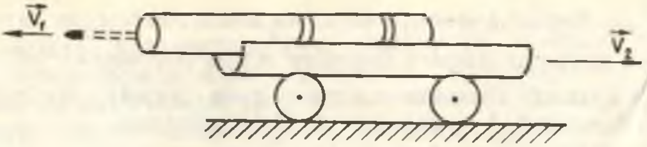
эканлиги келиб чиқади. Демак, ташқи кучлар таъсири бўлмаган йўналиш бўйича тизим импульси ўзгармай қолади. Бундан шундай хулосага келамизки, берк бўлмаган тизимни ташқи кучлар таъсири бўлмаган йўналиш бўйича берк тизим деб қараш мумкин.

Юқорида импульснинг сақланиш қонунига доир бир неча мисоллар келтирган эдик. Ўша мисолларда жисмларга таъсир этувчи Ернинг тортиш кучини (бу ташқи куч) ҳисобга олмай, тизимни берк деб ҳисоблаган эдик. Ҳақиқатан ҳам, жисмлар импульсларининг ўзгариши уфқ текислигида, масалан, XOY текислигида, содир бўлаяпти деб қаралган эди; ваҳоланки Ернинг тортиш кучи бу текисликка тик (масалан, z ўқи бўйича) йўналгандир, яъни уфқ текислигида ётган йўналиш бўйича Ер тортиш кучининг таъсири нолга тенгдир. Шунинг учун ўша мисолларимиз (4.7) тенгликни тўла қаноатлантирар эди.

4.2-§. РЕАКТИВ ҲАРАКАТ. МАССАСИ ЎЗГАРАЁТГАН ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТИ

Реактив ҳаракат импульснинг сақланиш қонунига асосланади. Юқорида (4.1-§) импульснинг сақланиш қонунига мисол тариқасида милтиқ ва ундан отилиб чиққан ўқнинг ҳаракати ҳақида гапирилган эди: ўқ бир томонга $\vec v_1$ тезлик билан отилиб чиқса, милтиқ отилиб чиққан ўқнинг таъсирида тескари томонга $\vec v_2$ тезлик билан ҳаракатланади. Мазкур таъсир реактив ҳаракатнинг асосини ташкил қилади. Реактив ҳаракат деганда ракеталар ва реактив тайёра (самолёт)ларнинг ҳаракатини тушунамиз. Шуни ҳам айтиш керакки, қайиқ, кема, парракли тайёра каби наклиёт воситаларининг ҳаракати ҳам моҳияти жиҳатидан реактив ҳаракатдир, чунки қайиқ ва кемаларда эшкак ва парраклар ёрдамида сув бир томонга бирор $\vec v_1$ тезлик билан ҳаракатга келтирилса, қайиқ ва кема қарама-қарши томонга $\vec v_2$ тезлик билан ҳаракатланади. Парракли тайёраларда ҳам шу ходиса кузатилади. Аммо «реактив ҳаракат» тушунчаси одатда анча тор маънода қўлланилиб, бунда ракета ва реактив тайёраларнинг ҳаракатигина кўзда тутилади.

Ракета ва реактив тайёралар ҳаракатининг асосий хусусиятларидан бири шундан иборатки, бу ерда берк тизимнинг массаси ҳаракат давомида узлуксиз ўзгариб боради: ракетада ёнган ёнилғидан ҳосил бўлган газ ракетадан узлуксиз отилиб чиқиб туради ва бинобарин, ракетанинг массаси ҳам узлуксиз камайиб боради. Ёнилғининг ёниш жараёнида ҳосил бўлган газ қандайдир u тезлик билан ракетадан отилиб чиқиши туфайли ракета u га тескари



4.1-расм

тезликлари. Дастлаб тизим тинч турганлиги туфайли ундаги жисмлар испульсларининг вектор йиғиндиси нолга тенг, яъни:

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=0.$$

Ўқ $\vec{v}_1$ тезлик билан отилиб чиққач, аравачанинг орқага тисарилиш тезлиги

$$\vec{v}_2=-\frac{m_1}{m_2}\vec{v}_1$$

бўлади; бунда (—) ишора $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ векторлар қарама-қарши томонга йўналганлигини кўрсатади. Энди m_1, m_2, $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ ларни сонли қийматлар орқали ифодалайлик, масалан $m_1=10$ гр $=10^{-2}$ кг, $m_2=$ $=5$ кг, $v_1=600$ м/с бўлсин. Бу қийматларни юқоридаги формулага қўйсак, аравачанинг (милтиқ билан бирга) ўқ йўналишига нисбатан орқага $v_2=1{,}2$ м/с тезлик билан ҳаракатланиши аён бўлади.

Тизимға ташқи кучлар таъсир этаётган бўлса, у берк тизим бўла олмайди ва бундай тизим учун импульснинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Бундай тизим учун Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_i=\sum_i \vec{F}_{ik}+\vec{F}_{\text{т}} \quad (i=k;\ i,k=1,\ 2,\ \ldots\ ,\ n),$$

бу ерда $\sum_i \vec{F}_{ik}$ — ички кучларнинг вектор йиғиндиси; $\vec{F}_{\text{т}}$— ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси. (4.3) га асосан ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг эканлигини эътиборга олсак, бу тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_i=\vec{F}_{\text{т}}. \tag{4.5}$$

Бу тенглама механикавий тизим импульсининг ўзгариш қонунини ифодалайди: *тизим импульсидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила тизимга таъсир этувчи ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига тенг.* (4.5) тенглама вектор тенглама бўлгани учун уни координата ўқларидаги ташкил этувчилари бўйича қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{ix}=\vec{F}_{\text{т}x},\quad \frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{iy}=\vec{F}_{\text{т}y},\quad \frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{iz}=\vec{F}_{\text{т}z}. \tag{4.6}$$

Бу ерда $\vec{F}_{тx}$, $\vec{F}_{тy}$, $\vec{F}_{тz}$ — ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисининг X, Y, Z ўқлар бўйича ташкил этувчилари. Агар берк бўлмаган тизимда бирор йўналиш бўйича, масалан Z ўқи бўйича ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлса, бу йўналиш бўйича (4.6) ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i\vec{v}_{iz}=0.$$

Бундан

$$\sum_i m_i\vec{v}_{iz}=\text{const} \qquad (4.7)$$

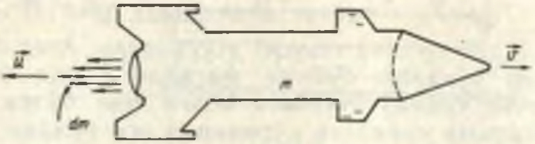
эканлиги келиб чиқади. Демак, ташқи кучлар таъсири бўлмаган йўналиш бўйича тизим импульси ўзгармай қолади. Бундан шундай хулосага келамизки, берк бўлмаган тизимни ташқи кучлар таъсири бўлмаган йўналиш бўйича берк тизим деб қараш мумкин.

Юқорида импульснинг сақланиш қонунига доир бир неча мисоллар келтирган эдик. Ўша мисолларда жисмларга таъсир этувчи Ернинг тортиш кучини (бу ташқи куч) ҳисобга олмай, тизимни берк деб ҳисоблаган эдик. Ҳақиқатан ҳам, жисмлар импульсларининг ўзгариши уфқ текислигида, масалан, XOY текислигида, содир бўляпти деб қаралган эди; ваҳоланки Ернинг тортиш кучи бу текисликка тик (масалан, z ўқи бўйича) йўналгандир, яъни уфқ текислигида ётган йўналиш бўйича Ер тортиш кучининг таъсири нолга тенгдир. Шунинг учун ўша мисолларимиз (4.7) тенгликни тўла қаноатлантирар эди.

4.2-§. РЕАКТИВ ҲАРАКАТ. МАССАСИ ЎЗГАРАЕТГАН ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТИ

Реактив ҳаракат импульснинг сақланиш қонунига асосланади. Юқорида (4.1-§) импульснинг сақланиш қонунига мисол тариқасида милтиқ ва ундан отилиб чиққан ўқнинг ҳаракати ҳақида гапирилган эди: ўқ бир томонга $\vec{v}_1$ тезлик билан отилиб чиқса, милтиқ отилиб чиққан ўқнинг таъсирида тескари томонга $\vec{v}_2$ тезлик билан ҳаракатланади. Мазкур таъсир реактив ҳаракатнинг асосини ташкил қилади. Реактив ҳаракат деганда ракеталар ва реактив тайёра (самолёт)ларнинг ҳаракатини тушунамиз. Шуни ҳам айтиш кераки, қайиқ, кема, парракли тайёра каби нақлиёт воситаларининг ҳаракати ҳам моҳияти жиҳатидан реактив ҳаракатдир, чунки қайиқ ва кемаларда эшкак ва парраклар ёрдамида сув бир томонга бирор $\vec{v}_1$ тезлик билан ҳаракатга келтирилса, қайиқ ва кема қарама-қарши томонга $\vec{v}_2$ тезлик билан ҳаракатланади. Парракли тайёраларда ҳам шу ҳодиса кузатилади. Аммо «реактив ҳаракат» тушунчаси одатда анча тор маънода қўлланилиб, бунда ракета ва реактив тайёраларнинг ҳаракатигина кўзда тутилади.

Ракета ва реактив тайёралар ҳаракатининг асосий хусусиятларидан бири шундан иборатки, бу ерда берк тизимнинг массаси ҳаракат давомида узлуксиз ўзгариб боради: ракетада ёнган ёнилғидан ҳосил бўлган газ ракетадан узлуксиз отилиб чиқиб туради ва бинобарин, ракетанинг массаси ҳам узлуксиз камайиб боради. Ёнилғининг ёниш жараёнида ҳосил бўлган газ қандайдир $\vec{u}$ тезлик билан ракетадан отилиб чиқиши туфайли ракета $\vec{u}$ га тескари



4.2-расм

йўналишда бирор $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланади (4.2- расм). Умуман олганда, ҳаракат жараёнида ракетанинг массаси билан бир қаторда унинг тезлиги ҳам ўзгариб боради, яъни у тезланиш билан ҳаракатланади. Ракетага тезланиш берадиган куч — газнинг отилиб чиқиши туфайли вужудга келадиган **реактив кучдир**. Бу куч **ракетанинг ҳаракат тенгламаси** орқали ифодаланади.

Ҳаракат давомида ракетага реактив кучдан ташқари Ернинг тортиш кучи ва ҳавонинг қаршилик кучи ҳам таъсир этади. Реактив ҳаракат тенгламасини келтириб чиқаришни соддалаштириш учун дастлаб ракетанинг оғирлик кучи билан муҳитнинг қаршилик кучини ҳисобга олмай турайлик.

Ер билан боғланган инерциал саноқ тизимида ҳаракатланаётган ракетанинг t пайтдаги массаси m ва тезлиги $\vec{v}$ бўлса, унинг шу пайтдаги импульси $m\vec{v}$ га тенг бўлади. Сўнгра dt вақт давомида ракетадан массаси dm га тенг газ отилиб чиқиши натижасида унинг массаси $m-dm$ га, тезлиги эса $v+d\vec{v}$ га тенг бўлди, яъни dt вақтдан сўнг ракетанинг импульси $(m-dm)(\vec{v}+d\vec{v})$ га тенг бўлади. Ракетага нисбатан $\vec{u}$ тезлик билан ҳаракатланаётган dm массали газнинг импульси эса

$$(\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u})dm$$

(ракетага нисбатан унинг импульси — $\vec{u}dm$ га тенг!) бўлади. Мазкур берк тизим учун импульснинг сақланиш қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$(m-dm)(\vec{v}+d\vec{v})+(\vec{v}+d\vec{v}-\vec{u})dm=m\vec{v}.$$

Бундан

$$md\vec{v}-\vec{u}dm=0$$

ёки

$$md\vec{v}=\vec{u}dm$$

га эга бўламиз. Тизим тезлигининг ($d\vec{v}$) ўзгариши dt вақт давомида содир бўлгани туфайли (газнинг тезлиги $\vec{u}$ ни ўзгармас деб ҳисоблаб), охирги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{u}\frac{dm}{dt}. \qquad (4.8)$$

Бу тенгликнинг ўнг томони тизимга таъсир этувчи реактив кучни ифодалайди; бу тенглик ташқи кучлар (ракетанинг оғирлик кучи ва ҳавонинг қаршилик кучи) ҳисобга олинмаган ҳол учун **ракетанинг ҳаракат тенгламаси** деб аталади. Демак, ракетага таъсир этувчи реактив куч газнинг тезлигига ва вакт бирлиги давомида сарф бўлган ёнилғи массасига мутаносибдир.

Агар ракетага ташқи кучлар ҳам таъсир этса, унинг ҳаракат тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}_{\text{т}}+\vec{u}\frac{dm}{dt}, \tag{4.9}$$

бу ерда $\vec{F}_{\text{т}}$ — ракетага таъсир этувчи оғирлик кучи ва муҳитнинг қаршилик кучларининг вектор йиғиндисидир.

$\vec{u}$ нинг йўналиши $\vec{v}$ нинг йўналиши билан қарама-қарши бўлса, ракета тезланиш билан ҳаракатланади; агар $\vec{u}$ нинг йўналиши $\vec{v}$ билан бир хил бўлса, ракета ҳаракати секинланувчан ҳаракат бўлади. Шунинг учун (4.8) тенгликни ракетанинг ҳаракат йўналишига бўлган проекцияси орқали ифодаласак, уни қуйидагича ёзамиз:

$$m\frac{dv}{dt}=-u\frac{dm}{dt}$$

ёки

$$dv=-u\frac{dm}{m}\ . \tag{4.10}$$

Агар тизим (ракета+ёнилғи)нинг бошланғич массаси m_0 ва тизим ишининг охирида унинг массаси $m_{\text{ф}}=m_0-m_{\text{ё}}$ бўлса, ракетанинг охирги энг катта тезлиги (4.10) тенгликни интеграллаш орқали топилади ($u=\text{const}$):

$$v=-u\int\limits_{m_0}^{m_{\text{ф}}}\frac{dm}{m}=u\ln\frac{m_0}{m_{\text{ф}}},$$

яъни:

$$v=u\ln\frac{m_0}{m_{\text{ф}}}, \tag{4.11}$$

бу ерда $m_{\text{ф}}=m_0-m_{\text{ё}}$ фойдали юк дейилади ($m_{\text{ё}}$ — ишлатилган ёнилғининг массаси). (4.11) тенглик Циолковский формуласи деб аталади. Кўриниб турибдики, ракетанинг эришган энг катта тезлиги ракетадан чиқаётган газнинг тезлигига ва ишлатилган ёнилғининг массасига мутаносибдир. Бошқача айтганда, Циолковский формуласи ракетага муайян v тезлик бериш учун зарур бўлган ёнилғи массаси ($m_{\text{ё}}$) ни ҳисоблашга имкон беради.

4.3-§. ИНЕРЦИЯ МАРКАЗИ

Кўп ҳолларда бир неча жисм (моддий нуқталар)дан иборат механикавий тизимнинг ҳаракат қонунларини ўрганиш билан иш кўришга тўғри келади. Бундай тизимнинг ҳаракат қонунларини ўрганишда мазкур тизим таркибидаги жисмларнинг унда қандай тақсимланганлигини ёки бу жисмлар бир-бирига нисбатан тизимда қандай жойлашганлигини билиш зарурияти туғилади. Шу муносабат билан инерция маркази (масса маркази) деган тушунча киритилади *.

---

* Инерция маркази ва масса маркази атамалари айнан бир маънода ишлатилади, чунки жисмнинг массаси унинг инерция ўлчовидир.

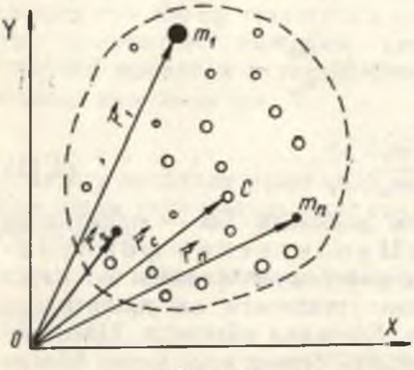
Инерция маркази ва оғирлик маркази деган тушунчалар орасида қуйидаги фарқ борлигини эсдан чиқармаслик керак: оғирлик маркази — бир жинсли оғирлик кучи майдонида жойлашган қаттиқ жисмлар учунгина маънога эга; инерция маркази эса ҳеч қандай майдон билан боғлиқ эмас ва ихтиёрий механикавий тизим учун ўринлидир. Оғирлик кучи майдонида жойлашган қаттиқ жисмлар учун инерция маркази ва оғирлик маркази бир-бири билан мос тушади, яъни бир нуқтада жойлашган бўлади. Инерция маркази массанинг тақсимланишини тасвирловчи геометрик нуқта бўлиб, унинг вазияти координаталар бошига нисбатан $\vec{r}_c$ радиус-вектор билан қуйидагича аниқланади (4.3-расм).

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n},$$

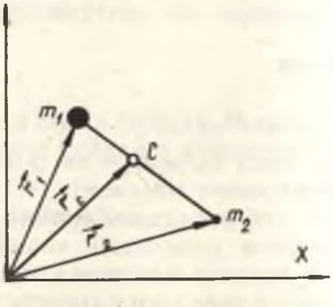
яъни:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i\vec{r}_i, \tag{4.12}$$

бу ерда m_i — тизимга мансуб i-жисмнинг массаси; $\vec{r}_i$ — координаталар боши O га нисбатан i-жисмнинг вазиятини аниқловчи радиус-вектор; $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$ — тизимнинг умумий массаси.



4.3-расм



4.4-расм

Соддалаштириш мақсадида иккита жисмдан иборат тизимни олиб қарайлик (4.4-расм). Массалари m_1 ва m_2 бўлган жисмларнинг вазиятлари координата боши O га нисбатан мос равишда $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ радиус-векторлар билан берилган бўлса, бу икки жисмдан иборат тизимнинг инерция маркази

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

формула орқали ифодаланиб, икки жисмнинг геометрик марказларини бирлаштирувчи тўғри чизиқда ётади.

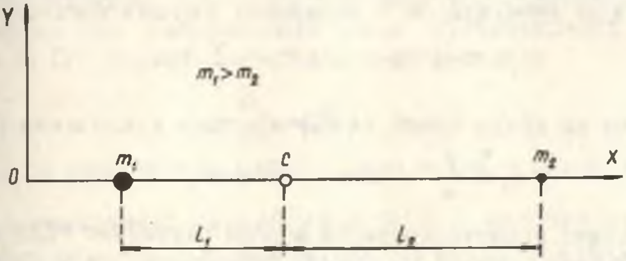
(4.12) тенглама вектор орқали ифодаланган тенгламадир, лекин инерция марказларининг вазиятини аниқловчи мазкур радиус-векторни унинг координата ўқларидаги проекциялари орқали ҳам ифодалаш мумкин:

$$x_c=\frac{1}{m}\sum_i m_i x_i, \quad y_c=\frac{1}{m}\sum_i m_i y_i, \quad z_c=\frac{1}{m}\sum_i m_i z_i \tag{4.13}$$

бунда m — тизимнинг умумий массаси; x_i, y_i, z_i — тизим таркибидаги i-жисмнинг координаталари. Хусусий ҳолда, агар тизим массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита жисмдан иборат бўлса ва уларни X ўқи бўйича жойлаштирсак, инерция марказининг координатаси

$$x_c=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$$

бўлади (4.5-расм).



4.5-расм

Равшанки, $m_1=m_2$ бўлса, инерция маркази икки жисмнинг геометрик марказларини туташтирувчи тўғри чизиқнинг ўртасида ётади; агар $m_1\neq m_2$ бўлса, инерция маркази икки жисмнинг геометрик марказлари орасидаги масофани массалар нисбатига тескари мутаносиб бўлган кесмаларга ажратади (4.5-расмга қ.), яъни

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{l_2}{l_1}.$$

Тизим учта жисмдан иборат бўлса, унинг инерция маркази ихтиёрий иккита жисмнинг инерция марказидан учинчи жисмгача бўлган оралиқни шундай икки бўлакка бўладики, бу бўлаклар узунликларининг нисбати икки жисм массалар йиғиндисининг учинчи жисм массасига нисбатига тескари мутаносиб бўлади. Учтадан ортиқ (n та) жисмдан иборат тизимнинг инерция марказини топишда шу усул кетма-кет қўлланилади.

4.4-§. ИНЕРЦИЯ МАРКАЗИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ. МАССАНИНГ АДДИТИВЛИГИ

Фараз қилайлик, n та жисм (моддий нуқта)дан иборат тизим фазода ҳаракатланаётган бўлсин. Тизим инерция марказини аниқловчи радиус-вектор $\bar{r}_c$ дан вақт бўйича олинган ҳосила (r_c нинг бирлик вақт давомида ўзгариши) инерция марказининг тезлигини ифодалайди:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt}. \qquad (4.14)$$

(4.12) формулани (4.14) га қўйиб, инерция марказининг тезлиги учун

$$\vec{v}_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i\right) = \frac{1}{m}\sum_i m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{v}_i = \frac{1}{m}\sum_i \vec{p}_i \qquad (4.15)$$

га эга бўламиз; бу ерда $\vec{v}_i$ ва $\vec{p}_i$ мос равишда i-жисмнинг тезлиги ва импульси; равшанки

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i\vec{v}_i \qquad (4.16)$$

тизимнинг тўла импульси бўлиб, кўпинча $\vec{p}$ — инерция марказининг импульси ҳам дейилади; m — тизимнинг умумий массаси, яъни:

$$m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n = \sum_i m_i. \qquad (4.17)$$

Энди (4.16) ни кўзда тутиб, (4.15) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{v}_c = \frac{\vec{p}}{m} \quad \text{ёки} \quad \vec{p} = m\vec{v}_c. \qquad (4.18)$$

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан тизимнинг тўла импульсидан вақт бўйича олинган ҳосила шу тизимга таъсир этаётган ташқи кучларнинг вектор йиғиндисига тенг:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \vec{F}_т, \qquad (4.19)$$

бу ерда $\vec{a}_c$ — инерция марказининг тезланиши, $\vec{F}_т$— тизимга таъсир этаётган ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси. Берк тизимда унга таъсир этувчи ташқи кучлар мавжуд эмас ёки ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг ($\vec{F}_т = 0$). У ҳолда охирги тенгликдан инерция марказининг тезланиши

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} = 0$$

бўлади. Бундан $\vec{v}_c = \mathrm{const}$ эканлиги келиб чиқади. Бу хулоса инерция марказининг сақланиш қонунини ифодалайди ва у қуйидагича таърифланади: *берк тизимнинг инерция маркази тўғри чизиқ бўйлаб текис ҳаракат қилади ёки тинч ҳолатда бўлади.*

Тизим импульсининг сақланиш қонунидан массанинг аддитивлик қонуни * келиб чиқади.

(4.18) ифодадан кўриниб турибдики, тизим импульси билан унинг инерция маркази тезлиги орасидаги боғланиш шакл жиҳатидан битта жисм (моддий нуқта)нинг импульси билан тезлиги орасидаги боғла-

---

* Тизимни яхлит тарзда ифодаловчи катталик тизим таркибий қисмларини ифодаловчи айнан ўша катталикларнинг йиғиндисидан иборат бўлса, бу катталик аддитив катталик дейилади.

нишнинг ўзгинасидир. Шу билан бирга, бу ифодадаги мутаносиблик коэффициенти ўрнида турган m катталик тизим таркибига кирувчи айрим жисмлар массаларининг йиғиндиси деган маънога эга. Шундай қилиб, массанинг аддитивлик қонуни қуйидагича ифодаланади: *тизимнинг массаси унинг таркибидаги айрим жисмлар массаларининг йиғиндисига тенг.* Масалан, йўлда кетаётган вагонни йўловчилари билан бирга тизим деб қарасак, унинг умумий массаси, равшанки, унинг ичидаги айрим йўловчилар массалари ва вагоннинг ўзининг айрим қисмлари массаларининг йиғиндисига тенг.

4.5-§. ИНЕРЦИЯ МАРКАЗИНИНГ ҲАРАКАТИ ҲАҚИДАГИ ТЕОРЕМА. М-ТИЗИМ

Инерция маркази тушунчаси бир неча жисмдан иборат бўлган тизим ҳаракатини тавсифлашда анча қулайликларга эга. Шу мақсадда (4.19) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$m\frac{d\vec{v}_c}{dt}=\vec{F}_\text{т}, \tag{4.20}$$

маълумки, бу ерда $m=m_1+m_2+\ldots+m_n=\sum\limits_i m_i$ — тизим таркибидаги барча жисмларнинг умумий массаси, $\vec{v}_c$ — инерция марказининг тезлиги, $\vec{F}_\text{т}$ — тизимга таъсир этаётган барча ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси (ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг). Демак, тизим инерция марказининг олган тезланиши, яъни dv_c/dt ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига мутаносиб ва тизим таркибидаги жисмлар массаларининг йиғиндисига тескари мутаносибдир.

Кўриниб турибдики, бу формула шаклан массаси m ва тезлиги $\vec{v}$ бўлган битта моддий нуқтанинг ташқи $\vec{F}_\text{т}$ куч таъсирида қилаётган ҳаракатини ифодаловчи тенгламага ўхшашдир. Шунинг учун бу формула инерция марказининг ҳаракат тенгламасини ифодалайди ва у қуйидаги хулосага олиб келади: *тизимнинг инерция маркази ташқи кучлар таъсирида массаси тизим таркибидаги барча жисмларнинг массасига тенг бўлган моддий нуқта каби ҳаракатланади.* Бу хулоса инерция марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема деб аталади.

(4.20) формуладан кўринадики, инерция марказининг тезлигини ўзгартириш учун тизимга ташқи кучлар таъсир этиши керак; тизим таркибидаги жисмларнинг ўзаро таъсири туфайли вужудга келадиган ички кучлар ўша жисмларнинг инерция марказига нисбатан тезликларини ўзгартирса-да, бу кучлар инерция марказининг ҳолатини, ҳаракат йўналишини ва тезлигини ўзгартира олмайди. Масалан, ҳаракатланаётган снаряд ҳавода портлаб бир неча бўлакларга парчаланиб кетса, бу бўлакчалар ички кучлар таъсирида ҳар томонга ҳар хил тезлик билан ҳаракатланади. Лекин портлаш натижасида ҳосил бўлган бўлакчаларнинг инерция маркази ҳеч қандай портлаш содир бўлмагандек, ўз ҳаракатини аввалгидек давом эттиради.

Бу ерда келтирилган мулоҳазаларимиз инерция марказининг ҳаракатига тааллуқлидир. Аммо кўп ҳолларда тизимнинг яхлит (бир бутун) ҳаракатидан ташқари унинг таркибидаги жисмларнинг бир-бирига нисбатан (нисбий) ҳаракатини таҳлил қилиш зарурияти ҳам туғилади. Шунинг учун механикавий тизимнинг ҳаракатини ҳамма вақт икки қисмга — тизимнинг бир бутун ҳолдаги ҳаракатига ва унинг таркибидаги жисмларнинг бир-бирига нисбатан ҳаракатига ажратиш мумкин. Тизимдаги жисмларнинг нисбий ҳаракатини таҳлил қилишда инерция маркази билан боғланган саноқ тизимидан фойдаланилади. Бу тизимдаги барча жисмларнинг исталган пайтдаги вазияти инерция марказига нисбатан аниқланади, яъни тизимдаги жисмларга нисбатан инерция маркази қўзғалмас деб қаралади. Бу саноқ тизимини инерция маркази саноқ тизими дейилади. У қисқача *М*-тизим деб номланган. *М*-тизим инерциал саноқ тизимидир, чунки у бошқа инерциал саноқ тизимларига нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилади ёки ўзининг тинч ҳолатини сақлайди. Бошқача айтганда, *М*-тизимга ташқи кучлар таъсир этмайди, бинобарин, у берк тизимдир.

М-тизимнинг бошқа тизимлардан фарқли хусусиятларидан бири шундан иборатки, унинг бир бутун ҳолдаги импульси ($\vec{p} = m\vec{v}_c$) нолга тенг [(4.18) формулага қ.], чунки $\vec{v}_c = 0$.

Элементар заррачаларнинг ўзаро таъсирлашиш жараёнини таҳлил этишда ва қаттиқ жисмларнинг ҳаракатини ўрганишда *М*-тизим кенг қўлланилади.

V БОБ

ИМПУЛЬС МОМЕНТИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

5.1- §. ИМПУЛЬС МОМЕНТИ

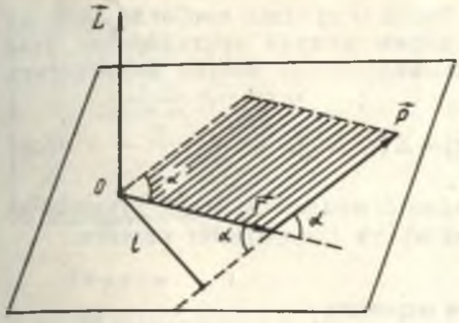
Моддий нуқтанинг импульси $\vec{p} = m\vec{v}$. Фараз қилайлик, массаси m бўлган ҳаракатдаги моддий нуқта (заррача)нинг ихтиёрий пайтдаги вазияти O нуқтага нисбатан аниқланаётган бўлсин (5.1- расм).

Моддий нуқтанинг O нуқтага нисбатан импульс моменти деб қуйидагича ифодаланган векторга айтилади:

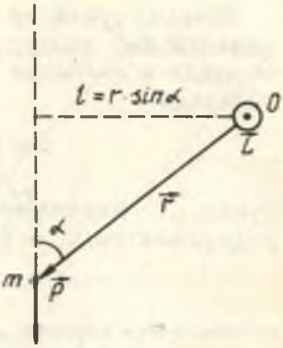
$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}], \qquad (5.1)$$

бунда $\vec{r}$ — саноқ боши ҳисобланган O нуқтадан моддий нуқтага ўтказилган радиус-вектор. (5.1)дан кўриниб турибдики, $\vec{L}$ нинг йўналиши $\vec{r}$ ва $\vec{p}$ векторларнинг вектор кўпайтмаси тарзида аниқланади, яъни импульс моменти вектори $\vec{r}$ ва $\vec{p}$ векторлардан ясалган параллелограмм текислигига тик равишда O нуқтадан ўтган бўлиб, унинг йўналиши парма (ўнг винт) қоидаси билан аниқланади. Импульс моментининг сон қиймати, маълумки,

$$L = rp\sin\alpha. \qquad (5.2)$$



5.1-расм



5.2-расм

Бу тенгликда $r\sin\alpha = l$ — моддий нукта импульсининг O нуқтага нисбатан елкаси дейилади. Елка тушунчасини киритиб (5.2) ни

$$L = lp = mv\,l \tag{5.3}$$

кўринишда ёзиш мумкин (5.2- расмда $\vec{L}$ вектор расм текислигига тик равишда биз томонга йўналган). Охирги икки тенгликдан кўринадики, импульс моменти моддий нукта ҳаракат йўналишининг ва тезлигининг сон қиймати ўзгариши билан ўзгаради; агар моддий нукта тўғри чизиқ бўйлаб ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса O нуқтага нисбатан унинг импульс моменти ўзгармай қолади.

Моддий нукта радиуси $\vec{r}$ бўлган айлана бўйлаб ўзгармас тезлик ($|\vec{v}| = \text{const}$) билан ҳаракатланаётган бўлса (Ернинг Қуёш атрофидаги ҳаракати ва мутақаббил (классик) физика тасаввурларига кўра электронларнинг ядро атрофидаги ҳаракати бунга мисол бўла олади), унинг айлана марказига нисбатан (5.3- расм) импульсининг сон қиймати:

$$L = mvr. \tag{5.4}$$

Равшанки, бу ҳолда моддий нуктанинг ҳаракат йўналиши узлуксиз ўзгариб турсада, импульс моментининг сон қиймати ўзгармай қолади.

O нукта орқали ўтувчи ихтиёрий Z ўққа $\vec{L}$ векторнинг проекцияси моддий нуктанинг шу ўққа нисбатан **импульс моменти** дейилади:

$$L_z = [\vec{r}, \vec{p}]_z. \tag{5.5}$$

Ўққа нисбатан импульс моменти скаляр катталик бўлиб, нуқтага нисбатан импульс моменти эса вектор катталикдир.

5.3-расм

Моддий нуқталар тизимининг бирор O нуқтага нисбатан *импульс моменти* деб мазкур тизимдаги айрим моддий нуқталарнинг ўша O нуқтага нисбатан импульс моментларининг вектор йиғиндисига айтилади:

$$\vec{L}=\sum_i L_i=\sum_i [\vec{r}_i, \vec{p}_i]=\sum_i [\vec{r}_i, m\vec{v}_i], \qquad (5.6)$$

бунда $\vec{r}_i$ — қаралаётган O нуқтадан i- моддий нуқтага ўтказилган радиус-вектор, $\vec{v}_i$ — ўша i- моддий нуқта (зарра)нинг тезлиги.

5.2- §. КУЧ МОМЕНТИ

Тинч турган жисмни айланма ҳаракатга келтирувчи ёки унинг айланма ҳаракатини ўзгартирувчи ташқи таъсирни тавсифлаш учун куч моменти деган тушунча киритилади. Куч моменти бирор нуқтага нисбатан ёки бирор айланиш ўқига нисбатан аниқланади.

Қаттиқ жисм моддий нуқталар тизимидан иборат бўлганлигидан куч моменти тушунчасини дастлаб моддий нуқта мисолида қараб чиқайлик. Массаси m бўлган моддий нуқтанинг исталган вақтдаги вазияти саноқ боши сифатида қабул қилинган O нуқтага нисбатан радиус-вектор $\vec{r}$ орқали аниқланаётган бўлсин. Моддий нуқтага қандайдир $\vec{F}$ куч таъсир этаётган бўлса, $\vec{r}$ радиус-векторнинг $\vec{F}$ кучга вектор кўпайтмаси (5.4- расм) $\vec{F}$ кучнинг O нуқтага нисбатан моменти дейилади:

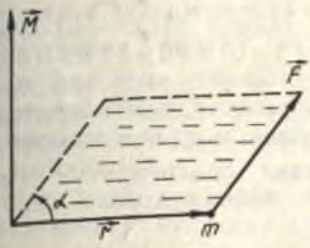
$$\vec{M}=[\vec{r},\vec{F}], \qquad (5.7)$$

бунда $\vec{F}$— моддий нуқтага таъсир этувчи барча кучларнинг тенг таъсир этувчисидир. Куч моменти $\vec{M}$ псевдовектор бўлиб, у $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар ётган текисликка тик йўналган, йўналиши эса ўнг винт қоидаси билан аниқланади, яъни ўнг винтни $\vec{r}$ дан $\vec{F}$ га қараб бураганда винтнинг илгариланма ҳаракати $\vec{M}$ нинг йўналиши билан мос тушади. Куч моментининг сон қиймати, равшанки,

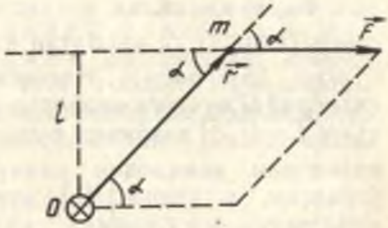
$$M=Fr\sin\alpha=Fl, \qquad (5.8)$$

бу ерда α — $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар орасидаги бурчак; $l=r\sin\alpha$ эса O нуқтадан $\vec{F}$ кучнинг таъсир чизиғига туширилган тик чизиқнинг узунлиги (O нуқтадан $\vec{F}$ кучнинг таъсир чизиғигача бўлган энг яқин масофа) бўлиб, у куч елкаси дейилади (5.5- расм; $\vec{L}$ вектор расм текислигига тик равишда биздан қарама-қарши томонга қараб йўналган).

Ўққа нисбатан куч моменти нуқтага нисбатан куч моментининг шу нуқтадан ўтувчи ўққа туширилган проекциясига тенг бўлади. Ўққа нисбатан куч моменти скаляр катталикдир. Агар



5.4-расм



5.5-расм

Z ўқ $\vec{M}$ векторнинг йўналиши билан мос тушса, у ҳолда куч моменти ўқ йўналишидаги вектор тарзида ифодаланиши мумкин:

$$\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}]_z. \tag{5.9}$$

Энди n та моддий нуқтадан иборат тизимни олиб қарайлик. Тизимдаги i-моддий нуқтанинг O нуқтага нисбатан вазиятини $\vec{r}_i$ радиус-вектор билан ва унга таъсир қилувчи кучни $\vec{F}_i$ орқали белгиласак, O нуқтага нисбатан мазкур кучнинг моменти

$$\vec{M}_i = [\vec{r}_i, \vec{F}_i]$$

тарзда ифодаланади. O нуқтага нисбатан моддий нуқталар тизимига таъсир этувчи куч моментини тавсифлашда барча моддий нуқталарни O нуқтага нисбатан бир бутун (яхлит) тарзда олиб қаралади (қаттиқ жисмни моддий нуқталар тизими деб қараш мумкин). O нуқтага нисбатан моддий нуқталар тизимига таъсир этувчи куч моменти деб ҳар бир моддий нуқтага қўйилган куч моментларининг вектор йиғиндисига айтилади:

$$\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i = \sum_i [\vec{r}, \vec{F}_i], \tag{5.10}$$

бунда $\vec{F}_i$ — i- моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи кучнигина ифодалайди. Шу нарсани алоҳида таъкидлаш лозимки, тизимдаги ҳар бир моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи кучдан ташқари, моддий нуқталарнинг ўзаро таъсири туфайли вужудга келувчи кучлар ҳам мавжуд. Маълумки, бу кучлар ички кучлар дейилади. Ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг ((4.8)га қ.) бўлганлиги туфайли (5.10) ифодада фақат ташқи кучларгина акс эттирилган.

5.3- §. ИМПУЛЬС МОМЕНТИНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ. МОМЕНТЛАР ТЕНГЛАМАСИ

Юқорида биз моддий нуқталар тизими учун импульс моменти ва куч моменти деган катталиклар билан танишдик. Бу катталикларда моддий нуқтанинг исталган пайтдаги вазиятини аниқловчи радиус-вектор ($\vec{r}$) қатнашади. Бинобарин, импульс моменти ва куч моменти ўзаро бирор муносабат билан богланган. Шу муносабатни аниқлайлик. Фараз қилайлик, массаси m ва тезлиги $\vec{v}$ бўлган моддий нуқтага саноқ боши O га нисбатан қандайдир $\vec{F}$ куч таъсир қилаётган бўлсин (5.6- расм). Натижада моддий нуқтанинг импульси ва ихтиёрий O нуқтага нисбатан унинг импульс моменти ўзгариб боради, яъни $\vec{L}=[\vec{r}, \vec{p}]$ вақтнинг функциясидир. Айтайлик, моддий нуқтанинг вазиятини аниқловчи радиус-вектор dt вақт оралиғида $d\vec{r}$ га ўзгарсин; у ҳолда (5.1) тенгликдан вақт бўйича ҳосила олиб қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d}{dt}[\vec{r}, \vec{p}]=[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}]+[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt}], \qquad (5.11)$$

бунда $d\vec{r}/dt$ — моддий нуқтанинг t пайтдаги тезлиги ($d\vec{r}/dt=\vec{v}$); $\frac{d\vec{p}}{dt}$ эса Ньютоннинг II қонунига кўра, моддий нуқтага таъсир этувчи кучларнинг тенг таъсир этувчиси. Буларни ва $\vec{p}=m\vec{v}$ эканлигини назарда тутиб, (5.11)ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=[\vec{v}, m\vec{v}]+[\vec{r}, \vec{F}].$$

Бу тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи қўшилувчи ҳад иккита коллинеар векторларнинг вектор кўпайтмаси бўлганлиги туфайли нолга тенг; иккинчи қўшилувчи ҳад эса моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи кучларнинг O нуқтага нисбатан моменти ($\vec{M}$)ни ифодалайди. Шунинг учун юқоридаги тенглик қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}. \qquad (5.12)$$

Бу ифода моддий нуқта учун моментлар тенгламаси дейилади. (5.12) дан кўринадики, импульс моментининг вақт бўйича ўзгариши моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи кучларнинг O нуқтага нисбатан моменти билан аниқланади (моментлар тенгламасининг Ньютоннинг иккинчи қонунига ўхшашлиги кўзга ташланади: моддий нуқта импульсининг вақт бўйича ўзгариши унга таъсир этаётган барча ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисига тенг).

Моддий нуқтага таъсир этувчи барча ташқи кучлар тенг таъсир этувчисининг O нуқтага нисбатан моменти нолга тенг ($\vec{M}=0$) бўлса, (5.12) тенглик қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=0. \qquad (5.13)$$

Ўзгармас катталикнинг вақт бўйича ҳосиласи нолга тенг эканлигини назарда тутсак, (5.13)дан

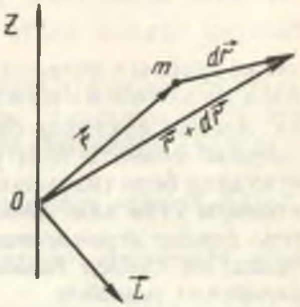
$$\vec{L}=\text{const} \qquad (5.14)$$

эканлиги келиб чиқади. Бу натижа моддий нуқта импульс моментининг сақланиш қонунини ифодалайди: *моддий нуқтага таъсир этаётган кучларнинг тенг таъсир этувчисининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти нолга тенг бўлса моддий нуқта импульсининг шу нуқтага нисбатан моменти вақт ўтиши билан ўзгармайди.*

Моддий нуқтанинг импульс моменти ихтиёрий O нуқтадан ўтувчи бирор ўққа (масалан Z ўққа, 5.6- расм) нисбатан аниқланаётган бўлса, (5.12) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \qquad (5.15)$$

бунда L_z ва M_z — $\vec{L}$ ва $\vec{M}$ векторларнинг мос равишда Z ўққа туширилган проекциялари. Шундай қилиб, ўққа нисбатан импульс моментининг вақт бўйича ўзгариши моддий нуқтага таъсир этувчи ташқи кучлар моментининг мазкур ўққа туширилган проекциясига тенг экан.



5.6-расм

Энди моддий нуқталар тизимини олиб қарайлик. Умуман, тизимдаги ҳар бир моддий нуқтага ташқи ва ички кучлар таъсир этади. Ички кучлар тизимдаги моддий нуқталарнинг ўзаро таъсир кучларидан иборат бўлганлиги туфайли уларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг ва бинобарин, ички кучларнинг O нуқтага нисбатан моменти ҳам нолга тенг. Шунинг учун тизимга таъсир этувчи кучлар фақат ташқи кучлардан иборат бўлади. Демак, n та моддий нуқталар тизими учун (5.12) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{d}{dt}\sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{M}_i. \qquad (5.16)$$

Бунда $\sum\limits_i \vec{L}_i = \sum\limits_i [\vec{r}, m\vec{v}_i]$ — тизимнинг ихтиёрий O нуқтага нисбатан импульс моменти. (5.16) тенглик моддий нуқталар тизими учун моментлар тенгламасини ифодалайди.

Шундай қилиб, *моддий нуқталар тизимининг ихтиёрий O нуқтага нисбатан импульс моментидан вақт бўйича олинган ҳосила барча ташқи кучларнинг шу нуқтага нисбатан куч моментларининг вектор йиғиндисига тенг.*

(5.16) ифодадаги барча вектор катталикларнинг ихтиёрий O нуқта орқали ўтувчи Z ўққа проекцияси олинса, қуйидаги муносабат ҳосил бўлади:

$$\frac{d}{dt}\sum_i L_{iz} = \sum_i M_{iz}, \qquad (5.17)$$

яъни, тизимдаги моддий нуқталарнинг O нуқтадан ўтувчи ўққа нисбатан импульс моментларининг алгебраик йиғиндисининг вақт бўйича ўзгариши шу ўққа нисбатан олинган куч моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

Агар моддий нуқталар тизими берк бўлса (тизимга ташқи кучлар таъсир қилмаса), (5.16) ифоданинг ўнг томони нолга тенг бўлади: бундан

$$\sum_i \vec{L}_i = \text{const} \tag{5.18}$$

деган хулосага келамиз. (5.18) тенглик моддий нуқталар тизими учун импульс моментининг сақланиш қонунини ифодалайди: *моддий нуқталар берк тизимининг ихтиёрий О нуқтага нисбатан импульс моменти вақт ўтиши билан ўзгармайди.* Бу натижа моддий нуқталар берк тизимининг *О* нуқтадан ўтувчи ўққа нисбатан импульс моменти учун ҳам ўринлидир: *тизимга таъсир этувчи ташқи кучлар тенг таъсир этувчисининг бирор ўққа нисбатан моменти нолга тенг бўлса, бу кучлар тизимнинг шу ўққа нисбатан импульс моментини ўзгартира олмайди.*

5.4- §. МАРКАЗИЙ МАЙДОНДАГИ ҲАРАКАТ. КЕПЛЕР ҚОНУНЛАРИ

Фазонинг ҳар бир нуқтасида моддий нуқтага қандайдир кучлар (ёки куч) таъсир этаётган бўлса, демак бу моддий нуқта кучлар майдонида бўлади. Марказий майдондаги ҳаракатда моддий нуқтага марказий кучлар таъсир этади. Марказий кучларга хос хусусият шундан иборатки, бу кучларнинг барчаси қўзғалмас марказ (қўзғалмас нуқта)дан ўтиб, бу кучларнинг катталиги марказ билан моддий нуқта орасидаги масофага боғлиқ. Бу қўзғалмас марказ куч маркази дейилади. Бирор моддий нуқта (жисм) атрофида ҳосил бўлган гравитация майдони, нуқтавий заряд ҳосил қилган электростатик майдон ва шу каби майдонлар марказий майдонлардир. Хусусан, Қуёш тизимидаги сайёраларнинг ўз меҳварлари бўйлаб ҳаракати марказий майдондаги ҳаракат бўлиб, биз қуйида уларнинг ҳаракатидаги қонуниятларни қараб чиқамиз.

Қуёш ва сайёралар орасидаги масофа уларнинг ўлчамларига нисбатан анча катта бўлганлигидан уларни моддий нуқта деб қараш мумкин. Қуёшнинг массасини m_0 ва унинг атрофида айланувчи бирор сайёранинг массасини m билан белгиласак, улар орасидаги тортишиш (гравитация) кучи

$$F=\gamma\frac{m_0 m}{r^2} \tag{5.19}$$

тарзида ифодаланади (бутун олам тортишиш қонуни). Бу куч майдони марказий майдондир, чунки ҳар бир сайёрага таъсир этувчи куч Қуёш марказидан ўтади ва бинобарин, мазкур кучнинг елкаси нолга тенг. Демак

$$\vec{M}=[\vec{r},\vec{F}]=0.$$

Бундан ва моментлар тенгламасидан қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0 \qquad \vec{L} = m[\vec{r}, \vec{v}] = L_0 = \text{const}, \tag{5.20}$$

яъни Қуёш тизимидаги ҳар бир сайёранинг импульс моменти вакт ўтиши билан ўзгармайди. (5.20) тенгликдан кўринадики, марказий майдондаги ҳаракат траекторияси $\vec{L}$ га тик жойлашган ясси текислик ($\vec{r}$ ва $\vec{v}$ векторлар ётган текислик)да ётади. Бундай ҳаракат ясси ҳаракат дейилади.

Юқорида келтирилган бутун олам тортишиш қонуни (5.19)ни келтириб чиқаришда Ньютон сайёраларнинг ҳаракати ҳақидаги Кеплернинг учта қонунига асосланган. **Кеплер қонунлари** қуйидагилар:

1. *Барча сайёраларнинг орбиталари эллипсдан иборат бўлиб, унинг бир фокусида Қуёш жойлашган.*
2. *Сайёранинг радиус-вектори тенг вақтлар оралиғида тенг юзалар чизади.*
3. *Сайёраларнинг айланиш даврлари квадратларининг эллиптик орбиталар катта ярим ўқларининг кубларига нисбати барча сайёралар учун бир хил:*

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \ldots = \text{const}.$$

Биз қуйида марказий майдондаги ҳаракат хусусиятларидан ва Қуёш атрофида айланувчи сайёралар энергияларининг ҳамда импульс моментларининг сақланиш қонунларидан фойдаланиб, Кеплер қонунларини асослаймиз. Дастлаб унинг иккинчи қонунини қараб чиқамиз.

Кеплернинг иккинчи қонуни. Сайёраларнинг ҳаракати давомида унинг $\vec{r}$ радиус-вектори dt вакт давомида $d\varphi$ бурчакка бурилади. Шу вакт давомида $\vec{r}$ чизган секторнинг юзи (5.7- расм):

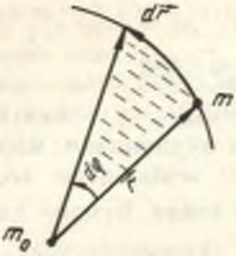
$$d\vec{S} = \frac{[\vec{r}, d\vec{r}]}{2}$$

Бу тенгликдан вакт бўйича ҳосила олиб, уни сайёранинг массаси m га кўпайтирамиз:

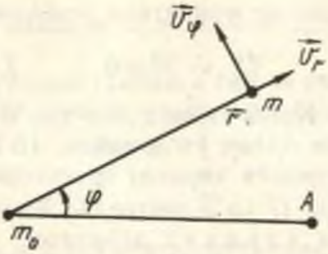
$$2m\frac{d\vec{S}}{dt} = m\left[\frac{d\vec{r}}{dt}, d\vec{r}\right] + m\left[\vec{r}, \frac{dr}{dt}\right]; \tag{5.21}$$

бу тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи қўшилувчи ҳад иккита коллинеар векторниинг вектор кўпайтмаси бўлгани туфайли, у нолга тенг; иккинчи ҳаддаги $\frac{d\vec{r}}{dt}$ — сайёранинг тезлигини ифодалайди (яъни $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$); $\frac{d\vec{S}}{dt}$ — сектор тезлик дейилади. Шундай қилиб, (5.21) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$2m\frac{d\vec{S}}{dt} = m[\vec{r}, \vec{v}] \quad \text{ёки} \quad \frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{\vec{L}_0}{2m} = \text{const}. \tag{5.22}$$



5.7-расм



5.8-расм

Охирги тенгликнинг ўнг томони ўзгармас катталиклардан иборат бўлганлигидан қуйидаги хулосага келамиз: *марказий майдондаги ҳаракатда сайёранинг сектор тезлиги ўзгармайди.*

Энди (5.22) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$dS = \frac{L_0}{2m}dt \qquad \text{ёки} \qquad \Delta S = \frac{L_0}{2m}\Delta t. \tag{5.23}$$

(5.22) ва унга муқобил (5.23) тенгликлар Кеплернинг иккинчи қонунини ифодалайди: *сайёранинг ҳаракати давомида унинг радиус-вектори тенг вақтлар оралигида тенг юзалар чизади.*

Кеплернинг биринчи қонуни. Сайёраларнинг ҳаракати ясси ҳаракат бўлганлиги туфайли бундай ҳаракатни баён қилишда қутб координаталари $\vec{r}$ ва φ дан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. 5.8- расмда m_0 ва m орқали Қуёш ва бирор сайёранинг t вақтдаги вазияти акс эттирилган; бунда $\vec{r}$ — Қуёшдан сайёрагача бўлган масофа (радиус-вектор); φ — қутб бурчаги (унинг катталиги шартли равишда саноқ боши деб ҳисобланган қутб ўқи m_0A га нисбатан соат мили йўналишига тескари йўналишда олинади).

Сайёранинг ўз меҳвари бўйлаб ҳаракат тезлигини бири радиус-вектор $\vec{r}$ йўналишида, иккинчиси унга тик йўналишда бўлган ўзаро тик иккита ташкил этувчига ажратиш мумкин (5.8- расм):

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\varphi$$

ёки

$$\vec{v} = v_r\vec{i} + v_\varphi\vec{j} = r\vec{i} + r\dot{\varphi}\vec{j}, \tag{5.24}$$

бунда $\vec{v}_r = v_r\vec{i}$ — Қуёшдан сайёрагача бўлган масофанинг ўзгариши билан, $v_\varphi = v_\varphi\vec{j}$ эса φ бурчакнинг ўзгариши билан боғлиқ тезликлар; $\vec{i}$ ва $\vec{j}$ мос равишда $\vec{v}_r$ ва $\vec{v}_\varphi$ йўналишдаги бирлик векторлар ((5.24) ифодада $v_\varphi = \omega \cdot r = r\dot{\varphi}$ эканлиги эътиборга олинди).

Энди сайёранинг импульс моментини қутб координаталарида ифодалаймиз. (5.24)ни (5.20)га қўйиб қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{L} = m[\vec{r}, \vec{v}] = m[\vec{r}, \vec{v}_r] + m[\vec{r}, \vec{v}_\varphi]; \tag{5.25}$$

$\vec{r}$ ва $\vec{v}_r$ коллинеар (бир хил йўналишдаги) векторлар бўлганлиги учун охирги тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи қўшилувчи ҳад нолга тенг эканлигини ва (5.24)ни назарда тутсак, сайёранинг импульс моменти қуйидаги кўринишга келади:

$$\vec{L} = m[\vec{r}, \vec{v}_\varphi] = m[\vec{r}, r\dot{\varphi}\vec{j}\,] = mr\dot{\varphi}[\vec{r}, \vec{j}\,];$$

$\vec{r}$ ҳамда $\vec{j}$ векторлар ўзаро тик ва $[\vec{r}, \vec{j}\,]$ нинг йўналиши $\vec{L}$ билан бир хил бўлиб, сон қиймати r га тенг. Шундай қилиб, сайёранинг импульс моментининг сақланиш қонуни қутб координаталар тизимида қуйидагича ифодаланади:

$$L = mr^2\dot{\varphi} = L_0 = \text{const}. \tag{5.26}$$

(5.24) ни назарда тутиб, сайёранинг кинетик энергиясини қутб координаталари орқали

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(\dot{r}\vec{i} + r\dot{\varphi}\vec{j}\,)^2 = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{mr^2\dot{\varphi}^2}{2} \tag{5.27}$$

кўринишда ёзамиз (бунда ўзаро тик $\vec{i}$ ва $\vec{j}$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси нолга тенг эканлиги эътиборга олинди). Марказий майдонда ҳаракат қилаётган сайёранинг потенциал энергияси манфий, чунки мазкур майдонда жисмга таъсир этувчи кучлар консерватив кучлардир ((6.25) га қ.):

$$E_п = -\gamma\frac{m_0 m}{r}$$

(m_0 ва m — мос равишда Қуёшнинг ва сайёранинг массаси). Шундай қилиб, марказий майдонда ҳаракатланаётган сайёранинг тўла энергиясининг ва импульс моментининг сақланиш қонуни қуйидагича ифодаланади:

$$E_0 = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + \frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2 - \gamma\frac{m_0 m}{r} = \text{const}, \tag{5.28}$$

$$L_0 = mr^2\dot{\varphi} = \text{const}. \tag{5.29}$$

Бу тенгламаларда вақт бўйича олинган ҳосилаларни бурчак φ бўйича олинган ҳосилалар билан алмаштирамиз. Бунинг учун $\dot{\varphi} = L_0/mr^2$ эканини эътиборга олиб, (5.28)дан қуйидагиларга эга бўламиз:

$$(\dot{r})^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{2}{m}E_0 + \gamma\frac{2m_0}{r} - \frac{L_0^2}{m^2r^2},$$

бундан

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m}E_0 + \gamma\frac{2m_0}{r} - \frac{L_0^2}{m^2r^2}}}. \tag{5.30}$$

Энди (5.29) ни

$$d\varphi=\frac{L_0}{mr^2}\,dt$$

кўринишда ёзамиз ва ундаги dt ўрнига (5.30) ни қўйиб ҳамда уни интеграллаб,

$$\varphi=\int\frac{L_0dr/r^2}{\sqrt{2mE_0+(2m_0m^2\gamma/r)-L_0^2/r^2}}. \qquad (5.31)$$

ни ҳосил қиламиз. Илдиз остидаги ифодани

$$2mE_0+\frac{m_0^2m^4}{L_0^2}\gamma^2-\frac{L_0^2}{r^2}+\frac{2m_0m^2}{r}\gamma-\frac{m_0^2m^4}{L_0^2}\gamma^2$$

тарзда ёзиб, сўнгра

$$\eta=\frac{L_0}{r}-\frac{m_0m^2}{L_0}\gamma;\quad \delta^2=2mE_0+\frac{m_0^2m^4}{L_0^2}\gamma^2 \qquad (5.32)$$

алмаштиришларни киритсак ($d\eta=-L_0dr/r^2$), (5.31) ифода «жадвал» интеграли, яъни

$$\varphi=-\int\frac{d\eta}{\sqrt{\delta^2-\eta^2}} \qquad (5.33)$$

кўринишга келади. Бинобарин,

$$\varphi=-\arcsin\frac{\eta}{\delta}+\varphi_1=\arccos\frac{\eta}{\delta}+\varphi_0, \qquad (5.34)$$

(бунда $\varphi_0=\varphi_1-\frac{\pi}{2}$). φ_0 нинг қиймати ҳисоб бошини танлашга боғлиқ: ҳисоб бошини шундай танлайликки, $\varphi_0=0$ бўлсин. η, δ ва $d\eta$ ларнинг қийматларини (5.34) га қўйсак,

$$\varphi=\arccos\frac{(L_0/r)-(m_0m^2/L_0)\gamma}{\sqrt{2mE_0+(m_0^2m^4/L_0^2)\gamma^2}}$$

бўлади. Арккосинус остидаги касрнинг сурат ва махражини $\frac{L_0}{m_0m^2\gamma}$ га кўпайтириб, (5.34) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\varphi=\arccos\frac{(L_0^2/m_0m^2r\gamma)-1}{\sqrt{(2L_0^2E_0/m_0^2m^3\gamma^2)+1}},$$

бу ифодада

$$p=\frac{L_0^2}{m_0m^2\gamma}; \qquad (5.35)$$

$$e=\sqrt{(2E_0L_0^2/m_0^2m^3\gamma^2)+1} \tag{5.36}$$

белгилашларни киритамиз, у ҳолда

$$\varphi=\arccos\frac{\frac{p}{r}-1}{e}. \tag{5.37}$$

Бундан

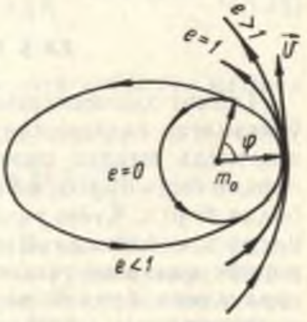
$$\cos\varphi=\frac{\frac{p}{r}-1}{e} \quad \text{ва} \quad r=\frac{p}{1+e\cos\varphi} \tag{5.38}$$

келиб чиқади. (5.38) қутб координаталари орқали ифодаланган конус кесимнинг куч маркази (Қуёш)га нисбатан тенгламасидир (бу натижа Кеплернинг I қонунидир); хусусий ҳолда (5.38) *эллипс тенгламаси, p* — унинг *параметри, e* — эллипснинг *эксцентриситети* дейилади. (5.38) дан кўринадики, φ бурчакни ўлчаш сайёра радиус-вектори ($\vec{r}$) нинг шундай вазиятидан бошланадики, ўша вазиятда $\vec{r}$ нинг узунлиги $p/(1+e)$ га тенг бўлади.

Конус кесимнинг шакли эксцентриситетнинг катталигига боғлиқ ҳолда ҳар хил бўлиши мумкин, (5.36) ни

$$e^2-1=\frac{2L_0^2E_0}{m_0^2m^3\gamma^2}$$

шаклда ёзсак, ундан кўринадики, $E_0=-\frac{m_0^2m^3\gamma^2}{2L_0^2}$ бўлса, $e=0$ бўлади (яъни орбита айланадан иборат); $E_0>0$ бўлса, $e>1$ (гипербола); $E_0<0$ бўлса $e<1$ (эллипс); $E_0=0$ бўлса $e=1$ (парабола) бўлади (5.9- расм). $E_0<0$ бўлганда траектория эллипс бўлиши (5.28)га кўра $\frac{mv^2}{2}<\gamma\frac{m_0m}{r^2}$ эканлигини билдиради.



5.9-расм

Кеплернинг учинчи қонуни. Сайёранинг сектор тезлиги $\frac{dS}{dt}$ бўлса, эллипс бўйлаб тўла айланиш даври T давомида радиус-вектор чизган юзанинг катталиги

$$S=\frac{dS}{dt}T$$

бўлади. (5.22)ни эътиборга олиб, бу тенгликни

$$S=\frac{L_0}{2m}T \tag{5.39}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Иккинчи томондан, ярим ўқлари a ва бўлган эллипснинг юзи

$$S=\pi ab. \tag{5.40}$$

Аналитик геометриядан маълум бўлган $b=a\sqrt{1-e^2}$ ва $b^2=ap$ муносабатларни ҳамда (5.35)ни эътиборга олиб, (5.40)ни қуйидагича ёзамиз:

$$S=\pi a\sqrt{ap}=\pi a\sqrt{(aL_0^2)/m_0m^2\gamma}. \tag{5.41}$$

5.39) ва (5.41) дан

$$T=2\pi ma\sqrt{a/m_0m^2\gamma},$$

$$\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{m_0\gamma}=\text{const} \tag{5.42}$$

эканлиги келиб чиқади. Бу Кеплернинг III қонунидир. Шундай қилиб, марказий майдондаги ҳаракатда энергиянинг ва импульс моментининг сақланиш қонунларидан мантиқий равишда Кеплер қонунлари келиб чиқар экан.

5.5- §. КОИНОТГА ЧИҚИШ ТЕЗЛИКЛАРИ

Табиат ҳодисаларини ўрганиш мақсадида кўп асрлар давомида ўтказилган тадкиқотлар ва тажрибалар Ер сиртида мавжуд бўлган шароитда амалга оширилган эди. Ер — Қуёш тизимидаги сайёралардан бири бўлиб, мазкур тизимда кичик соҳани ташкил этади. Шу билан бирга, Қуёш тизими ҳам ўз навбатида Коинотнинг кичик бир қисми ҳисобланади. Коинот сирларини ўрганиш муаммоси Коинотга парвоз қилишни тақозо қилади. Ҳозирги замон фан ва техникаси тараққиёти бундай парвозларни амалга ошириш учун дастлабки имкониятларни яратди ҳамда Ернинг сунъий йўлдошларининг учирилиши мазкур йўналишда қилинган биринчи қадам бўлди.

Жисм (ёки фазовий кема) Ернинг сунъий йўлдошига айланиши учун унга муайян бошланғич тезлик бериш лозим. Мазкур тезлик биринчи коинот тезлиги дейилади. Шу тезликни аниқлайлик. Массаси m бўлган жисм Ернинг атрофида айлана бўйлаб ҳаракатланиши учун унга таъсир қилувчи марказга интилма куч сон жиҳатдан жисмнинг оғирлик кучига тенг бўлиши керак (ҳавонинг қаршилигини эътиборга олмаймиз):

$$\frac{mv_1^2}{R}=mg, \tag{5.43}$$

бунда R — айлананинг радиуси бўлиб, амалий жиҳатдан Ернинг радиусига яқин ($R\approx R_E=6371$км), g — жисмнинг эркин тушиш тезланиши. (5.43)дан

$$v_1=\sqrt{gR}\approx 7{,}9\cdot 10^3\,\text{м/с}\approx 8\,\frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Ернинг сунъий йўлдоши ўз меҳвари (орбитаси) бўйлаб ҳаракатланиб турганда у Ернинг тортиш кучи таъсирида бўлади. Коинотни ўзлаштиришдаги иккинчи қадам шундан иборатки, жисм ўз ҳаракати туфайли Ернинг тортиш кучини енгиб, Қуёшнинг сунъий йўлдошига айланиши керак. Бундай ҳаракат тезлиги иккинчи коинот тезлиги дейилади. Жисм бундай тезликка эришиши учун унинг тўла энергияси нолга тенг бўлиши, яъни

$$E_0=\frac{mv_2^2}{2}-\gamma\frac{m_Em}{R}=0$$

тенглик бажарилиши лозим (бунда m_E — Ернинг массаси). Бундан

$$v_2^2=\frac{2\gamma m_E}{R} \qquad (5.44)$$

га эга бўламиз. Иккинчи томондан, Ернинг ўз ўқи атрофида айланиши туфайли вужудга келган марказдан қочма куч (3.20) ни эътиборга олмаганда жисмга таъсир этувчи Ернинг тортиш кучига, яъни оғирлик кучига тенг:

$$\gamma\frac{m_Em}{R^2}=mg, \quad \text{бундан} \quad \gamma\frac{m_E}{R}=gR. \qquad (5.45)$$

(5.44) ва (5.45) дан иккинчи коинот тезлиги учун қуйидаги натижа келиб чиқади:

$$v_2=\sqrt{2gR}=\sqrt{2}\,\sqrt{gR}=\sqrt{2}\,v_1\approx 11{,}2\,\frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Учинчи коинот тезлиги ҳам мавжуд. Жисм бундай тезликка эришганда у Ер ва Қуёшнинг тортиш кучини енгиб Қуёш тизими чегарасидан чиқиб кетади. Учинчи коинот тезлигини топиш учун (5.44) формулада Ернинг массаси ўрнига Қуёш массаси (M)ни (назарий жиҳатдан Қуёш тизимининг массасини); R ўрнига Ер орбитасининг радиусини олиш керак ($M=1{,}97\cdot10^{30}$кг; $R=1{,}5\cdot10^{11}$км):

$$v_3=\sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}=\sqrt{2\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\cdot1{,}97\cdot10^{30}/1{,}5\cdot10^{11}}=$$

$$4{,}2\cdot10^4\,\text{м/с}=42\ \text{км/с}.$$

Олинган бу натижа Ер қўзғалмас бўлган ҳол учун ўринлидир. Ернинг ўз орбитаси бўйлаб 30 км/с тезлик билан ҳаракат қилиши ва Қуёш тизимидаги барча жисмлар (сайёралар ва кометалар)нинг массаси эътиборга олинса, фазовий кема тезлигининг йўналиши Ернинг ўз орбитаси бўйлаб ҳаракат йўналишига нисбатан қандай бурчак ташкил этишига қараб v_3 тезликнинг катталиги 17 дан 73 км/с гача ўзгаради.

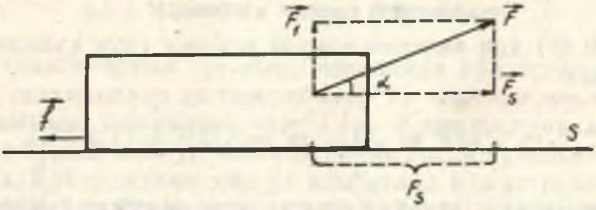
VI БОБ

ЭНЕРГИЯНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

6.1-§. ИШ ВА ҚУВВАТ. ЭНЕРГИЯ

Жисмлар бир-бири билан таъсирлашиши натижасида ҳаракат бир жисмдан иккинчисига узатилади. Ўзаро таъсир, маълумки, куч воситасида рўй беради, яъни куч таъсирида жисмнинг механикавий ҳаракати ўзгаради, аммо шуни ҳам назарда тутиш керакки, агар жисм тинч ҳолатда бўлса, у ҳолда унга ҳеч қандай куч таъсир қилмаяпти деган хулоса келиб чиқмайди: жисмга таъсир этаётган кучлар бир-бирини мувозанатлайди. Масалан, стол устида тинч турган жисмнинг оғирлик кучи столнинг акс таъсир кучи билан мувозанатда бўлади. Бошқа ҳолларда ташқи куч таъсири ҳаракат билан боғлиқ бўлиб, мазкур ҳаракат туфайли жисм муайян вакт оралиғида бирор масофани босиб ўтади — ташқи куч иш бажаради.

Кундалик ҳаётимизда қўлланиладиган иш тушунчаси билан механикавий ҳаракат билан боғлиқ иш тушунчалари бир-биридан тубдан фарк қилади; бу фарк шундан иборатки, механикавий иш ҳаракат билан боғлиқ бўлиб, жисмларнинг бир жойдан иккинчи жойга кўчишида ташқи кучнинг бажарган иши билан ўлчанади.



6.1-расм

Тажрибаларнинг кўрсатишича, бажарилган иш жисм босиб ўтган йўлга ва унга таъсир этувчи ташқи кучга мутаносибдир. Доимий $\vec{F}$ куч таъсирида жисм тўғри чизиқли ҳаракат қилиб қандайдир s масофани босиб ўтса, бу кучнинг бажарган иши (6.1-расм)

$$A = Fs\cos\alpha \qquad (6.1)$$

бўлади; бу ерда α — таъсир этувчи куч йўналиши билан ҳаракат йўналиши орасидаги бурчак, $F\cos\alpha = F_s$ — жисмга таъсир этувчи кучнинг ҳаракат йўналишига проекцияси эканлигини назарда тутиб, юқоридаги формулани қуйидагича ёзамиз:

$$A = F_s \cdot s. \qquad (6.2)$$

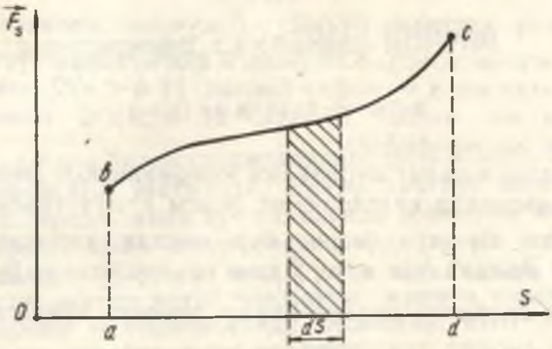
(6.1) формуладаги F куч жисмга таъсир этувчи барча ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчисидир. Жисмга унинг ҳаракатига қаршилик кўрсатувчи ишқаланиш кучи f ҳам таъсир этади ва $\vec{f}$ нинг йўналиши ҳамма вакт $\vec{F}_s$ нинг йўналишига қарама-қаршидир (бу ерда $\vec{F}_s$ вектор катталик бўлиб, у $\vec{F}$ кучнинг ҳаракат йўналишидаги ташкил этувчисидир). Юқоридаги формуладан кўриниб турибдики, бажарилган иш α бурчакка боғлиқ: 1) $\alpha < \pi/2$ $(\cos\alpha > 0)$ бўлса, бажарилган иш мусбат бўлади; 2) $\alpha > \pi/2$ $(\cos\alpha < 0)$ бўлса, бажарилган иш манфийдир.

Бажарилган ишнинг мусбат ёки манфийлигини аниқроқ тасаввур этиш учун мисоллар келтирайлик. Жисм $\vec{F}$ куч таъсирида ҳаракат қилаётганида, бу куч билан бир вақтда ҳаракатга қаршилик кўрсатувчи ишқаланиш кучи $\vec{f}$ ҳам таъсир этади. Бу куч ҳаракат йўналишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган $(\alpha > \frac{\pi}{2})$ ва бу кучнинг бажарган иши манфийдир. Фараз қилайлик, $\vec{F}_s$ куч таъсирида жисм бирор текислик устида ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракат қилаётган бўлсин. У ҳолда Ньютоннинг биринчи қонунига асосан жисмга ҳеч қандай ташқи куч таъсир қилмаётган бўлиши ва (6.1) формулага асосан бажарилган иш ҳам нолга тенг бўлиши керак эди. Аслида эса бундай эмас. Бунинг боиси шундаки, бизнинг мисолимиздаги жисм ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаётганида ташқи куч фақат ишқаланиш кучини мувозанатлаяпти, яъни $\vec{F}_s$ куч сон жиҳатдан ишқаланиш кучига тенг. Наклиёт (транспорт) воситалари ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилаётганида ҳам моторнинг тортиш кучи ишқаланиш кучи билан мувозанатда бўлади. Демак, мотор кучининг бажарган иши мусбатдир. Яна бир мисол. Айтайлик, текис йўлда етарли даражада катта тезлик билан кетаётган автомобилнинг мотори ўчирилса ёки тормозланса, у бирор масофани ўтиб тўхтайди. Мазкур масофада унга фақат ишқаланиш кучи ҳамда ҳавонинг қаршилик кучи таъсир этади ва бу кучларнинг бажарган иши манфийдир. Демак, жисмнинг ҳаракатига қаршилик қилувчи кучларнинг бажарган иши манфийдир. Энди $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $(\cos\alpha = 0)$ бўлган ҳолни қарайлик. Жисм айлана бўйлаб ўзгармас бурчак тезлик билан ҳаракатланганда унга фақат марказга интилма куч таъсир этади ва куч ҳамма вақт ҳаракат йўналишига тик йўналган. Бу кучнинг бажарган иши нолга тенг.

Умуман, жисмга таъсир этувчи куч ўзгариб туриши ва унинг ҳаракат траекторияси эгри чизиқдан иборат бўлиши мумкин. У ҳолда траекторияни хаёлан чексиз кичик элементар бўлакларга шундай бўламизки, бу бўлакча оралиғида жисмга таъсир этувчи кучни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. Бинобарин, элементар кўчишда бажарилган элементар ишни жисмга таъсир этувчи кучнинг элементар кўчишга скаляр кўпайтмаси тарзида ифодалаш мумкин, яъни:

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{s}) = F_s ds. \qquad (6.3)$$

Фараз қилайлик, F_s куч масофа бўйлаб 6.2- расмда кўрсатилганидек ўзгарсин (расмда абсцисса ўқи бўйлаб йўлнинг узунлиги



6.2-расм

ўйилган, a ва b нукталар орасидаги масофа ихтиёрий шаклдаги ўлнинг узунлигига тенг). Бирор ds элементар кўчишда бажарилган F элементар иш сон жиҳатдан қия чизиқлар билан ажратиб ўрсатилган юзачанинг катталигига тенг. Жисмнинг a нуктадан нуктага кўчишида бажарилган иш барча элементар кўчишларда ажарилган ишларнинг йиғиндисига тенг бўлганлиги туфайли мазкур иш сон жиҳатдан $abcda$ юзанинг катталигига тенг бўлиб, қуйидаги нтеграл орқали ифодаланади:

$$A=\int_a^d dA=\int_a^d F_s ds. \qquad (6.4)$$

Иш бирлиги қилиб бир бирликка тенг куч таъсирида жисмни ирлик масофага кўчиришда бажарилган иш қабул қилинган. алқаро бирликлар тизими (СИ) да иш бирлиги қилиб бир Ньютон уч таъсиридаги йўналишда жисмни 1 метр масофага кўчиришда ажарилган иш қабул қилинган ва бу бирлик *жоуль* (Ж) дейилади.

$$1Ж=1Н\cdot1м.$$

Мисол: массаси 75 кг бўлган жисмни тик йўналишда 1 метр аландликка кўтаришда бажарилган иш — оғирлик кучига қарши ўйилган кучнинг 1 метр масофада бажарган ишидир. Мазкур куч сон иҳатдан оғирлик кучига тенг бўлиб, йўналиши бўйича унга қарама-аршидир, яъни:

$$A=mgh=75\ кг\cdot9{,}81м/с^2\cdot1м=736Н\cdot м=736\ Ж.$$

СГС тизимида ишнинг ўлчов бирлиги — *эрг.* СИ ва СГС изимларидаги ишнинг ўлчов бирликлари орасида қуйидаги муносаат мавжуд:

$$1Ж=1Н\cdot1м=1\cdot10^5 дина\cdot1\cdot10^2 см=10^7 эрг.$$

Амалий жиҳатдан, бажарилган ишнинг қийматини билишдан ашқари мазкур иш қанча вақт оралиғида бажарилганлигини билиш ҳам муҳим аҳамиятга эга. Вақт бирлиги давомида бажарилган ишга *қувват* дейилади. Агар dt вақт давомида dA иш бажарилса, қувват

$$N=\frac{dA}{dt}. \qquad (6.5)$$

тарзда ифодаланади, яъни қувват бажарилган ишдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг. (6.2) тенгликни (6.5) ифодага қўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$N=\frac{dA}{dt}=\frac{d}{dt}(F_s ds)=F_s\cdot\frac{ds}{dt}=F_s\cdot v,$$

яъни берилган F_s куч таъсирида жисм катта тезлик билан ҳаракат қилиши учун механизмнинг қуввати ҳам катта бўлиши керак.

Қувват бирлиги сифатида СИда ватт (Вт) қабул қилинган: 1 ватт — 1 секунд давомида 1 жоуль иш бажарадиган қурилманинг ёки механизмнинг қувватидир:

$$1\text{Вт}=\frac{1\text{Ж}}{1\text{с}}.$$

Техникада баъзан тизимдан ташқари қувват бирлиги — от кучи (о.к.) ҳам қўлланилади. Бир от кучи — 1 секундда 736 Ж иш бажарадиган қурилманинг (механизмнинг) қувватидир. Юқорида келтирилган сонли мисолни назарда тутсак, 1 о.к.— массаси 75 кг бўлган жисмни 1 секунд давомида 1 метр баландликка кўтарадиган механизмнинг қувватидир.

Механикавий иш ва энергия деган икки тушунча ўзаро узвий боғлиқ тушунчалардир. Қуйидаги мисоллар орқали бу узвий боғланиш ҳақида тасаввур ҳосил қилиш мумкин. Манбалардан узатилаётган электр энергиясини истеъмол қилиб, уйимиздаги совутгич, кир ювиш машинаси, радио ва ойнаижаҳонлар ишлайди. Маълумки, ёнилғининг ёниш жараёнида ажралиб чиққан иссиқлик энергияси ҳисобига қишлоқ хўжалик машиналари, нақлиёт воситалари, кема ва тайёралар ҳаракатга келиб, иш бажаради. Соатнинг пружинасини бураб, муайян иш бажарамиз, шу иш ҳисобига соатда энергия тўпланади; тўпланган энергия эса механизмларнинг иш бажариши учун сарф бўлади. Баландликдан тушаётган сувнинг энергияси билан ГЭС ларнинг турбиналари ҳаракатга келади, яъни улар иш бажаради; бажарилган иш ҳисобига эса электр энергияси ҳосил бўлади; биз бу ерда сувнинг механикавий энергияси бажарилган иш воситасида электр энергиясига айланаётганини кўрамиз.

Шундай қилиб, бажарилган иш ҳисобига энергия ҳосил қилинади ва аксинча, энергия сарфлаб иш бажарилади. Бинобарин, *иш бажариш қобилияти энергия демакдир.*

Энергия йўқдан бор бўлмайди ва йўқолмайди, у фақат бир турдан бошқа турга ўтади. Биз қуйида механикавий энергиянинг фақат икки тури — кинетик ва потенциал энергиялар билан танишамиз. Бажарилган иш ҳисобига энергия ҳосил бўлишини ва аксинча, энергия сарфлаб иш бажарилишини назарда тутсак, иш ва энергия (шу жумладан кинетик ва потенциал энергиялар ҳам) бир хил ўлчов бирликларида — жоулларда ўлчанишини англаш қийин эмас.

6.2- §. КИНЕТИК ЭНЕРГИЯ

Ҳаракатдаги жисмнинг механикавий энергияси кинетик энергиядир. Умуман энергия жисмнинг иш бажариш қобилияти эканлигини назарда тутсак, кинетик энергияга қуйидагича таъриф бериш мумкин: *кинетик энергия деб ҳаракатланаётган жисмнинг иш бажариш қобилиятига айтилади.*

Бирор $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг кинетик энергияси қандай ифодаланади? Бу ифодани топиш учун дастлаб тинч турган ва массаси m бўлган жисмга ўзгармас ташқи $\vec{F}$ куч таъсир этаётган ҳолни қарайлик. Мазкур куч таъсирида жисм ҳаракатга келиб, dt вақт оралиғида ҳаракат йўналишида ds масофани босиб ўтади; натижада унинг тезлиги O дан $d\vec{v}$ га қадар ошади ва ташқи куч жисм устида мусбат иш бажаради. Ташқи куч dt вақт давомида жисм устида dA га тенг иш бажарса, шу вақт оралигида унинг кинетик энергияси O дан dE_k га ошади. Бошқача айтганда, ташқи кучнинг бажарган иши жисмнинг кинетик энергиясининг орттирмасига тенг:

$$dA = dE_k \qquad (6.6)$$

Маълумки, F кучнинг жисмни $d\vec{s}$ га кўчиришда бажарган иши:

$$dA = (\vec{F}d\vec{s}) = Fds\cos\alpha = F_s ds,$$

бу ерда α — $\vec{F}$ ва $d\vec{s}$ векторлар орасидаги бурчак, $\vec{F}_s$— жисмга таъсир этувчи кучнинг $d\vec{s}$ кўчишга проекцияси. Жисм ҳаракат қилаётган инерциал саноқ тизимида унга таъсир этувчи куч Ньютоннинг иккинчи қонуни:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

формула орқали ифодаланади. Мазкур кучнинг фақат ҳаракат йўналишига проекцияси

$$F_s = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

иш бажаради (бунда $d\vec{v}/dt$ — тезланишнинг ҳаракат йўналишига проекцияси). Бу кучнинг ds масофада бажарган иши:

$$dA = F_s ds = m\frac{dv}{dt}ds \qquad (6.7)$$

ds масофани жисм $v = ds/dt$ тезлик билан босиб ўтади ва бинобарин: $ds = vdt$; бу муносабатни (6.7) га қўйиб, ds масофада бажарилган иш учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$dA = m\frac{dv}{dt}vdt = mv\,dv. \qquad (6.8)$$

(6.6)га асосан (6.8) тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$dE_{\text{к}} = mv\,dv. \qquad (6.9)$$

Бу муносабат F_s куч таъсирида жисм ds масофани босиб ўтганда унинг кинетик энергиясининг ўзгаришини ифодалайди. Жисм бу куч таъсирида муайян s масофани босиб ўтса, унинг кинетик энергияси:

$$E_K = \int dE_K = \int_0^v mv\,dv = \frac{mv^2}{2},$$

яъни

$$E_K = \frac{mv^2}{2}. \tag{6.10}$$

бўлади. Демак, $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг кинетик энергияси унинг массаси билан тезлиги квадрати кўпайтмасининг ярмига тенг, яъни массаси m бўлган жисм $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса, унинг кинетик энергияси $mv^2/2$ га тенг. Иккинчи томондан, массаси m ва тезлиги $\vec{v}$ бўлган жисмни тўхтатиш учун ташқи кучлар $mv^2/2$ га тенг бўлган манфий иш бажариши лозим ва аксинча, массаси m бўлган тинч турган жисмни $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатга келтириш учун ташқи кучлар $\frac{mv^2}{2}$ га тенг бўлган мусбат иш бажариши лозим бўлади.

(6.10) формулани келтириб чиқаришда $\vec{F}$ куч таъсир этгунга қадар жисм тинч ҳолатда деб фараз қилган эдик. Энди куч таъсир этгунга қадар жисм қандайдир $\vec{v}_1$ тезлик билан ҳаракатланаётир ва ташқи куч таъсирида унинг тезлиги $\vec{v}_1$ дан $\vec{v}_2$ га қадар ошди, деб фараз қилайлик. Бу кучнинг бажарган иши жисм кинетик энергиясининг ўзгаришига тенг бўлади:

$$A = E_{K1} - E_{K2} = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \tag{6.11}$$

$\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган жисм импульсининг модули mv эканлигини назарда тутиб, унинг кинетик энергияси кўпинча қуйидагича ифодаланади:

$$E_K = \frac{p^2}{2m}. \tag{6.12}$$

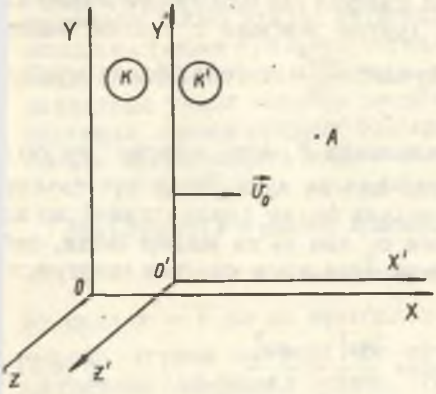
Шу пайтгача биз ҳаракатланаётган битта жисмнинг кинетик энергияси ҳақида мулоҳаза юритдик. Энди n та жисмдан (n та моддий нуқтадан) иборат тизимни олиб қарайлик. Ундаги i-жисмнинг массаси ва тезлиги мос равишда m_i ва $\vec{v}_i$ бўлса, тизимнинг кинетик энергияси:

$$E_K = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} \tag{6.13}$$

тарзда ифодаланади, яъни тизимнинг кинетик энергияси уни ташкил этган жисмлар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг. Шуни эсда тутиш лозимки, тизимнинг импульси унинг таркибидаги жисмлар импульсларининг вектор йиғиндисига тенг; тизимнинг кинетик энергияси эса унинг таркибидаги жисмларнинг қайси йўналишда ҳаракатланаётганликларига боғлиқ эмас.

6.3- §. ТУРЛИ САНОҚ ТИЗИМЛАРИДАГИ КИНЕТИК ЭНЕРГИЯЛАР ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Маълумки, механикавий ҳаракат нисбий бўлганлиги туфайли исмнинг фазодаги ҳар қандай ҳаракати ва тезлиги бирор инерциал ноқ тизимига нисбатан аниқланади. Юқорида кинетик энергияни одаловчи (6.10) ва (6.13) муносабатларда жисмларнинг тезликла- муайян инерциал саноқ тизимига нисбатан аниқланаётганлиги айлаб эслатилмаса ҳам назарда тутилган. Чунки мазкур муноса- тларни келтириб чиқаришда Ньютоннинг иккинчи қонунидан ойдаланилган, бу қонун эса инерциал саноқ тизимидагина ўринли- р. (3.5) формуладан кўринишича, бир-бирига нисбатан ҳаракатда лган турли инерциал саноқ тизимларида жисмларнинг тезлиги ва нобарин, унинг кинетик энергияси турлича бўлади.



6.3-расм

Турли саноқ тизимларида жисмнинг кинетик энергиялари орасидаги боғланишни аниқлаш мақсадида бир-бирига нисбатан ҳаракатда бўлган K ва K' инерциал саноқ тизимларини олиб қарайлик (6.3- расм). K' саноқ тизими K га нисбатан X ўқига параллел йўналишда ўзгармас $\vec{v}_0$ тезлик билан илгариланма ҳаракатланаётган бўлсин. Дастлаб битта жисм (моддий нуқта A) нинг K ва K' саноқ тизимларидаги кинетик энергиялари орасидаги богланишни топайлик. Жисм K' саноқ тизимига нисбатан $\vec{v}'$ езлик билан X ўқи йўналишида ҳаракатланаётган бўлсин. У ҳолда нинг K га нисбатан тезлиги ((3.5) формулага к.)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

улади. Бу ифодани (6.10) га қўйсак жисмнинг K саноқ тизимидаги инетик энергияси учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\vec{v}' + \vec{v}_0)^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 + m\vec{v}'\vec{v}_0, \qquad (6.14)$$

унда E_K — жисмнинг K тизимдаги кинетик энергияси, $E'_K = \frac{1}{2}mv'^2$—унинг K' даги кинетик энергияси (бу формулада $\vec{v}'\vec{v}' = v'^2$; $\vec{v}_0\vec{v}_0 = v_0^2$ эканлиги эътиборга олинди). Бундан ташқари $\vec{v}' = \vec{p}'$ — жисмнинг K' тизимдаги импульси бўлганлиги учун

$$E_K = E'_K + \frac{mv_0^2}{2} + \vec{p}' \cdot \vec{v}_0. \qquad (6.15)$$

бўлади. Кўриниб турибдики, жисмнинг K тизимга нисбатан кинетик энергияси унинг K ва K' тизимлардаги кинетик энергияларининг оддий йиғиндисидан иборат эмас экан.

Энди битта жисмнинг K ва K' тизимлардаги кинетик энергияларини боғловчи (6.15) ифодани n та жисмдан иборат тизим учун қўлласак (бу ҳолда 6.3- расмда битта моддий нуқта (A) атрофида n та моддий нуқта жойлашган деб тушуниш керак), бу ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$E_K = \sum_i \frac{m_i v_i'^2}{2} + \frac{v_0^2}{2}\sum_i m_i + \vec{v}_0 \sum_i m_i \vec{v}_i, \tag{6.16}$$

бунда ўнгдаги биринчи қўшилувчи тизимнинг K даги кинетик энергияси (E'_k) ни ифодалайди; иккинчи қўшилувчи ҳаддаги йиғинди эса тизимдаги барча жисмларнинг умумий массасини ифодалайди (яъни $\sum_{i=1}^{n} m_i = m$) ва ниҳоят, охирги йиғинди $\vec{p}' = \sum_i m_i \vec{v}_i$ – тизим импульсининг K' да ўлчанган қиймати. Шунинг учун (6.16) ифодани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$E_K = E'_K + \frac{mv_0^2}{2} + \vec{v}_0 \cdot \vec{p}'. \tag{6.17}$$

Механика тизим инерция (масса) марказининг K тизимга нисбатан тезлигини $\vec{v}'_c$ билан белгиласак, (6.16) даги вектор йиғинди (яъни $\sum_i m_i \vec{v}'_i$) масса марказининг импульсини ифодалайди ва (4.18) га асосан $\vec{p}' = m\vec{v}'_c$ тарзда ёзилади. Натижада (6.16) қуйидагича ифодаланади:

$$E_K = E'_K + \frac{mv_0^2}{2} + m(\vec{v}_0 \cdot \vec{v}'_c). \tag{6.18}$$

Агар K' нинг координата боши сифатида механик тизимнинг инерция (масса) марказини танласак, яъни K' га нисбатан инерция маркази тинч турса, $\vec{v}'_c = 0$; $\vec{p}' = 0$ бўлади. У ҳолда K ва K' инерциал саноқ тизимларидаги кинетик энергиялар орасидаги боғланиш

$$E_K = E'_K + \frac{1}{2} mv_0^2. \tag{6.19}$$

тарзда ифодаланади.

Охирги тенглик Кёниг теоремасини ифодалайди: *бир неча жисм (моддий нуқталар)дан иборат механикавий тизимнинг кинетик энергияси мазкур тизимдаги жисмларнинг инерция марказига нисбатан ҳаракатланишларидаги кинетик энергиялари билан инерция марказининг илгариланма ҳаракатидаги кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг.*

6.4- §. КОНСЕРВАТИВ ВА НОКОНСЕРВАТИВ КУЧЛАР

Тинч турган жисмни ҳаракатга келтириш учун унга бирор куч таъсир этиши керак. Бу кучлар ўзларининг хусусиятлари жиҳатидан икки хил бўлиши мумкин: 1) жисмлар бир-бирига бевосита тегиши орқали ўзаро таъсирлашиши ва мазкур таъсир туфайли тинч турган жисм ҳаракатга келиши ёки ҳаракатдаги жисм тезлигини ўзгартириши мумкин, 2) жисмларнинг ўзаро таъсири натижасида уларнинг тезликларининг ўзгариши майдон воситасида бўлиши мумкин, яъни жисмлар бир-бирига нисбатан бирор масофада туриб майдон воситасида таъсирлашадилар (шу ўринда майдон ҳам материянинг бир тури эканлигини эслатиб ўтамиз).

Биринчи тур кучларга мисол тариқасида жисмнинг ҳаракат йўналишига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган ишқаланиш кучларини, ҳавонинг ва суюқликларнинг жисм ҳаракатига қаршилик кучларини келтириш мумкин. Жисмни бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда бу кучларни енгиш учун ташқи кучлар мусбат иш бажаради ва бажарилган ишнинг катталиги ўтилган йўлга боғлиқ, босиб ўтилган йўл қанчалик катта бўлса ташқи кучлар бажарган иш ҳам шунчалик катта бўлади.

Иккинчи тур кучларга мисол тариқасида Ернинг тортиш кучини, қайишқоқлик (эластиклик) кучини, зарядланган жисмларга электр майдон томонидан таъсир этувчи кучларни кўрсатиш мумкин.

Ҳар бир жисм ўз атрофида гравитация майдони деб аталадиган майдон ҳосил қилади ва бу майдон унга киритилган бошқа жисмларга таъсир этувчи тортишиш кучи тарзида намоён бўлади ((5.19)га қ.). Фазонинг бирор нуқтасига жисмни киритсак ва шу нуқтада унга қандайдир куч таъсир этса, фазонинг бу нуқтасида майдон бор деган хулосага келамиз. Қуёш билан Ер, Ер билан Ой орасидаги ўзаро таъсир гравитация майдони воситасида содир бўлади. Зарядланган жисмларнинг бир-биридан бирор масофада туриб ўзаро таъсирлашиши материянинг бир тури бўлган электр майдон воситасида амалга ошади.

Демак, майдонга киритилган жисмларга мазкур майдон томонидан муайян куч таъсир қилади. Маълумки (5.4-§ га қ.), бундай майдон куч майдони дейилади. Ер атрофидаги куч майдони унинг гравитация майдонидир. Масалан, массаси m бўлган Ер сиртидаги жисмга Ернинг гравитация майдони $\vec{F}=m\vec{g}$ куч билан таъсир қилади.

Фазонинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига жисмни кўчиришда ташқи кучларнинг бажарган иши босиб ўтилган йўлнинг шаклига боғлиқ бўлмай, балки жисмнинг бошланғич ва охирги вазиятларигагина боғлиқ бўлса, бундай кучлар *консерватив* ёки *потенциал кучлар* деб аталади. Жисмга таъсир этувчи оғирлик кучи, сиқилган ёки чўзилган пружинанинг қайишқоқлик (эластиклик) кучи, зарядланган жисмларга таъсир этувчи электростатик кучлар консерватив кучларга мисол бўлади.

Бошка ҳамма кучлар *ноконсерватив кучлар* дейилади. Ишкаланиш кучлари, муҳитнинг жисм ҳаракатига қаршилик кучлари ноконсерватив кучларга киради. Ноконсерватив кучларнинг бажарган иши босиб ўтилган йўлга боғлиқ бўлиб, мазкур йўл қанчалик узун бўлса, бажарилган иш ҳам шунчалик катта бўлади.

Консерватив кучларнинг бажарган иши босиб ўтилган йўлнинг шаклига боглиқ бўлмай, балки жисмнинг фақат дастлабки ва кейинги вазиятигагина боғлиқ бўлганлигидан бу кучларнинг ҳар қандай берк йўл (контур) бўйича бажарган иши нолга тенг ((6.26) га қ.).

6.5- §. ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

Механикавий энергиянинг юқорида кўриб ўтилган тури — кинетик энергиядан ташқари яна бир тури мавжуд бўлиб, у потенциал энергиядир. Потенциал энергия — жисмларнинг ёки уларнинг айрим қисмларининг ўзаро таъсир энергияси бўлиб, бу энергия уларнинг бир-бирига нисбатан жойлашувига боғлиқ. Шунинг учун потенциал энергиянинг қиймати жисм (ёки тизим)ни бир вазиятдан иккинчи вазиятга ўтказишда ташқи кучларнинг бажарган иши билан ўлчанади. Иккинчи томондан, 6.4- § да айтиб ўтилганидек, куч майдонида жойлашган жисмларга муайян консерватив куч таъсир этади; мазкур кучнинг белгиланган шароитда иш бажариш қобилияти уларнинг потенциал энергиясининг ўлчови бўлиб хизмат қилади. Бошқача айтганда, куч майдонида жойлашган жисм муайян потенциал энергияга эга бўлади. Масалан, Ер сиртидан бирор баландликда жойлашган жисм унинг сиртига нисбатан муайян потенциал энергияга эга бўлади, чунки жисмга Ернинг гравитация майдони (оғирлик кучи майдони) таъсир этади ва жисм Ер сиртига қайтиб тушиши жараёнида консерватив кучлар унинг потенциал энергиясига тенг бўлган иш бажаради. Худди шунингдек, чўзилган (ёки сиқилган) пружина ўрамлари қайишқоқлик (эластиклик) кучлари майдонининг таъсирида бўлади, бинобарин у чўзилиш катталигига мос келувчи потенциал энергияга эга бўлади. Пружина дастлабки вазиятига қайтганда консерватив (қайишқоқлик) кучлар унинг потенциал энергиясига тенг иш бажаради. Шуни ҳам айтиш керакки, қайишқоқлик кучлари майдонининг асл манбаи — пружина чўзилганда уни ташкил этган атомлар орасидаги масофанинг ўзгаришидир, ҳар бир атом қўшни атомларнинг электр майдони таъсирида бўлади.

Демак, потенциал энергия — жисмларнинг ёки тизим қисмларининг ўзаро таъсири билан боғлиқ энергия бўлиб, бу энергия таъсирлашувчи жисмлар ёки тизим қисмлари орасидаги масофага боғлиқдир. Шунинг учун жисмнинг ёки тизимнинг потенциал энергияси фақат унинг координаталарининг функциясидир ва бу функция $E_n(x, y, z)$ тарзида ифодаланади. Потенциал энергияга эга бўлган жисм (тизим) ўзининг дастлабки вазиятига қайтганда, консерватив кучлар айнан унинг потенциал энергиясига тенг бўлган иш бажаради. Демак, консерватив кучларнинг иши жисм ёки тизим потенциал энергиясининг камайиши ҳисобига бажарилади:

$$dA = -dE_n, \tag{6.20}$$

(манфий ишора потенциал энергиянинг камайишини билдиради). Баъзи хусусий ҳоллар учун потенциал энергияни қараб чиқайлик:

а. Оғирлик кучи майдонидаги жисмнинг потенциал энергияси. Потенциал энергия жисм координаталарининг функцияси бўлганлиги туфайли координаталар бошини (саноқ бошини) танлаш зарур, яъни жисмнинг потенциал энергияси қайси жисмга нисбатан аниқланаётганлиги муҳимдир. Оғирлик майдонидаги жисмнинг потенциал энергияси фақат битта координата — баландликнинг функцияси бўлганлиги учун унинг потенциал энергияси қайси сатҳга нисбатан аниқланаётган бўлса, бу сатҳни нолинчи сатҳ деб қабул қилинади. Масалан, нолинчи сатҳ сифатида Ер сиртини, денгиз сатҳини, кўп қаватли уйларда биринчи, иккинчи ёки учинчи ва ҳоказо қаватларнинг полини қабул қилиш мумкин. Нолинчи сатҳга нисбатан h баландликда турган жисм шу сатҳга қайтиб тушса, оғирлик кучи:

$$A = mgh$$

га тенг иш бажаради. Демак, h баландликда турган жисмнинг потенциал энергияси

$$E_n = mgh \tag{6.21}$$

бўлади. Нолинчи сатҳни танлаш ихтиёрий бўлганлиги учун, ундаги жисмнинг потенциал энергиясини бошқа бирор сатҳга нисбатан C га тенг деб қабул қилиш мумкин. Шунинг учун (6.20) ифодани умумий кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

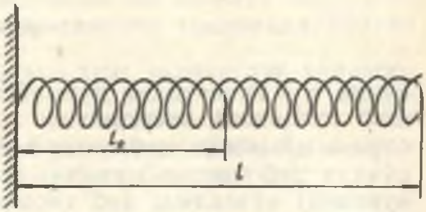
$$E_n = mgh + C.$$

Кинетик энергия ҳамма вақт мусбат қийматга эга: потенциал энергия эса мусбат ёки манфий қийматга эга бўлиши мумкин. Масалан, чуқурлиги l бўлган ўрадаги жисмнинг Ер сиртига нисбатан потенциал энергияси манфийдир, яъни $E_n = -mgl$.

б. Чўзилган пружинанинг потенциал энергияси. Чўзилган ёки сиқилган пружинанинг потенциал энергияси унинг айрим қисмларининг ўзаро таъсир энергиясидир. Пружинани чўзганимизда чўзишга қаршилик қилувчи ички кучлар вужудга келади. Бу кучлар қайишқоқлик (эластиклик) кучлари бўлиб, табиати жиҳатидан улар консерватив кучлардир. Пружинани чўзиш ёки сиқиш жараёнида ташқи кучлар пружина устида мусбат иш бажаради; консерватив кучлар эса манфий иш бажаради, чунки мазкур кучлар чўзиш (сиқиш)га қаршилик кўрсатади. Ташқи кучларнинг бажарган иши ҳисобига пружина потенциал энергияга эга бўлади ва бу энергиянинг қиймати айнан ташқи кучлар бажарган ишга тенг. Узунлиги l_0 бўлган пружина ташқи куч таъсирида l узунликка қадар узайсин (6.4- расмга қ.) ва бу узайишни $l - l_0 = x$ деб белгилайлик. Қайишқоқлик чегарасигача бу узайиш Гук қонунига бўйсунади:

$$F = -kx,$$

бунда k — пружинанинг қайишқоқлик хусусиятларини ўзида акс эттирувчи коэффициент, манфий ишора эса F куч чўзилиш ёки сиқилиш йўналишига нисбатан тескари томонга йўналганлигини билдиради (чўзилмаган ёки сиқилмаган пружина учун $x=0$).



6.4-расм

Пружинани dx элементар узунликка чўзишда F кучнинг бажарган иши қуйидагига тенг:

$$dA = Fdx = -kxdx.$$

Қайишқоқлик чегарасида x узунликка чўзишда F кучнинг бажарган иши қуйидагича аниқланади:

$$A = \int_0^x Fdx = \int_0^x kxdx = \frac{rx^2}{2}.$$

Мазкур иш қайишқоқлик чегарасида x масофага чўзилган (ёки сиқилган) пружинанинг потенциал энергиясига тенгдир:

$$E_п = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (6.22)$$

(6.22) муносабат v тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг кинетик энергиясини ифодаловчи формулага ўхшашдир: жисм массаси ўрнида қайишқоқлик коэффициенти ва тезлик ўрнида пружинанинг узайиши турибди.

в. Икки жисмнинг ўзаро таъсир энергияси. Ҳар бир жисм ўзининг атрофида гравитация майдони ҳосил қилади. Жисмнинг потенциал энергияси унинг бошқа жисмлар билан мазкур майдон орқали ўзаро таъсир энергиясидир. Ўзаро таъсирсиз потенциал энергия мавжуд бўлмайди. Оғирлик кучи майдонидаги жисмнинг потенциал энергияси мазкур жисмнинг Ер билан гравитация майдони воситасидаги ўзаро таъсир энергияси бўлиб, бу энергияни ифодаловчи (6.21) формула Ер сиртидан унча катта бўлмаган баландликлар учун тўғридир, чунки бу формулалардаги g нинг қиймати Ер сиртидаги муайян нуқта учун ўзгармас катталик бўлиб, ((5.19)га қ.) баландлик (h) ошган сари унинг қиймати Ер марказидан ҳисобланган масофанинг квадратига тескари мутаносиб тарзда ўзгариб боради.

Энди массалари m_1 ва m_2 бўлган иккита жисмни олиб қарайлик. Улар ўзларининг гравитация майдони орқали ўзаро таъсирлашадилар. Бутун олам тортишиш қонунига кўра икки жисмнинг гравитация майдони таъсиридаги ўзаро тортишиш кучи уларнинг массаларига мутаносиб ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари мутаносибдир:

$$F = \gamma\frac{m_1m_2}{r^2},$$

да γ — гравитация доимийси. Бу иккала таъсирлашувчи жисм-
г потенциал энергиясини ҳисоблайлик. Шу максадда уларнинг
ини кўзғалмас деб, иккинчисини эса унинг гравитация майдонида
ади деб қараш мумкин: массаси m_1 бўлган жисмни (моддий
гани) қўзғалмас деб ҳисоблайлик ва массаси m_2 бўлган жисм
ддий нукта) гравитация майдонида $\vec{r}_1$ радиус-вектор билан
кланадиган 1-вазиятдан $\vec{r}_2$ радиус-вектор билан аникланадиган
зиятга кўчсин (6.5- расм). Мазкур кўчишда босиб ўтилган йўлни
лентар $d\vec{s}$ бўлакчаларга хаёлан ажратайлик. Ана шу элементар
лардан бирида консерватив кучларнинг бажарган иши

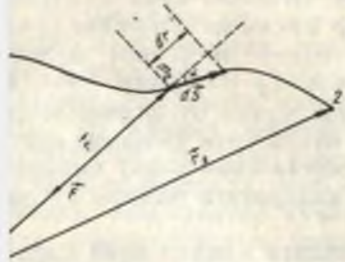
$$dA = Eds\cos\alpha = -Fdr$$

ади. Бунда гравитацион тортишиш кучлари учун $ds\cos\alpha = -dr$
илигини ҳисобга олдик. Шундай қилиб, $dA = -\gamma\frac{m_1m_2}{r_2}dr$. Мас-
 m_2 бўлган жисмнинг 1-вазиятдан 2-вазиятга кўчишида
арилган тўла иш

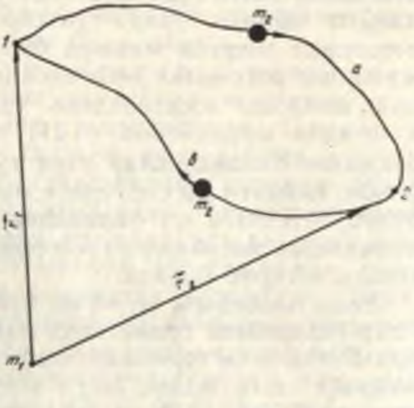
$$A_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} Fdr = -\gamma m_1m_2\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\gamma m_1m_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \qquad (6.23)$$

ади. Бунда тенглик белгисидан кейинги манфий ишора тортишиш
лари бўлган консерватив кучларнинг бажарган иши манфий
илигини ифодалайди. Бу формулани

$$A_{12} = \left(-\gamma\frac{m_1m_2}{r_1}\right) - \left(-\gamma\frac{m_1m_2}{r_2}\right). \qquad (6.23,a)$$



6.5-расм



6.6-расм

кўринишда ёзсак, *1—2* кўчишда бажарилган иш массаси m_2 бўлган жисмнинг бошланғич ва охирги вазиятларига тааллукли бўлган $\left(-\gamma\frac{m_1 m_2}{r}\right)$ катталикларнинг айирмасига тенг эканлигини кўрамиз.

Гравитация майдонида консерватив кучларнинг бажарган иши жисмнинг шу майдондаги потенциал энергияси ҳисобига, яъни жисм потенциал энергиясининг камайиши ҳисобига бажарилади:

$$A_{12}=E_{\Pi 1}-E_{\Pi 2} \tag{6.24}$$

(6.23) ва (6.24) ифодалардан гравитация майдонига жойлаштирилган жисмнинг потенциал энергияси учун қуйидаги формулага эга бўламиз:

$$E_{\Pi}=-\gamma\frac{m_1 m_2}{r}, \tag{6.25}$$

манфий ишора тортишиш кучлари майдонидаги жисмнинг ўзаро таъсир потенциал энергиясини ифодалайди.

Агар массаси m_2 бўлган жисм гравитация майдонини ҳосил қилаётган m_1 массали жисмдан чексиз узоқлашса ($r_2=\infty$), унинг потенциал энергияси $E_{\Pi 2}=0$ бўлади.

(6.23) формуладан кўринишича, гравитация майдонида (потенциал майдонда) жисмни бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда консерватив кучларнинг бажарган иши кўчириш йўлининг узунлиги ва шаклига боглиқ эмас, чунки бу иш кўчирилаётган жисмнинг бошланғич ва охирги вазиятларини белгиловчи $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ радиус-векторларгагина боғлиқ. Ҳақиқатан ҳам, агар массаси m_2 бўлган жисм массаси m_1 бўлган жисмнинг гравитация майдонида (6.6- расм) *1*- вазиятдан *2*- вазиятга дастлаб *1a2* йўл бўйлаб, сўнгра эса *1b2* йўл билан кўчирилганда, ҳар иккала ҳолда ҳам бажарилган иш (6.23) формула билан ифодаланади ва ўзаро тенг.

Энди гравитация майдонида жисмни берк йўл (берк контур) бўйлаб кўчиришда бажарилган иш нимага тенг эканлигини аниқлайлик. Шу мақсадда аввал массаси m_2 бўлган жисмни *1*-вазиятдан *2*-вазиятга (6.6- расмга қ.) *1a2* йўл билан кўчирайлик, бу ҳолда консерватив кучларнинг бажарган иши манфийдир; сўнгра ўша жисмни *2*-вазиятдан *1*- вазиятга *2b1* йўл бўйлаб кўчирайлик, бундай кўчиришда консерватив кучлар жисм устида мусбат иш бажаради. Иккала ҳолда ҳам бажарилган иш, юқорида кўрганимиздек, (6.23) формула билан аниқланганлиги учун, сон жиҳатдан ўзаро тенг, лекин мазкур ишлар ишоралари билан бир-биридан фарқ қилади, яъни

$$A_{1a2}=-A_{2b1}.$$

Консерватив кучларнинг *1a2* ва *2b1* йўллар бўйлаб (берк йўл бўйлаб) бажарган тўла иши шу ишларнинг йиғиндисига тенг:

$$A_{1a2}+A_{2b1}=0.$$

емак, консерватив кучларнинг берк йўл (берк контур) бўйлаб исмни кўчиришда бажарган иши нолга тенг. Ҳакикатан ҳам исмни берк йўл бўйлаб кўчирганда, у аввалги ўрнига (*I*-вазиятга) айтиб келади, бинобарин, $\vec{r}_1=\vec{r}_2$ бўлганлиги туфайли (6.23)га сосан $A_{121}=0$ бўлади. Бу натижа одатда куйидагича ёзилади:

$$\oint \vec{F} d\vec{s}=0, \tag{6.26}$$

у ерда $\vec{F}$ — берк йўл (контур) бўйлаб кўчиришда жисмга таъсир тувчи консерватив куч, $d\vec{s}$ — мазкур йўлнинг элементар бўлаги.

6.6-§. ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ ВА КУЧ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Жисмларнинг ўзаро таъсири бир томондан куч оркали, иккинчи омондан потенциал энергия оркали ифодаланади. Шу боисдан отенциал майдондаги жисмнинг потенциал энергияси билан мазкур айдон томонидан унга таъсир этувчи куч орасида муайян боғланиш авжуд бўлиши керак. Шу боғланишни топайлик. Бизга маълумки, отенциал майдонда жисмни бир нуктадан иккинчи нуктага ўчиришда консерватив кучларнинг бажарган иши жисм потенциал иергиясининг камайиши ҳисобига бажарилади:

$$A_{12}=E_{п1}-E_{п2}=-\Delta E_{п},$$

нда $E_{п1}$ ва $E_{п2}$ — мос равишда потенциал майдоннинг биринчи ва кинчи нукталаридаги жисмнинг потенциал энергиялари. У ҳолда исмни $d\vec{s}$ га кўчиришда консерватив кучларнинг бажарган иши:

$$\vec{F} d\vec{s}=-dE_{п} \tag{6.27}$$

лади. Бу ердаги манфий ишора бажарилган иш потенциал ергиянинг $d\vec{s}$ йўналишида камайиши ҳисобига бўлаётганини лдиради. Жисмга таъсир этувчи кучнинг кўчиш йўналишига оекциясини F_s деб белгиласак, (6.27) тенгликнинг чап томони йидагича ёзилади:

$$\vec{F} d\vec{s}=F ds \cos\alpha=F_s ds.$$

ундай килиб, (6.27) тенгликни куйидагича ёзиш мумкин:

$$F_s ds=-dE_{п}.$$

тенгликдан кучнинг кўчиш йўналишига проекцияси учун йидагига эга бўламиз:

$$F_s=-\frac{\partial E_{п}}{\partial s} \tag{6.28}$$

унда $\partial/\partial s$ белгиси $\vec{s}$ йўналиш бўйича олинаётган хусусий ҳосилани одалайди). Потенциал энергия ($E_{п}$) жисм вазиятининг функцияси лганлиги туфайли (6.28) муносабат фазодаги ихтиёрий йўналиш ун, масалан, Декарт координата ўкларининг *X*, *Y*, *Z* йўналишлари ун ҳам ўринлидир:

$$F_x=-\frac{\partial E_{п}}{\partial x}; \quad F_y=-\frac{\partial E_{п}}{\partial y}; \quad F_z=-\frac{\partial E_{п}}{\partial z}. \tag{6.29}$$

Шуни эсда тутиш керакки, (6.28) ва (6.29) формулалардаги F_s, F_x, F_y ва F_z кучлар потенциал майдонда жисмга таъсир этувчи консерватив кучларнинг мос йўналишлардаги проекцияларини ифодалайди. $\vec{F}$ вектор унинг X, Y, Z ўқлари бўйича ташкил этувчилари орқали:

$$\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{i}+F_z\vec{k} \tag{6.30}$$

тарзда ифодаланишини эътиборга олсак, (6.29) га асосан (6.30) тенглик қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\vec{F}=-\left(\frac{\partial E_\text{п}}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial E_\text{п}}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial E_\text{п}}{\partial z}\vec{k}\right). \tag{6.31}$$

Қавс ичидаги ифода $\text{grad}E_\text{п}$ деб белгиланади:

$$\frac{\partial E_\text{п}}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial E_\text{п}}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial E_\text{п}}{\partial z}\vec{k}=\text{grad}\,E_\text{п} \tag{6.32}$$

ва $E_\text{п}$ нинг градиенти деб ўқилади. Шунга кўра (6.31) тенглик қуйидагича ёзилади:

$$\vec{F}=-\text{grad}\,E_\text{п}. \tag{6.33}$$

(6.32) ва (6.33) тенгликларнинг чап томонлари вектор катталик бўлганликлари учун уларнинг ўнг томони ҳам вектор катталикни ифодалаши керак. Шундай қилиб, жисмнинг потенциал энергияси скаляр катталик бўлиб, унинг градиенти эса вектор катталикдир. (6.31) ва (6.33) ифодалардаги манфий ишора $\vec{F}$ кучнинг йўналиши жисм потенциал энергиясининг камайиши томонга йўналганлигини билдиради. (6.28), (6.29) ва (6.33) формулалар жисмнинг потенциал энергияси билан унга таъсир этувчи куч орасидаги боғланишни ифодалайди. Охирги формула қуйидагича ўқилади: потенциал майдонда жисмга таъсир этувчи куч унинг потенциал энергиясининг тескари ишора билан олинган градиентига тенг. Бошқача айтганда, жисм потенциал энергиясининг градиенти, бирор йўналиш бўйича масофа ўзгариши билан жисм потенциал энергиясининг ўзгаришини кўрсатади, яъни потенциал майдонда жисмни бир нуқтадан иккинчи нуқтага кўчиришда унинг потенциал энергиясининг ўзгариши қанчалик катта бўлса, шу йўналишда жисмга таъсир қилувчи куч ҳам шунчалик катта бўлади.

Мисол тариқасида чўзилган (ёки сиқилган) пружинанинг энергияси билан унга таъсир этувчи куч орасидаги боғланишни олиб қарайлик. Агар пружина чўзилган ҳолатига нисбатан x узунликка узайган бўлса, унинг потенциал энергияси (6.22) формулага асосан

$$E_\text{п}=\frac{1}{2}kx^2$$

эканлиги бизга маълум, бу ерда k қайишқоқлик коэффициенти бўлиб, қаралаётган пружина учун ўзгармасдир. Равшанки, чўзилган ёки сиқилган пружинанинг потенциал энергияси битта координатага,

инг мисолимизда x координатага боглиқдир. Охирги тенгликни
9)га қўйиб, қайишқоқлик чегарасигача чўзилган пружина
нидан таъсир этаётган консерватив куч

$$F_x = -\frac{\partial E_п}{\partial x} = -\frac{\partial}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

лигига ишонч ҳосил киламиз; бу эса Гук қонунининг ўзгинаси-

6.7- §. ИЧКИ МЕХАНИКАВИЙ ЭНЕРГИЯ

ир-бири билан таъсирлашувчи бир нечта (умумий ҳолда n та)
мдан иборат механикавий тизимни олиб қарайлик. Бундай
мнинг ҳаракатини унинг инерция марказининг ҳаракати орқали
ифлаш мумкин. Механикавий тизимнинг ҳаракати, бинобарин,
г кинетик энергияси ҳар хил саноқ тизимларида турличадир.
м ҳаракатини иккита K ва K' саноқ тизимларида олиб қарайлик.
и 6.4- § да кўриб ўтганимиздек K' саноқ тизими X ўқига параллел
шда K тизимга нисбатан ўзгармас v_0 тезлик билан ҳаракатлана-
н бўлсин (6.3- расмга қ.). K' саноқ тизимининг координата боши
атида механикавий тизимнинг инерция (масса) марказини
асак, у ҳолда K саноқ тизимига нисбатан механикавий тизимнинг
акатини икки хил ҳаракатдан иборат деб қараш мумкин:
еханикавий тизимнинг K га нисбатан ҳаракати, яъни механика-
тизим инерция марказининг K га нисбатан ҳаракати; 2) механи-
ий тизим таркибидаги жисмларнинг (моддий нуқталарнинг)
ция марказига нисбатан ҳаракати.

Шунга кўра механикавий тизимнинг энергиясини ҳар икки хил
гиянинг йиғиндисидан иборат деб қараш лозим бўлади:
нерция марказининг K га нисбатан илгариланма ҳаракатидаги
етик энергияси; 2) тизимнинг ички механикавий энергияси.
имнинг *ички механикавий энергияси* ($E_{и}$) унинг таркибидаги
ча жисмларнинг инерция марказига нисбатан ҳаракатидаги
тизимдаги) кинетик энергия билан уларнинг ўзаро таъсир
енциал энергиясининг йиғиндисига тенг:

$$E_и = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + E_п, \tag{6.34}$$

да $\sum_i \frac{m_i v_i^2}{2}$ — тизимдаги барча жисмларнинг инерция марказига
батан ҳаракатидаги кинетик энергияларининг йиғиндиси, $E_п$ —
аникавий тизим жисмларининг ўзаро таъсир потенциал энергия-

6.3- § да келтирилган мулоҳазаларни такрорлаб механикавий
имнинг энергияси учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$E = E_и + \frac{1}{2}mv_0^2. \tag{6.35}$$

Юқорида айтилганларга кўра бу формуладаги иккинчи қўшилувчи ҳад механикавий тизим инерция марказининг K га нисбатан илгариланма ҳаракатидаги кинетик энергиясини ифодалайди. Демак, механикавий тизимнинг энергияси унинг ички энергияси билан инерция марказининг илгариланма ҳаракатидаги кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг экан.

6.8- §. МЕХАНИКАВИЙ ЭНЕРГИЯНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Жисм (моддий нуқта) консерватив кучлар майдонида жойлашган бўлсин, яъни жисмга консерватив кучлардан бошқа кучлар таъсир қилмаётган бўлсин. Консерватив кучларнинг элементар $d\vec{r}$ кўчишда бажарган иши (6.20) ва (6.24) га асосан жисм потенциал энергиясининг камайишига тенг:

$$dA = -dE_{\text{п}}.$$

Иккинчи томондан, жисмнинг $d\vec{r}$ масофага кўчишида консерватив кучларнинг бажарган иши (6.6) га кўра унинг кинетик энергиясининг ортишига тенг:

$$dA = dE_K.$$

Бу икки тенгликдан:

$$dE_K = -dE_{\text{п}}$$

ёки

$$d(E_K + E_{\text{п}}) = 0 \qquad (6.36)$$

ни ҳосил қиламиз. Охирги ифодадаги кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндиси $E = E_K + E_{\text{п}}$ жисмнинг тўла энергияси дейилади; (6.36)дан

$$E = E_K + E_{\text{п}} = \text{const} \qquad (6.37)$$

эканлиги келиб чиқади. Бу формула битта жисм учун энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди: *консерватив кучлар майдонида ҳаракатланаётган жисмларнинг тўла механикавий энергияси ўзгармайди.* Бу қонундан шу хулоса келиб чиқадики, консерватив кучлар майдонида кинетик энергия потенциал энергияга айланиши ва аксинча, потенциал энергия кинетик энергияга айланиши мумкин, лекин жисмнинг тўла энергияси ўзгармайди. Яъни консерватив кучларнинг таъсирида жисмнинг потенциал энергияси қанчага камайса, унинг кинетик энергияси шунчага ортади ва аксинча.

Мисол тариқасида H баландликдан бошланғич тезликсиз эркин тушаётган жисмни олиб қарайлик. Унинг пастга қараб ҳаракатланишига сабаб — унга таъсир этувчи консерватив кучларнинг (Ернинг гравитация майдони томонидан таъсир этувчи кучнинг) мавжудлигидир. Бошланғич ҳолатда (H баландликда) унинг кинетик энергияси га тенг, потенциал энергия эса (6.21) га асосан mgH га тенг. ълумки, бошланғич тезликсиз H баландликдан тушган жисмнинг рги тезлиги:

$$v=\sqrt{2gH}$$

бу тезлик билан ҳаракатланаётган жисмнинг кинетик энергияси

$$E_K=\frac{mv^2}{2}.$$

рги икки тенгликдан қуйидагига эга бўламиз:

$$E_K=\frac{mv^2}{2}=\frac{m}{2}(\sqrt{2gH})=mgH.$$

см Ерга тушганда унинг потенциал энергияси нолга тенг ишини назарда тутсак, охирги формуладан шу хулоса келиб адики, жисмнинг дастлабки потенциал энергиясининг ҳаммаси ı тенг бўлган кинетик энергияга айланган.

Эркин тушаётган жисм энергиясининг бир қисми кинетик энергия, ган кисми потенциал энергиядир. Шундай қилиб, оғирлик кучи донида ҳаракатланаётган жисмнинг тўла энергияси қуйидагича даланади:

$$E=\frac{mv^2}{2}+mgh. \qquad (6.38)$$

и бир-бирлари билан консерватив кучлар (ички кучлар) орқали ро таъсирлашувчи n та жисм (моддий нуқта) дан иборат тизимни б қарайлик ва мазкур тизим ташқи консерватив кучлар, масалан, витация майдони томонидан таъсир этувчи кучлар таъсирида син (яъни тизим жисмлари ўзаро таъсирлашишларидан ташқари рга ташқи консерватив кучлар ҳам таъсир этаяпти). Бу кучлар сирида тизимнинг вазияти ва ундаги жисмларнинг бир-бирига батан жойлашиши ўзгаради. Натижада мазкур кучлар тизим да муайян иш бажаради.

Ташқи консерватив кучларнинг бажарган элементар иши ташқи майдонидаги тизим потенциал энергиясининг камайиши ҳисобига ади:

$$dA'=-dE_{\text{п}}.$$

ро таъсир туфайли вужудга келадиган ички кучларнинг бажарган ментар иши (dA'') жисмларнинг ўзаро таъсир потенциал гиясининг камайиши ($-dE''_{\text{п}}$) га тенг:

$$dA''=-dE''_{\text{п}}.$$

формулага асосан барча кучларнинг бажарган элементар иши мдаги жисмлар кинетик энергияларининг ортиши (dE_K) га сарф ди, яъни:

$$dA'+dA''=dE_K. \qquad (6.39)$$

мнинг кинетик энергияси унинг таркибидаги жисмлар кинетик гияларининг йиғиндисига тенг:

$$E_K=\sum_i\frac{m_iv_i^2}{2}.$$

Юқорида келтирилган (6.39) тенгликнинг чап томонидаги элементар ишларни уларга тегишли энергия билан алмаштирамиз:

$$-dE'_{\text{п}}-dE''_{\text{п}}=dE_K\,.$$

Бу тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$d(E_K+E'_{\text{п}}+E''_{\text{п}})=0. \qquad (6.40)$$

Тизимнинг тўла механикавий энергияси унинг кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$E=E_K+E_{\text{п}}'+E_{\text{п}}''.$$

(6.40) тенгликдан

$$E=E_K+E'_{\text{п}}+E''_{\text{п}}=\text{const} \qquad (6.41)$$

эканлиги келиб чиқади ва у тизим механикавий энергиясининг сақланиш қонунини ифодалайди: *фақат ташқи ва ички консерватив кучларнинг таъсирида бўлган жисмлар тизимининг тўла энергияси ўзгармай қолади.*

Агар жисмлар тизими берк бўлса, яъни унга ташқи консерватив кучлар таъсир этмаса, тизим тўла энергиясининг сақланиш қонуни

$$E_K+E''_{\text{п}}=\text{const} \qquad (6.42)$$

тарзда ифодаланади ва қуйидагича таърифланади: *консерватив кучлар воситасида ўзаро таъсирлашувчи жисмлардан иборат бўлган берк тизимнинг тўла механикавий энергияси ўзгармай қолади.*

Шуни ҳам таъкидлаш лозимки, тизимга ноконсерватив кучлар ҳам таъсир қилаётган бўлса, у ҳолда унинг тўла механикавий энергияси сақланмайди. Бу ҳақда қуйида фикр юритамиз.

6.9- §. ЭНЕРГИЯНИНГ УМУМФИЗИКАВИЙ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Юқорида механикавий энергиянинг сақланиш қонунини кўриб ўтганимизда, биз фақат консерватив кучлар таъсир этадиган тизимни олиб қараган эдик. Аксарият ҳолларда консерватив кучлардан ташқари тизимга ноконсерватив кучлар ҳам таъсир этади. Ноконсерватив кучларга, хусусан, ишқаланиш кучлари ва муҳитнинг қаршилик кучлари киради. Бу кучларнинг бажарган иши манфийдир. Шунинг учун ноконсерватив кучлар мавжуд бўлганда тизимнинг тўла механикавий энергияси камайиб боради ва бундай камайиши энергиянинг диссипацияси (исрофланиши) дейилади. Энергиянинг бу камайишини ташқи манбадан узлуксиз тўлдириб турилмаса, ишқаланиш кучлари мавжуд бўлган тизимда (масалан, нақлиёт воситаларида) ҳаракат охири тўхтайди, яъни энергиянинг йўқотилиши кузатилади. Демак, диссипатив кучлар мавжуд бўлганда, тизимнинг тўла механикавий энергияси сақланмайди. Бундан энергиянинг сақланиш қонуни бузилаяпти деган хулоса келиб чиқмайди: ишқаланиш мавжуд бўлганда механикавий энергиянинг бошқа турдаги энергияга айланиши содир бўлади, хусусан, механикавий энергия иссиқлик энергиясига айланади. Иссиқлик энергияси эса исм таркибидаги атом ва молекулаларнинг тартибсиз ҳаракатидан орат энергиядир (жисм таркибидаги атом ва молекулаларнинг ртибсиз ҳаракатини бизнинг сезги аъзоларимиз иссиқлик тарзида рок этади).

Ноконсерватив кучлар таъсири туфайли берк тизимда механика- й «энергиянинг йўқолиши»да ҳамма вақт мазкур «йўқолиш»га тенг лган миқдорда бошқа турдаги энергия ажралиб чиқади. Электр ергияси ишлаб чиқиладиган қурилмаларда кўпинча механикавий ергиянинг (масалан, оқар сув энергиясининг) электр энергиясига ланишини кузатамиз.

Физика тарихида шундай ҳоллар ҳам бўлганки, тажрибадан инган натижаларда энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмаганга ўхшаб туюлган. Масалан, атом ядроларининг бета-емирилиш дисаларида энергия ва импульснинг сақланиш қонунининг узилиши» кузатилган. Кейинчалик, физикларнинг мантиқий муло- залари шундай хулосага олиб келдики, бета-емирилишда электрон лан бирга ядродан бошқа бир номаълум заррача учиб чиқиши ва заррача ўзи билан бирга олиб кетаётган энергия бу жараёнда ишмаётган энергия миқдорига тенг бўлиши керак. Бундай дадил лосага келиш учун макроскопик механика қонунларидан четга қадиган тасаввурларга таянишга тўғри келди. Ўтказилган қўшим- тажрибалар эса мазкур хулосани тасдиқлади (заррача нейтрино ган ном олди).

Шундай қилиб, оддий механикавий ҳодисаларга нисбатан яна ҳам нгроқ миқёсдаги физикавий ҳодисаларни қамраб олган энергия- нг сақланиш қонуни қарор топди. Бу қонун энергиянинг умфизикавий сақланиш қонуни дейилади. Бу қонунга осан, *энергия ҳеч қачон йўқдан бор бўлмайди ва мавжуд энергия қолмайди, у фақат бир турдан иккинчи турга айланиши мумкин.* ергиянинг умумфизикавий сақланиш қонуни механика ҳодисала- нигина ўз ичига олиб қолмай, балки механика қонунларини қўллаш мкин бўлмаган ҳодисаларни ҳам қамраб олади. Бу қонун механика нунларидан келтириб чиқарилмаганлигини тушуниш қийин эмас: кенг миқёсдаги тажриба натижаларини умумлаштиришдан келиб ққан мустақил қонундир.

6.10- §. САҚЛАНИШ ҚОНУНЛАРИ ҲАМДА ФАЗО ВА ВАҚТ СИММЕТРИЯСИ

Одатда симметрия деганимизда буюмлар, нарсалар ва тирик ниворлар шаклининг симметрияси кўз олдимизга келади. Маса- ı, тайёралар, кемалар, кристаллар, қушлар, капалаклар ва шқаларнинг шакли муайян симметрияга эга, яъни уларнинг чап ва томонлари ўрта чизиққа нисбатан деярли бир-бирини такрорлай- Қуйида симметрия деганимизда, бизнинг кундалик ҳаётимизда раб турадиган симметрияга нисбатан бошқа маънодаги симмет- ı — табиат қонунлари симметрияси ҳақида гап боради. Масалан, зика қонунларининг симметрияси деганда баъзи бир алмашти- шларга нисбатан уларнинг инвариант эканлиги тушунилади. Фазо вақтнинг симметрияси деганимизда вақтнинг бир жинслилиги, зонинг эса бир жинслилиги ва унинг изотроплиги тушунилади. Бу унчалар киритилиши билан вақтнинг бир жинслилиги, фазонинг эса бир жинслилиги ва изотроплигини қандай тасаввур қилиш мумкин, деган саволнинг туғилиши табиийдир.

Вақтнинг бир жинслилиги — ўтаётган вақтнинг турли пайтлари бир-биридан фарқ қилмайди демакдир. Шу боисдан, кўпинча, вақтнинг барча пайтлари ўзаро муқобил, яъни улар тенг ҳуқуқли деган ибора қўлланилади. Амалий жиҳатдан вақтнинг бир жинслилиги шунда намоён бўладики, бир хил шароит яратилганда, берк тизимнинг ҳаракат қонунлари вақт ўтиши билан ўзгармайди. Масалан, эркин тушаётган жисмнинг ҳаракат қонуни бу ҳаракат қачон содир бўлганлигига боғлиқ эмас: 10 метр баландликдан бошланғич тезликсиз эркин тушаётган жисмнинг охирги тезлигини ўлчаш бўйича исталган пайтда ўтказилган тажриба бир хил натижа беради ва бу тезлик вақтнинг барча пайтлари учун $v=\sqrt{2gh}\approx$ ≈ 14 м/с бўлиб чиқади (бу натижаларда жисм ва Ер берк тизимни ташкил этади). Яна бир мисол: баъзи бир тажриба натижалари бирор вақт ўтгандан кейин қайта текширилиб кўрилади ва кўпинча бир хил натижа олинади. Демак, вақтнинг бир жинслилиги турли пайтларда ўтказилган тажриба натижаларини таққослаб кўришга имкон беради.

Фазонинг бир жинслилиги деганимизда унинг барча нуқталари бир-бирига муқобил эканлиги тушунилади, яъни фазонинг ҳамма нуқталарининг хусусиятлари бир хил. Амалий жиҳатдан фазонинг бир жинслилиги шунда намоён бўладики, жисмларнинг ўзаро жойлашишлари ва тезликларини ўзгартирмасдан берк тизимни бир жойдан иккинчи жойга кўчирсак, унинг хусусиятлари ва ҳаракат қонунлари ўзгармайди: аввалги жойда содир бўладиган ҳодиса бир хил шароит яратилганда фазонинг иккинчи жойида ҳам ўзгаришсиз такрорланади. Бу ерда «бир хил шароит яратилганда» деган ибора нимани англатишини қуйидаги мисолдан тушуниб олиш мумкин: осма соат тебрангичининг тебраниш даврини ўлчаётган бўлайлик. Тебрангичнинг узунлиги ва бошқа қисмлари ўзгармаганда унинг тебраниш даври эркин тушиш тезланиши (g) нинг қийматига боғлиқ (маълумки, g нинг қиймати Ернинг ҳар хил нуқталари учун ҳар хил қийматга эга бўлиб, 9,78 $м/с^2$ дан 9,83 $м/с^2$-гача ўзгаради). Соатни бутун ҳолда ва ўзига параллел қилиб фазонинг бир жойидан иккинчи жойига кўчирганимизда мазкур жойларда g нинг қиймати бир хил бўлса (бир хил шароит), соат тебрангичининг тебраниш даври иккала жойда ҳам бир хил қийматга эга бўлади. g нинг қийматлари бир хил бўлган фазонинг бошқа нуқталари учун ҳам тебрангичнинг тебраниш даври ўлчаш хатоликлари чегарасида аввалги нуқталарда олинган қийматларга тенг бўлиб чиқади. Бу натижа фазонинг барча нуқталарининг хусусиятлари бир хил эканлигининг исботи, яъни фазонинг бир жинслилигининг намоён бўлиши демакдир.

Фазонинг изотроплиги шуни билдирадики, ундаги ихтиёрий нуқтага нисбатан олинган барча йўналишларнинг хусусиятлари бир-биридан фарқ қилмайди, яъни фазода қайси йўналишни олиб қарамайлик, улар бир-бирига муқобил. Мазкур муқобиллик шунда намоён бўладики, бир хил шароит яратилганда жисмлардан ташкил топган берк тизимни (тадқиқот қурилмаларини, ўлчаш асбобларини, абораторияни ва бошқаларни) исталган бурчакка бурилса, бу /риш барча келгуси ҳодисаларнинг боришига таъсир этмайди. асалан: а) ойнаижаҳонни бирор бурчакка бурсак (антеннанинг азияти ўзгармаганда) унинг кўрсатишида ҳеч қандай ўзгариш одир бўлмайди; б) нуқтавий манбадан чиқаётган товуш тўлқинлари арча йўналишлар бўйича бир хил тарқалади.

а. Импульснинг сақланиш қонуни фазонинг бир жинслилигининг атижаси эканлиги. Импульснинг сақланиш қонуни берк тизим учун ажарилади ва берк тизимда фақат ички кучларгина мавжуд. Бу онунни келтириб чиқаришда юқорида (4.1-§ га қ.) Ньютоннинг ккинчи ва учинчи қонунларидан фойдаланилган эди. Ньютоннинг чинчи қонунига кўра берк тизимдаги ички кучларнинг вектор иғиндиси нолга тенг бўлиши керак, яъни:

$$\sum_{i,j}\vec{F}_{ij}+\sum_{i,j=1}^{n}\vec{F}_{ji}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{21}+\vec{F}_{13}+\vec{F}_{31}+\ldots=0 \qquad (i\neq j). \qquad (6.43)$$

Кейинчалик маълум бўлдики, фазонинг симметрия хусусиятлари- ін, яъни унинг бир жинслилигидан ва Ньютоннинг фақат иккинчи онунидан фойдаланиб ҳам импульснинг сақланиш қонунини елтириб чиқариш мумкин экан. Бунинг учун берк тизимни ўзига араллел равишда фазонинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига ундай кўчирамизки, ундаги жисмларнинг ўзаро жойлашиши ва зликлари аввалгидай қолсин. Кўчишни $\vec{r}$ билан белгиласак, мазкур чишда бажарилган иш қуйидаги:

$$A=\Big(\sum_{i,j}\vec{F}_{ij}+\sum_{j,i}\vec{F}_{ji}\Big)\vec{r}$$

аляр кўпайтма тарзида ифодаланади. Бу кўчишда ($\vec{r}\neq0$) берк зимда ҳеч нарса ўзгармагани туфайли фазонинг бир жинслилиги- ан шу хулоса келиб чиқадики, мазкур кўчишда бажарилган иш лга тенг, яъни

$$A=\Big(\sum_{i,j}\vec{F}_{ij}+\sum_{j,i}\vec{F}_{ji}\Big)\vec{r}=0 \qquad (i\neq j). \qquad (6.44)$$

Тизимнинг муайян $\vec{r}\neq0$ масофага кўчирилганини назарда тутсак, .44) тенгликдан

$$\Big(\sum_{i,j}\vec{F}_{ij}+\sum_{j,i}\vec{F}_{ji}\Big)=0 \qquad (i\neq j)$$

либ чиқади, яъни фазонинг бир жинслилигидан берк тизимдаги ки кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг, деган хулосага ламиз. Бинобарин, Ньютоннинг иккинчи қонунидан ва фазонинг р жинслилигидан (Ньютоннинг учинчи қонунидан фойдаланмас- н).

$$\Big(\sum_{i,j}\vec{F}_{ij}+\sum_{j,i}\vec{F}_{ji}\Big)=\frac{d}{dt}\sum_{i}\vec{p}_i=0$$

/носабатга эга бўламиз. Бундан импульснинг сақланиш қонуни 4.4) ифодага қ.)

$$\sum_{i}\vec{p}_i=\sum_{i}m_i\vec{v}_i=\text{const}$$

либ чиқади.

Демак, импульснинг сақланиш қонуни фазонинг бир жинслилигининг натижасидир, чунки фазонинг ана шу хусусияти туфайли берк тизим бир бутун ҳолда кўчирилганда унинг механикавий хусусиятлари ўзгаришсиз сақланади.

б. Импульс моментининг сақланиш қонуни билан фазонинг изотроплиги орасидаги боғланиш. Фазонинг изотроплиги шунда намоён бўладики, берк тизимни ихтиёрий бирор бурчакка бурсак, бу буриш унинг физикавий хусусиятларига ва ҳаракат қонунларига таъсир этмайди.

Тизимни бирор кўзғалмас O нуқтага нисбатан $d\vec{\varphi}$ бурчакка бурсак, бу буришда O нуқтадан r_i масофада турган i- жисмга j-жисм томонидан таъсир этувчи ички $\vec{F}_{ij}$ кучнинг куч моменти қуйидагича ифодаланади ((5.7) ифодага қ.):

$$\vec{M}_i=[\vec{r}_i, \ \vec{F}_{ij}] .$$

i- жисмни кўзғалмас O нуқтага нисбатан $d\vec{\varphi}$ бурчакка буришда ички кучларнинг бажарган иши

$$dA_i=\vec{M}_i d\vec{\varphi}$$

тарзда ифодаланади (IX бобга қ., (9.24) ифода). Жисмларга таъсир этаётган ички кучларнинг O нуқтага нисбатан олинган куч моментини $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$, ..., $\vec{M}_n$ билан белгиласак ҳамда тизимдаги барча жисмлар тезликларининг йўналишларини ва сон қийматларини ўзгартирмаган ҳолда уни O нуқтага нисбатан $d\vec{\varphi}(d\vec{\varphi}\neq 0)$ бурчакка бурсак, мазкур буришда бажарилган иш:

$$dA=(\vec{M}_1+\vec{M}_2+ \ldots +\vec{M}_n)\, d\vec{\varphi} \qquad (6.45)$$

бўлади. Фазодаги барча йўналишлар бир хил хусусиятга эга бўлганликлари туфайли мазкур буриш учун иш сарф қилинмайди, яъни:

$$(\vec{M}_1+\vec{M}_2+ \ldots +\vec{M}_n)\, d\vec{\varphi}=0 . \qquad (6.46)$$

Шартга кўра $d\vec{\varphi}$ бурчак нолга тенг бўлмаганлиги сабабли (6.46) скаляр кўпайтманинг биринчи кўпайтувчиси (қавс ичидаги ифода) нолга тенг бўлиши шарт:

$$\vec{M}_1+\vec{M}_2+ \ldots +\vec{M}_n=\sum_i \vec{M}_i=0 . \qquad (6.47)$$

Демак, фазонинг изотроплигидан берк тизимдаги ички кучлар моментларининг вектор йиғиндиси нолга тенглиги (Ньютоннинг учинчи қонунидан фойдаланмасдан) келиб чиқади. Моментлар тенгламаси ((5.20) ифодага қ.)

$$\frac{d}{dt}\sum_i \vec{L}_i=\sum_i \vec{M}_i$$

га кўра ва (6.47) дан

$$\frac{d}{dt}\sum_i \vec{L}_i=0$$

ҳамда

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \text{const} \qquad (6.48)$$

деган натижага келамиз. Бундан кўринадики, берк тизим импульс моментининг сакланиш қонуни фазонинг изотроплигининг натижасидир, чунки фазонинг ана шу хусусияти туфайли берк механикавий тизим бир бутун ҳолда ихтиёрий бирор бурчакка бурилганда унинг механик хусусиятлари ўзгармайди.

в. Энергиянинг сақланиш қонуни вақтнинг бир жинслилигининг натижаси эканлиги. Энергиянинг сақланиш қонунининг вақтнинг бир жинслилиги билан боғлиқлигини асослаш учун потенциал майдонда жойлашган n та жисмдан иборат берк тизимни олиб қараймиз. Бирор i- жисмга потенциал майдон томонидан таъсир этувчи кучнинг координата ўқларидаги проекциялари:

$$F_{x_i} = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial x_i}, \quad F_{y_i} = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial y_i}, \quad F_{z_i} = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial z_i}$$

тарзда ёзилади ((6.29) ифодага қ.). Мазкур тенгликларнинг ҳар бирининг чап томонларини кўчиш вектори $d\vec{r}_i$ нинг координата ўқларидаги проекциялари dx_i, dy_i, dz_i га мос равишда кўпайтириб,

$$F_{x_i} dx_i = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial x_i} dx_i, \quad F_{y_i} dy_i = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial y_i} dy_i,$$

$$F_{z_i} dz_i = -\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial z_i} dz_i$$

га эга бўламиз. Бу тенгликларнинг чап ва ўнг томонларини мос равишда қўшиб чиқиб, олинган натижани тизимдаги n та жисм учун ёзамиз:

$$\sum_i (F_{x_i} dx_i + F_{y_i} dy_i + F_{z_i} dz_i) = -\sum_i \left(\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial z_i} dz_i \right). \qquad (6.49)$$

Бу тенгликнинг чап томонидаги йиғинди ишораси остида турган ифода, равшанки, потенциал майдон томонидан i- жисм устида бажарилган ишга тенг:

$$F_{x_i} dx_i + F_{y_i} dy_i + F_{z_i} dz_i = dA_i \,. \qquad (6.50)$$

Мазкур иш i- жисм кинетик энергиясининг ошишига сарф бўлади, яъни:

$$dA_i = dE_{K_i} \,. \qquad (6.51)$$

(6.50) ва (6.51) ифодаларга асосан (6.49) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\sum_i (dE_{K_i}) = -\sum_i \left(\frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial E_{\text{п}_i}}{\partial z_i} dz_i \right). \qquad (6.52)$$

Энди вақтнинг бир жинслилигини эътиборга оламиз. Вақтнинг бир жинслилиги шундай натижага олиб келадики, берк тизимнинг потенциал энергияси вақт ўтиши билан ўзгармайди. Масалан, Ернинг гравитация майдонида Ер юзига нисбатан *h* баландликда жойлашган массаси *m* бўлган жисмнинг потенциал энергияси $E_п=mgh$ — берк тизим учун вақт ўтиши билан ўзгармайди, яъни $\frac{\partial E_п}{\partial t}=0$. Берк тизим потенциал энергияси вақтга боғлиқ бўлмаса (6.52) нинг ўнг томонидаги йиғинди ишораси остида турган ифодани (тизимдаги *i*- жисм потенциал энергиясини) тўла дифференциал шаклида ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial E_{п_i}}{\partial x_i}dx_i+\frac{\partial E_{п_i}}{\partial y_i}dy_i+\frac{\partial E_{п_i}}{\partial z_i}dz_i=dE_{п_i}.$$

У ҳолда (6.52) ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\sum_i(dE_{к_i})=-\sum_i(dE_{п_i}).$$

Бу тенгликни

$$d\left(\sum_i E_{к_i}+\sum_i E_{п_i}\right)=0$$

кўринишда ёзсак, ундан механикавий энергиянинг сақланиш қонуни

$$\sum_i E_{к_i}+\sum E_{п_i}=\text{const} \qquad (6.53)$$

келиб чиқади. (6.53) ифодадан шундай хулосага келамизки, механикавий энергиянинг сақланиш қонуни замирида вақтнинг бир жинслилиги ётади, чунки ана шу хусусият туфайли берк тизимдаги жараёнларнинг содир бўлиш қонунияти бу жараёнларни вақт бўйича бошқа пайтга кўчирилганда ҳам ўзгармайди.

VII БОБ

РЕЛЯТИВ ДИНАМИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ

7.1-§. МАХСУС НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИ ВА УНИНГ ПОСТУЛАТЛАРИ

Ҳозиргача биз ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик ($v \ll c$) тезликлар билан боғлиқ механикавий ҳаракат қонунлари билан танишдик. Зеро табиий шароитда учраб турадиган аксар механикавий ҳодисалар ёруғлик тезлигига нисбатан анча кичик тезликларда содир бўлади. Фан ва техника инқилоби туфайли ёруғлик тезлигига яқин тезликлар билан бевосита боғлиқ ҳодисалар ҳозирги вақтда оддий механикавий ҳодисалар қаторидан кенг жой олмоқда ва муҳандислик механикасида кўп ҳолларда релятив механика қонунларидан фойдаланилмоқда. Хусусан, бу қонунлар асосида катта тезликларда ($v \approx c$) элементар заррачаларнинг тўқнашишлари ва мазкур зарраларнинг модда билан ўзаро таъсири ўрганилади. Зарядли зарраларни жуда катта тезликларгача тезлатувчи қурилмалар релятив механика қонунлари асосида режалаштирилади.

Релятив механиканинг асосини А. Эйнштейн томонидан яратилган махсус нисбийлик назарияси ташкил қилади ва у кучсиз гравитация майдонлари мавжуд бўлган ҳоллар учун фазо ва вақт ҳақидаги физикавий назария ҳисобланади. Бу назария Ньютон физикасининг барча тасаввурларини, айниқса фазо ва вақт хоссалари ҳақидаги тасаввурларни қайта кўриб чиқишни тақозо қилади. Чунки Эйнштейннинг нисбийлик назариясида, Ньютон механикасидан фарқли ўлароқ, фазо ва вақт хоссалари ҳақидаги тасаввурлар мазкур фазо ва вақт ичида содир бўлаётган табиат ҳодисалари билан узвий боғлангандир. Махсус нисбийлик назариясида физикавий ҳодисалар қонуниятлари фақатгина инерциал саноқ тизимларида ўрганилади. Бундан ташқари умумий нисбийлик назарияси ҳам мавжуд бўлиб, у гравитация майдонлари ҳақидаги назариядир.

А. Эйнштейннинг махсус нисбийлик назарияси қуйидаги иккита постулатга (принципга) асосланган: 1) нисбийлик принципи; 2) ёруғлик тезлигининг ўзгармаслиги принципи.

Биринчи постулат фақат механикавий ҳодисаларга тааллуқли бўлган Галилейнинг нисбийлик принципларини барча физикавий ҳодисалар учун умумлаштиришдан иборат. Бу постулат қуйидагича таърифланади: *ҳар бир физикавий ҳодиса барча инерциал саноқ тизимларида бир хил содир бўлади.* Бошқача айтганда, барча табиат қонунлари (ва уларни тавсифловчи тенгламалар) бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда ўзгармайди, яъни мазкур қонунлар инерциал саноқ тизимларига нисбатан инвариантдир.

Ёруғлик тезлигининг доимийлиги ҳақидаги иккинчи постулат қуйидагича таърифланади: *ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги ёруғлик манбаининг ҳаракатига боғлиқ эмас ва у барча инерциал саноқ тизимларида бир хилдир.*

Юқорида зикр этилган постулатлар жуда кўп тажрибаларда тасдиқланган. Масалан, Физо тажрибаларида ёруғликнинг тезлиги ёруғлик тарқалаётган муҳитнинг ҳаракатига боғлиқ эмаслиги аниқланган. Майкельсон ва Морли тажрибалари ҳам шуни кўрсатдики, ёруғликнинг тезлиги ёруғлик манбаининг ҳаракат тезлигига боғлиқ эмас экан. Инерция (масса) маркази атрофида катта тезлик билан ҳаракатланувчи қўшалоқ юлдузларнинг ҳаракатини кузатиш натижалари ва бошқа бир қатор тажрибалар ҳам ёруғлик тезлиги ўз манбаининг ҳаракатига боғлиқ эмаслигини тасдиқлади. Шундай қилиб, ёруғлик тезлиги барча инерциал саноқ тизимларида бир хил эканлиги аниқланди. Шунинг билан бирга, *ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги табиатда кузатиладиган тезликлар ичида энг каттасидир. Ҳар қандай жисмлар ўзаро таъсирининг узатилиш тезлиги ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигидан катта бўлиши мумкин эмас.*

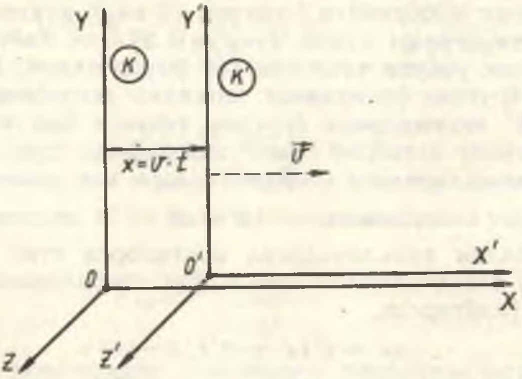
Галилей алмаштиришларидан келиб чиқадиган тезликларни қўшиш қоидасига ((3.5) га қ.) асосан бир саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда ёруғликнинг тезлиги $u=v+c$ га тенг бўлиши керак (бу ерда $v - K'$ саноқ тизимининг K тизимга нисбатан тезлиги). Тезликларни қўшишнинг бу қонуни эса ёруғлик тезлигининг доимийлик принципига мутлақо зиддир. Бу зиддиятнинг сабаби Ньютон механикасида алоҳида-алоҳида олиб қаралган фазо ва вақтнинг мутлақ деб ҳисобланганлигидадир.

Фазо ва вақтни мутлақ деб ҳисоблаганда жисмлар нисбий тезлигининг ёруғлик тезлигидан катта бўла олмаслигини тушунтириш асло мумкин эмас. Шу боисдан Ньютон механикасидаги фазо ва вақт мутлақдир деган тасаввурлардан воз кечишга тўғри келади.

Шундай қилиб, бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда, фазо ва вақтнинг ўзгаришини Галилей алмаштиришлари воситасида эмас, балки бошқача алмаштиришлар воситасида тасвирлаш зарурати келиб чиқди. Бундай алмаштириш тенгламаларини биринчи бўлиб голландиялик олим Г. Лоренц (1853—1928) келтириб чиқарган.

7.2- §. ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИ

Лоренц алмаштиришларида бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда x, y, z координаталар билан бир қаторда вақт ҳам ўзгарувчан катталик деб қаралади, яъни бир инерциал саноқ тизимида фазо ва вақт x, y, z, t билан ифодаланса, иккинчи инерциал саноқ тизимида бу катталиклар x', y', z', t' қийматларга эга бўлади (мазкур алмаштиришларда $t \neq t'$ деб қаралади). Лоренц алмаштиришларини келтириб чиқариш учун 3.1- § да кўриб ўтилгандек, K ва



7.1-расм

K' инерциал саноқ тизимларини оламиз ва бу тизимларнинг X, Y, Z ва X', Y', Z' ўқларини бир-бирига мос равишда параллел жойлаштирамиз (7.1- расм). K саноқ тизимини шартли равишда қўзғалмас деб ҳисоблайлик, K' эса K га нисбатан X ўқи бўйлаб $\bar{v}$ тезлик билан текис ҳаракатланаётган бўлсин. Дастлабки пайтда (яъни $t=0$ ва $t'=0$ бўлганда) иккала тизим координаталарининг боши устма-уст тушади ($x=x'=0$) деб фараз қиламиз. Фазода бирор нуқтани олайлик ва бу нуқта K' саноқ тизимининг бошида жойлашган бўлсин. У ҳолда $t=t'=0$ бўлганда, мазкур нуқтанинг координатаси $x'=0$ бўлиши табиий. Бу ҳол учун Лоренц алмаштиришларининг ошкор кўринишини топиш ҳақидаги масала юқорида зикр этилган фазодаги ўша нуқта учун x, y, z, t катталиклар билан x', y', z',

′ катталиклар орасидаги боғланишлар формулаларини топиш асаласига келтирилади. Фазо ва вақтнинг бир жинслилиги бу атталиклар орасидаги боғланишлар чизиқли боғланиш бўлишлари ераклигини тақозо қилади. Шу сабабли K ва K' инерциал саноқ изимларининг мос равишда x ва x' координаталари учун Галилей лмаштиришларини ифодаловчи ((3.1) ва (3.2) га қ.)

$$x=x'+vt'; \qquad x'=x-vt$$

формулалар фақат мутаносиблик коэффициенти γ билан фарқ илувчи қуйидаги

$$x=\gamma(x'+vt'), \tag{7.1}$$

$$x'=\gamma(x-vt) \tag{7.2}$$

ифодалар билан алмаштирилиши лозим (K ва K' тизимлар тенг ҳуқуқли инерциал саноқ тизимлари бўлганлиги туфайли мутаносиблик коэффициенти γ иккала формула учун бир хил қилиб олинган).

Энди мутаносиблик коэффициенти нимага тенг эканлигини аниқлашимиз керак. Бунинг учун ёруғлик тезлиги барча инерциал саноқ тизимларида бир хил қийматга тенг эканлиги ҳақидаги постулатдан фойдаланамиз. Вақт учун саноқ боши сифатида K ва K' тизимларнинг координата бошлари (0 ва 0′ нуқталар) устма-уст тушган пайтни танлаш қулай. $t=t'=0$ бўлган пайтда координата бошида ёруғлик учқуни чақнаган деб фараз қилиб, X *ва* X' ўқлари йўналишида ёруғлик фронтининг тарқалиш жараёнини олиб қарайлик. K ва K' тизимларида ёруғлик тезлиги бир хил бўлганлиги туфайли вақтнинг ихтиёрий t ва t' пайтларида ёруғлик фронтининг X ва X' йўналишларидаги координаталари мос равишда:

$$x=ct; \qquad x'=ct' \tag{7.3}$$

тенгликлар билан аниқланадиган нуқталарга етиб боради. Энди (7.1) ва (7.2) тенгликларнинг чап ва ўнг томонларини мос равишда бир-бирига кўпайтирсак,

$$xx'=\gamma^2(x'+vt')(x-vt)$$

бўлади. Бу формуладаги x ва x' ларни (7.3) формуладаги ct ва ct' орқали ифодаласак

$$ct\cdot ct'=\gamma^2(ct'+vt')(ct-vt)=\gamma^2(c+v)(c-v)tt',$$

яъни

$$c^2=\gamma(c^2-v^2)$$

тенглик келиб чиқади. Бундан қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \tag{7.4}$$

бу ерда $\beta=v/c$ белгилашни киритдик. (7.4) га асосан (7.1) ва (7.2) тенгликларни қуйидагича ёзамиз:

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{7.5}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.6}$$

Ҳаракат фақат X ва X' ўқлари йўналишида содир бўлаётганлиги туфайли бу йўналишга тик бўлган y, y', z, z' координаталар аввалигича ўзгармай қолишини, яъни

$$y = y', \qquad z = z' \tag{7.6,a}$$

муносабатлар бажарилишини тушуниш қийин эмас.

Энди K инерциал саноқ тизимидан K' тизимга ўтганда вақт (t ва t') учун алмаштириш формулаларини топайлик. Бунинг учун (7.6) даги x' учун топилган ифодани (7.5) формулага қўямиз:

$$x = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(\frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} + vt'\right) = \frac{x - vt}{1-\beta^2} + \frac{vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Бу формулани vt' га нисбатан ечамиз:

$$vt' = x\sqrt{1-\beta^2} - \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

ёки

$$t' = \frac{x}{v}\sqrt{1-\beta^2} - \frac{x - vt}{v\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{(1 - v^2/c^2)x - x + vt}{v\sqrt{1-\beta^2}},$$

бинобарин:

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.7}$$

Худди шунингдек, (7.5) ва (7.6) тенгликлардан t учун қуйидагига эга бўламиз:

$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.8}$$

(7.5) — (7.8) формулалар бир-бирига нисбатан ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган тизимлар координаталарини ўзаро боғлайди ва улар *Лоренц алмаштиришлари* дейилади. Умумий кўринишда Лоренц алмаштиришлари қуйидагича ёзилади:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + v/c^2 \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \tag{7.9}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - v/c^2 \cdot x}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{7.10}$$

K' саноқ тизимидан K тизимга ўтиш (7.9) формулалар орқали амалга оширилади ва аксинча, K саноқ тизимидан K' тизимга (7.10) формулалар воситасида ўтилади. (7.9) ва (7.10) формулалардан кўриниб турибдики, Лоренц алмаштиришлари координаталар билан бир қаторда вақтни ҳам ўз ичига олаяпти: координаталарни алмаштириш формулаларида вакт иштирок этаяпти, вактни алмаштириш формулаларида эса координаталар иштирок этаяпти. Демак, Лоренц алмаштиришларида фазо ва вакт бир-бири билан узвий боғлиқ бўлиб, уларни алоҳида олиб қараш маънога эга эмас. Бинобарин, нисбийлик назарияси бир-бири билан узвий боғланган фазо ва вакт ҳақидаги назариядир.

Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, (7.9) ва (7.10) формулалар тенг ҳуқуқли бўлиб, бир-биридан фақат тезлик v нинг олдидаги ишора билан фарқ қилади. Бунинг боиси шундан иборатки, K' саноқ тизими K га нисбатан $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаяпти деб қаралса, K саноқ тизими K' га нисбатан $-\vec{v}$ тезлик билан чап томонга ҳаракатланаяпти деб қараш мумкин.

Лоренц алмаштиришлари $\vec{v}$ нинг исталган қийматларида ўринли бўлиб, Галилей алмаштиришларини инкор этмайди: кичик ($v \ll c$) тезликларда Лоренц алмаштиришлари бевосита Галилей алмаштиришларига ўтади, яъни Галилей алмаштиришлари Лоренц алмаштиришларининг хусусий ҳолидир. Ҳақиқатан ҳам, $v \ll c$ бўлганда (7.9) ва (7.10) формулаларда квадрат илдиз тагидаги $\beta^2 = v^2/c^2$ нисбат 1 га нисбатан жуда кичик сонни ташкил қилади, яъни мазкур нисбат нолга интилгани учун уни ҳисобга олмаслигимиз мумкин. У ҳолда Лоренц алмаштиришлари Галилей алмаштиришларининг ўзи бўлиб қолади.

Пировардида шуни ҳам қайд қилайликки, ёруғлик тезлигидан катта ($v > c$) тезликларда (7.9) ва (7.10) формулалардаги x, t, x' ва t' катталиклар мавҳум қийматга эга бўлади. Бу натижа бизни шундай хулосага олиб келадики, ёруглик тезлиги (c) табиатда мавжуд бўлган тезликларнинг энг каттасидир ва ҳеч қандай тезлик ёруглик тезлигидан катта бўлиши мумкин эмас. Ундан ташқари, $v = c$ бўлганда (маълумки, v — ҳаракатдаги инерциал саноқ тизимининг тинч турган саноқ тизимига нисбатан текис ҳаракат тезлиги) Лоренц алмаштиришларидаги x, t, x' ва t' катталиклар чексиз катта қийматга эга бўлиши керак, ваҳоланки бундай бўлиши бирор маънога эга эмас. Демак, ҳаракатдаги саноқ тизими билан богланган жисмнинг нисбий тезлиги ҳамма вакт ёруғлик тезлигидан кичик бўлади.

7.3- §. ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИДАН КЕЛИБ ЧИҚАДИГАН НАТИЖАЛАР

Ньютон механикасида барча инерциал саноқ тизимларида воқеалар бир вактда содир бўлади деб қаралади. Чунки бу механика оддий шароитлардаги жараёнларни, яъни ёруғлик тезлигига нисбатан жуда кичик тезликлар билан боғлиқ жараёнларни акс эттиради. Нисбийлик назарияси исталган тезликлар билан боғлиқ бўлган жараёнларни ўз ичига олади. Элементар заррачаларнинг ҳаракати ва улар иштирокидаги жараёнлар аксарият ҳолларда ёруғлик тезлигига яқин тезликларда юз беради. Ёруғлик тезлигига яқин тезликлар билан ҳаракатланаётган элементар заррачалар билан боғлиқ ҳолда кечадиган ҳодиса ва жараёнларни биз бевосита идрок эта олмаймиз. Шу боисдан нисбийлик назариясидан келиб чиқадиган натижалар кундалик ҳаётимизда учрайдиган ҳодисаларга ва оддий шароитда ўтказилган тажриба натижаларига зид бўлиб туюлади. Хусусан, Лоренц алмаштиришларидан келиб чиқадиган натижалар, яъни бир вақтлиликнинг, жисм ўлчамларининг ҳамда вақт оралиғининг нисбийликлари шулар жумласидандир. Қуйида уларни кўриб чиқамиз.

1. Бир вақтлиликнинг нисбийлиги. Барча инерциал саноқ тизимлари тенг ҳуқуқли бўлишига қарамай, уларда содир бўлаётган воқеаларнинг бир вақтлилиги ва кетма-кетлиги ҳар хилдир. K ва K' инерциал саноқ тизимларини олайлик ва худди юқоридагидек (7.2-§), K' саноқ тизими K тизимга нисбатан X ўқи йўналишида ўзгармас $\bar{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. Тинч турган K саноқ тизимининг x_1 ва x_2 нуқталарида бир вақтнинг ўзида ($t_1=t_2$, $\Delta t=t_2-t_1=0$) икки воқеа содир бўлсин: айтайлик, x_1 ва x_2 нуқталарда жойлашган иккита милтиқдан бир вақтда ўқ отилсин. Бу икки воқеа ҳаракатдаги K' саноқ тизимининг x'_1 ва x'_2 нуқталарида айни бир вақтда юз берадими ёки вақтнинг мос равишда t'_1 ва t'_2 пайтларида содир бўладими, деган саволга жавоб бериш учун Лоренц алмаштиришларидан фойдаланамиз. $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ эканлигини назарда тутиб, x_1, x_2, x_1', x_2', t_1, t_2, t_1' ва t_2' лар учун Лоренц алмаштиришларини қуйидагича ёзамиз:

$$x_1=\gamma(x'_1+vt'_1), \qquad x_2=\gamma(x'_2+vt'_2);$$
$$x'_1=\gamma(x_1-vt_1), \qquad x'_2=\gamma(x_2-vt_2);$$
$$t_1=\gamma(t'_1+\frac{v}{c^2}x'_1), \qquad t_2=\gamma(t'_2+\frac{v}{c^2}x'_2);$$
$$t'_1=\gamma(t_1-\frac{v}{c^2}x_1), \qquad t'_2=\gamma(t_2-\frac{v}{c^2}x_2).$$

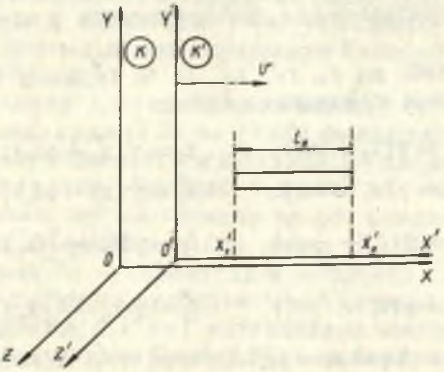
Бу тенгликлардан $\Delta x=x_2-x_1$, $\Delta x'=x'_2-x'_1$, $\Delta t=t_2-t_1$, $\Delta t'=t'_2-t'_1$ катталиклар учун Лоренц алмаштиришларини

$$\Delta x=\gamma(\Delta x'+v\Delta t'); \tag{7.11}$$
$$\Delta x'=\gamma(\Delta x-v\Delta t); \tag{7.12}$$
$$\Delta t=\gamma(\Delta t'+\frac{v}{c^2}\Delta x'); \tag{7.13}$$
$$\Delta t'=\gamma(\Delta t-\frac{v}{c^2}\Delta x) \tag{7.14}$$

тарзда ёзиш мумкин; бу ерда $\Delta t'$ — ҳаракатланаётган K' саноқ тизимидаги кузатувчи нуқтаи назарича икки воқеанинг содир бўлиш пайтлари оралиғи. Мазкур $\Delta t'$ нимага тенг эканлигини аниқлайлик. Тинч турган K саноқ тизимида икки воқеа бир вақтда амалга ошаётганлигини (яъни $\Delta t=t_2-t_1=0$ эканлигини) эътиборга олсак, охирги (7.14) тенгликдан

$$\Delta t'=-\gamma\frac{v}{c^2}\Delta x \tag{7.15}$$

ади. Бу тенгликдан кўриниб турибдики, *бир инерциал саноқ имининг ҳар хил нуқталарида бир вақтда* ($t_1=t_2$, $\Delta t=0$) *содир ган икки воқеа бошқа инерциал саноқ тизимида вақтнинг ҳар хил* ($\neq t_2'$, $\Delta t'\neq 0$) *пайтларида содир бўлар экан.* Шунинг учун бир қтда бўлаётган воқеалар ҳақида гапирганимизда бу воқеалар йси саноқ тизимида олинаётганлиги аниқ бўлиши керак. 15) ифодани таҳлил қилиб (бу формуладаги манфий ишорани иборга олган ҳолда) яна қуйидаги хулосага келамиз: тинч турган оқ тизимида координатанинг катта қийматига мос келувчи воқеа ракатдаги тизимда вақт бўйича олдинроқ содир бўлади. (7.12), 14) ва (7.15) формулалардан яна қуйидаги натижа келиб чиқади: қат бир хусусий ҳолда, яъни тинч турган саноқ тизимининг айнан нуқтасида ($\Delta x=0$) иккала воқеа бир вақтда ($\Delta t=0$) амалга ган бўлса, ҳаракатдаги саноқ тизимида ҳам мазкур икки воқеа зонинг айнан бир нуқтасида ($\Delta x'=0$) бир вақтда ($\Delta t'=0$) содир ади.



7.2-расм

2. Ҳаракатдаги жисмнинг узунлиги. Лоренц алмаштиришларидан иб чиқадиган натижалардан яна бири шундан иборатки, *бир- ига нисбатан ҳаракатда бўлган турли инерциал саноқ тизимлари- жисмнинг узунлиги турлича бўлади.* Бунга ишонч ҳосил қилиш н, юқорида кўриб ўтилганидек, иккита K ва K' саноқ тизимларини йлик. K' саноқ тизимида $0'X'$ ўқига параллел қилиб бирор қчани жойлаштирайлик ва K' тизими таёқча билан бирга изимга нисбатан 7.2- расмда кўрсатилган йўналишда $\vec{v}$ тезлик ан ҳаракатланаётган бўлсин. Равшанки, таёқча K' тизимга батан тинч ҳолатда бўлади ва бу тизимда таёқча учларининг рдинаталари x_1' ва x_2' бўлгани учун унинг K' тизимдаги узунлиги $=x_2'-x_1'$ бўлади.

Энди таёқчанинг K тизимдаги узунлиги нимага тенг эканлигини аниқлайлик. Таёқча бу тизимга нисбатан ҳаракатланаётганлиги туфайли унинг учларининг координаталарини айнан бир $t=t_1=t_2$ вақтда ўлчаш лозим. K тизимда таёқча учларининг координаталари x_1 ва x_2 бўлгани учун унинг бу тизимдаги узунлиги $l=x_2-x_1$ бўлади. l_0 ва l узунликлар орасидаги боғланишни топиш мақсадида x_1' ва x_2' лар учун Лоренц алмаштиришларини қуйидагича ёзамиз:

$$x_1'=\frac{x_1-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad x_2'=\frac{x_2-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Бу икки тенгликдан:

$$l_0=x_2'-x_1'=\frac{x_2-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}-\frac{x_1-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{x_2-x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

эканлиги келиб чиқади, яъни таёқчанинг K тизимга нисбатан $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган вақтдаги узунлиги билан у тинч турган тизимдаги узунлиги орасидаги боғлиқлик

$$l=l_0\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad (7.16)$$

муносабат билан ифодаланади. Таёқчанинг у тинч турган тизимдаги узунлиги (l_0) унинг *хусусий узунлиги* дейилади. Охирги формуладан кўриниб турибдики, таёқчанинг K тизимдаги узунлиги K' тизимдагига нисбатан қисқа бўлар экан ва жисмнинг тезлиги (v) қанчалик катта бўлса, унинг узунлиги (7.16) ифодага кўра шунчалик қисқариб борар экан. Бу қисқариш *Лоренц қисқариши* деб юритилади.

Шундай қилиб, таёқчанинг узунлиги турли саноқ тизимларида турлича, яъни унинг узунлиги нисбий маънога эга: таёқча қайси тизимда тинч турган бўлса, ўша тизимда у энг катта узунликка эга бўлади. Юқорида зикр этилган қисқариш нисбий маънога эга бўлганлиги туфайли жисмда ҳеч қандай кучланишлар содир бўлмайди, чунки жисмга ҳеч қандай ташқи кучлар таъсир қилмайди. Шунинг учун Лоренц қисқариши релятив натижадир. Ҳаракат йўналишига тик йўналишларда жисмнинг ўлчамлари (яъни таёқчанинг эни) ўзгармайди (унинг эни барча инерциал саноқ тизимларида бир хиллигича қолади).

Лоренц қисқариши барча тезликларда ҳам ўринли. Лекин амалий жиҳатдан бу қисқариш ёруғлик тезлигига яқин тезликларда сезиларли даражада бўлади. Шуни ҳам айтиш кераккн, Лоренц қисқариши туфайли куб шаклидаги жисм K тизимдаги кузатувчига параллелепипед бўлиб кўриниши керак эди. Лекин бу ерда яна бир физикавий ҳодиса борки, у Лоренц қисқаришини кузатишга имкон бермайди. Бу ҳодиса шундан иборатки, жисмнинг турли узоқликда турган нуқталаридан келаётган ёруғлик нури киши кўзига ҳар хил вақт давомида етиб келади: натижада жисм шакли кузатувчига ўзгариб кўринади. Масалан, Лоренц қисқариши бўлмаганда эди, куб клидаги жисм кузатувчига ҳаракат йўналишида чўзинчоқ бўлиб инар эди. Турли нуқталардан келаётган ёруглик нури ҳар хил тда етиб келиши билан бирга Лоренц қисқариши ҳам мавжуд ганлиги туфайли бу икки ўзгариш бир-бирини «йўққа чиқаради».

3. **Вақт оралиғининг нисбийлиги.** Ньютон механикасининг аввурларига кўра вақтнинг ўтиши барча инерциал саноқ мларида айнан бир хилдир. Нисбийлик назариясига кўра эса ан бир воқеанинг ёки жараённинг давом этиш вақти турли рциал саноқ тизимларида турлича бўлади. Фараз қилайлик, ракатланаётган K' тизимнинг x' координатаси билан аниқлана- н нуқтасида жойлашган бирор жисм билан боғлиқ жараён йтда бошланиб, t'_2 пайтда тугаллансин. Равшанки, жараён $\Delta\tau =$ $- t'_1$ вақт давом этган бўлади ва мазкур $\Delta\tau$ вақт оралиғи K' саноқ мида ўрнатилган соат воситасида ўлчанган, яъни вақтни айдиган асбоб ҳам K' тизимнинг x' нуқтасида жойлашган жисм н бирга $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаяпти. Шунинг учун τ вақт мнинг *хусусий вақти* дейилади.

Энди мазкур жараён содир бўлишига кетган вақт оралиғини алмас деб ҳисобланган K саноқ тизимида топайлик. Бу саноқ мидаги кузатувчи шу тизимдаги соатнинг кўрсатишига кўра аённинг бошланиши t_1 пайтда, тугалланиши t_2 пайтда бўлганли- қайд этади. Жараён K' тизимнинг x' координатаси билан қланадиган нуқтасида содир бўлаётганлиги сабабли t_1, t'_1, t_2 ва t'_2 аликлар орасидаги боғланишни ифодаловчи Лоренц алмашти- ларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$t_1 = \frac{t'_1 + v/c^2 \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad t_2 = \frac{t'_2 + v/c^2 \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

кки тенгликдан

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

б чиқади. Охирги формуладан:

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\beta^2}\ . \qquad (7.17)$$

формуладан кўриниб турибдики, ҳаракатдаги тизимда жара- нг давом этиш вақти тинч турган тизимдагига нисбатан $/\overline{1-\beta^2}$ марта кам экан (чунки $\sqrt{1-\beta^2} < 1$); бошқача айтган- гинч турган саноқ тизимига нисбатан ҳаракатдаги тизимда вақт н ўтади. Бу ҳодисани ҳаракатдаги саноқ тизимларида вақт шининг секинлашуви дейилади. Демак, *вақт оралиғи ҳам бийдир.*

Жисм қайси саноқ тизимида тинч турган бўлса (жисм K' тизимда турибди, лекин бу тизим K тизимга нисбатан ҳаракатда), хусусий вақт оралиғи ўша тизимдаги соат воситасида ўлчанади. Жисм бир саноқ тизимидан иккинчисига ўтказилганда хусусий вақт оралиғи жисм билан бирга ҳаракатланаётган соат воситасида ўлчанганлиги туфайли мазкур вақт оралиғи Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантдир, яъни хусусий вақт оралиғи бир саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда ўзгармай қолади.

Вақт ўтишининг секинлашуви фақат соатларнинг секин юришидангина иборат бўлиб қолмай, балки ҳаракатланувчи тизимда барча физикавий жараёнлар ҳам $1/\sqrt{1-\beta^2}$ марта секин содир бўлиши тақозо этилади. Ҳаракатдаги тизимда вақтнинг секин ўтиши жуда катта тезликларда (ёруғлик тезлигига яқин тезликларда) сезиларли даражада намоён бўлади. Бу ҳодисанинг мавжудлиги тажрибалар ва кузатишлар орқали кўп марта тасдиқланган. Мазкур ҳодиса, масалан, мюонлар билан ўтказилган тажрибаларда тасдиқланган. Мюонлар яшаш даври жиҳатидан турғун бўлмаган зарралар бўлиб, уларнинг хусусий яшаш вақти (яъни улар билан боғланган саноқ тизимида ўлчанган яшаш вақти) $2{,}5\cdot10^{-6}$ секундга тенг (мюон — массаси электрон массасига нисбатан 270 марта катта бўлган мусбат зарядли зарра). Мюонлар атмосферанинг юқори қатламларида (20—30 км баландликда) космик нурлар таркибида учрайди ва у жисмлар билан (асосан атмосфера таркибидаги молекулалар билан) таъсирлашиш натижасида парчаланади; натижада мюон ўрнида электрон ёки позитрон ва иккита нейтрино ҳосил бўлади. Мюонлар ёруғлик тезлигига яқин тезликлар билан ҳаракатланадилар. Агар мюон ҳатто ёруглик тезлигига тенг тезлик билан ҳаракат қилганида ҳам атмосферанинг юқори қатламларидан пастга қараб (Ер томонга) $2{,}5\cdot10^{-6}$ секунд вақт ичида фақат 600 метрга яқин масофани босиб ўтишга улгурган бўлар эди. Кузатишларнинг кўрсатишича, мюонлар 20—30 км баландликда ҳосил бўлса ҳам улар жуда кўп миқдорда Ер сиртида жойлашган лабораторияларда қайд қилинмоқда. Бу ҳол жуда катта тезлик билан ҳаракатланаётган мюонларнинг хусусий яшаш вақтининг $1/\sqrt{1-\beta^2}$ марта ошиши билан тушунтирилади. Худди шунингдек, бирор радиоактив моддани ғоят катта тезлик билан ҳаракатга келтирилса, унинг радиоактив емирилиш жараёни ҳам $1/\sqrt{1-\beta^2}$ марта секинлашади (яъни унинг ярим емирилиш даври $1/\sqrt{1-\beta^2}$ марта ошади).

Демак, айнан бир жараён турли инерциал саноқ тизимларида турлича вақт давом этади.

7.4-§. РЕЛЯТИВ МЕХАНИКАДА ТЕЗЛИКЛАРНИ ҚЎШИШ

Галилей алмаштиришларидан келиб чиқадиган натижалардан бири шундан иборатки, *K инерциал саноқ тизимига нисбатан OX йўналишда v тезлик билан текис ҳаракат қилаётган K′ инерциал саноқ тизимидаги жисм (моддий нуқта) шу тизимга нисбатан*

$\vec{v}_1$ тезлик билан ҳаракатда бўлса, мазкур жисмнинг K тизимдаги тезлиги

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{v}'$$

муносабат орқали ифодаланади. Лоренц алмаштиришларига асосланган релятив механикада юқорида зикр этилган тезликлар орасидаги боғланиш бошқачадир. Бу боғланишни аниқлаш учун моддий нуқтанинг K саноқ тизимидаги тезлигининг X ўқи йўналишидаги ташкил этувчисини

$$u_x = \frac{dx}{dt} \tag{7.18}$$

кўринишда ёзамиз. Мазкур тезликнинг X' ўқ йўналиши бўйича олинган ташкил этувчиси

$$u'_{X'} = \frac{dx'}{dt'} \tag{7.19}$$

тарзда ёзилади. Лоренц алмаштнришларига ((7.9) формулага қ.) асосан dx ва dt катталикларни dx' ва dt' лар орқали ёзсак, улар

$$dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \tag{7.20}$$

$$dt = \frac{dt' + (v/c^2)dx_2'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{7.21}$$

кўринишни олади. Энди (7.20) нинг (7.21) га нисбатини олсак, у ҳолда (7.18) га асосан

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt'}{dt' + (v/c^2)dx'} \tag{7.22}$$

га эга бўламиз. Бу ифоданинг ўнг томонининг сурат ва махражини dt' га бўлсак ҳамда $dx'/dt' = u'_{x'}$ эканлигини назарда тутсак, (7.22) тенглик қуйидагича ёзилади:

$$u_x = \frac{u'_{x'} + v}{1 + u'_{x'} \cdot v/c^2}. \tag{7.23}$$

Агар моддий нуқта X ва X' ўқларга параллел равишда $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса, унинг K тизимдаги тезлиги (u) нинг қиймати u_x га, $u'_{x'}$ эса моддий нуқтанинг K' тизимдаги тезлиги v' га тенг бўлади. У ҳолда (7.23) қуйидаги кўринишни олади:

$$u = \frac{v' + v}{1 + v' \cdot v/c^2}. \tag{7.24}$$

(7.23) ва (7.24) формулалар K' саноқ тизимидан K тизимга ўтишда u_x ёки u тезликни топишга имкон беради. Худди шунингдек, (7.10) формуладан фойдаланиб, K саноқ тизимидан K' тизимга ўтишда $u'_{x'}$ тезликни топиш

$$u'_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - v_x \cdot v/c^2} \tag{7.25}$$

ифода воситасида амалга оширилади. Юқорида келтирилган (7.23) — (7.25) формулалар *тезликларни қўшишнинг релятив қоидасини* ифодалайди.

(7.24) ифодадан кўриниб турибдики, натижавий тезлик (u) икки тезликнинг йиғиндиси ($v'+v$) дан кичик экан. Тезликларни қўшишнинг релятив қоидасида ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги (c) дан катта тезликларни инкор этувчи нисбийлик назариясининг иккинчи постулати ўз ифодасини топган: фараз қилайлик, K' саноқ тизимида зарра (моддий нуқта) ёруғлик тезлигида ҳаракатлансин (масалан, фотон ёки нейтрино), яъни $v'=c$ бўлсин. У ҳолда K саноқ тизимидаги кузатувчи зарра

$$u=\frac{c+v}{1+cv/c^2}=\frac{(c+v)c}{c+v}=c$$

тезлик билан ҳаракатланаётганини қайд қилади. Натижада биз шундай хулосага келамизки, ***моддий нуқтанинг мутлақ тезлиги ёруғлик тезлигидан катта бўла олмайди.*** Агар моддий нуқтанинг K' саноқ тизимидаги тезлиги ва саноқ тизимларининг бир-бирига нисбатан тезлиги ёруғлик тезлигидан жуда кичик, яъни $v'\ll c$, $v\ll c$ бўлса, унда $v'v/c^2\ll 1$ бўлади ва (7.24) ифодадан Галилей алмаштиришларидан келиб чиқадиган тезликларни қўшиш қоидасига ўтамиз:

$$u=v'+v\,.$$

Демак, релятив механика қонунлари кенг қамровли моҳиятга эга бўлиб, жисмнинг кичик ($v\ll c$) тезликларида у Ньютон механикаси қонунлари кўринишини олади.

7.5-§. ОРАЛИҚ (ИНТЕРВАЛ)

Галилей алмаштиришларидан келиб чиқадиган натижага кўра жисмнинг ўлчамлари (узунлиги) ва икки воқеанинг содир бўлишида ўтган вақт оралиғи бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда ўзгармай қолади, яъни инвариант ҳисобланади. Маълумки, жисмнинг ўлчамлари (хусусан, узунлиги) фазода x, y, z координаталар билан берилади ва Ньютон механикасида уч ўлчовли фазо ҳамда бир ўлчовли вақт бир-бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда, яъни бир-биридан мустақил равишда мавжуд. Бошқача айтганда, воқеанинг қаерда содир бўлганлиги ҳақидаги масала шу воқеанинг қачон содир бўлганлиги ҳақидаги масаладан мустақил ҳолда — алоҳида олиб қаралади. Масалан, Ньютон механикасида координаталари x_1, y_1, z_1 ва x_2, y_2, z_2 бўлган фазодаги икки нуқта орасидаги масофа қуйидагича аниқланади:

$$l=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}\,. \qquad (7.26)$$

Бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда x_1, y_1, z_1 ва x_2, y_2, z_2 координаталар ўзгарса ҳам, l нинг қиймати ўзгармай қолади, яъни l Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.

Лоренц алмаштиришларидан келиб чиқадиган хулоса эса шундан иборатки, жисмларнинг ўлчамлари (хусусан, узунлиги) ва воқеалар орасидаги вақтнинг ўтиши (давомийлиги) бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда ўзгарганлиги туфайли бу катталиклар мазкур алмаштиришларга нисбатан инвариант эмас. Ҳақиқатан, нисбийлик назариясида фазо ва вақт бир-бири билан узвий боғланган бўлиб, Лоренц алмаштиришларини ифодаловчи тенгламаларда *x*, *y*, *z* координаталар билан бир қаторда вақт тўртинчи тенг ҳуқуқли катталик сифатида иштирок этади. Шу боисдан нисбийлик назариясида бир-бири билан ўзаро боғланган ягона *тўрт ўлчовли фазо-вақт* тушунчаси киритилади. Тўрт ўлчовли фазода вақт (t) ўрнида нуқта координаталари билан бир ўлчамга эга бўлган ct (c — ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги) катталикдан фойдаланилади, яъни тўрт ўлчовли фазода X, Y, Z, ct ўқларидан иборат координаталар тизими қўлланилади. У ҳолда содир бўлган воқеа фазо-вақт координаталар тизимида x, y, z, ct координаталар билан аниқланувчи нуқта сифатида ифодаланади. Бу нуқта *дунёвий нуқта* деб аталади. Вақт ўтиши билан дунёвий нуқта ўз ўрнини ўзгартириб фазо-вақтда *дунёвий чизиқ* деб аталадиган траектория чизади. Шуниси эътиборга моликки, масалан, моддий нуқта уч ўлчовли фазода ҳатто тинч ҳолатда бўлса ҳам унинг дунёвий нуқтаси ct ўқига параллел бўлган (дунёвий нуқта ct га мутаносиб бўлганлиги туфайли) тўғри чизиқдан иборат дунёвий чизиқ бўйича ҳаракатланади.

Тўрт ўлчовли фазода кетма-кет содир бўлган икки воқеани тавсифлаш учун оралиқ (интервал) деган тушунча киритилади. Тўрт ўлчовли фазода биринчи воқеа x_1, y_1, z_1, ct_1 координаталар билан аниқланувчи дунёвий нуқта билан, иккинчи воқеа x_2, y_2, z_2, ct_2 координаталар билан аниқланувчи дунёвий нуқта билан ифодаланади. x_1, y_1, z_1, ct_1 ва x_2, y_2, z_2, ct_2 нуқталар орасидаги оралиқ ёки қисқа қилиб айтганда, икки воқеа орасидаги оралиқ бирор K саноқ тизимида қуйидаги формула билан аниқланади:

$$s = \sqrt{c^2(t_2-t_1)^2-[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2]}. \qquad (7.27)$$

Бу формулани (7.26) га асосан

$$s = \sqrt{c^2(t_2-t_1)^2-l^2} \qquad (7.28)$$

шаклда ёзиш мумкин. Бу катталик барча инерциал саноқ тизимларида бир хил қийматга эга, яъни бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда (7.27) нинг қиймати ўзгармайди. Бошқача айтганда, бу катталик Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантдир. Унинг инвариантлигини исботлаш учун (7.27) ни

$$s^2=c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2 \qquad (7.29)$$

кўринишда ёзамиз. Сўнгра Лоренц алмаштиришларини ифодаловчи (7.9) формулага асосан ҳамда (7.29) даги x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1, t_2-t_1 айирмалар K' саноқ тизимининг мос катталиклари орқали ифодаланган

$$x_2-x_1=\frac{(x'_2-x'_1)+v(t'_2-t'_1)}{\sqrt{1-\beta^2}},\ y_2-y_1=y'_2-y'_1,\ z_2-z_1=z'_2-z'_1,$$

$$t_2-t_1=\frac{(t'_2-t'_1)+(v/c^2)(x'_2-x'_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

тенгликлардан қуйидагига эга бўламиз (бу ерда $\beta=\frac{v}{c}$):

$$(x_2-x_1)^2=\frac{(x'_2-x'_1)^2+2v(x'_2-x'_1)(t'_2-t'_1)+v^2(t'_2-t'_1)^2}{1-\beta^2}; \qquad (7.30)$$

$$(y_2-y_1)^2=(y'_2-y'_1)^2,\ (z_2-z_1)^2=(z'_2-z'_1)^2; \qquad (7.31)$$

$$c^2(t_2-t_1)^2=\frac{c^2(t'_2-t'_1)^2+2v(x'_2-x'_1)(t'_2-t'_1)+(v/c)^2(x'_2-x'_1)^2}{1-\beta^2}. \qquad (7.32)$$

Энди (7.30) — (7.32) ифодаларни (7.29) формулага қўйсак,

$$c^2(t_2-t_1)^2-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2=$$
$$=c^2(t'_2-t'_1)^2-(x'_2-x'_1)^2-(y'_2-y'_1)-(z'_2-z'_1)^2 \qquad (7.33)$$

тенглик бажарилади, яъни $s^2=s'^2$ эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак, *оралиқ (интервал) ва унинг квадрати Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант катталик экан.*

Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, Ньютон механикасидаги уч ўлчовли фазода «икки нуқта орасидаги масофа» тушунчаси қанчалик муҳим ўрин тутса, релятив механикада «оралиқ» тушунчаси ҳам шунчалик муҳим ўрин тутади. Лекин «масофа» билан «оралиқ»нинг бир-биридан фарқи шундан иборатки, бунда s тўрт ўлчовли фазони акс эттиради, чунки у Лоренц алмаштиришларига асосланган бўлиб, x, y, z координаталар билан бир қаторда t вақтни ҳам ўз ичига олади.

Одатдаги уч ўлчовли фазода икки нуқта орасидаги масофа (l) нинг квадрати ((7.26) га қ.) мусбат сон бўлса-да оралиқнинг квадрати (7.29) га асосан мусбат ёки манфий сон бўлиши мумкин: агар $c(t_2-t_1)>l$ бўлса, s^2 нинг қиймати мусбат, агар $c(t_2-t_1)<l$ бўлса, s^2 манфий бўлади. $s^2>0$ бўлса, бундай оралиқ *вақтсимон оралиқ* дейилади. $s^2<0$ бўлса, бундай оралиқ *фазосимон оралиқ* дейилади. Қандайдир икки воқеа учун оралиқнинг қиймати барча инерциал саноқ тизимларида аниқланиши мумкин, лекин s^2 нинг қиймати қайси ҳолларда мусбат ва қайси ҳолларда манфий бўлишини аниқлашни соддароқ тасаввур қилиш учун $l=0$ ва $t_2-t_1=0$ бўлган хусусий ҳолларни олиб қараш мақсадга мувофиқдир: $l=0$ бўлганда икки воқеа фазонинг бир нуқтасида содир бўлаётган, $t_2-t_1=0$ бўлганда эса икки воқеа бир вақтда юз бераётган бўлади.

Вақтсимон оралиқда $c(t_2-t_1)>l$ шарт бажарилиши туфайли қаралаётган икки воқеа бирор инерциал саноқ тизимининг бир ктасида (бир жойда) кетма-кет содир бўлади ва мазкур икки воқеа р вактда содир бўладиган бошқа бирорта саноқ тизими мавжуд лиши мумкин эмас (бундай саноқ тизими мавжуд бўлганда эди, $-t_1'=0$ бўлиши лозим эди ва (7.28) дан $s^2<0$ бўлиши келиб қади, бу эса вактсимон оралиқ таърифига зиддир). Шундай қилиб ктсимон ораликда содир бўладиган икки воқеа учун

$$s^2=c^2(t_2-t_1)^2$$

аликнинг қиймати аниқланади, яъни мазкур икки воқеа бирор ерциал саноқ тизимининг бир нуктасида (бир жойда) кетма-кет t_1 t_2 пайтларда юз беради. Бошқача айтганда, икки воқеа дунёвий зикнинг икки нуктасида жойлашади.

Равшан бўлиши учун биз юқорида вактсимон ораликнинг хусусий ли ($l=0$) ни олиб қарадик. Умумий ҳолда $c(t_2-t_1)>l$ бўлганлиги файли бир воқеа содир бўлаётган нуқтадан иккинчи воқеа содир лаётган нуқтага ёруғлик нури келиши учун зарур бўладиган вақт $/c$) воқеаларнинг содир бўлиш пайтлари t_1 ва t_2 орасидаги вақт $_2-t_1$) дан кичик. Шу туфайли вақтсимон ораликлар билан кратилган бир воқеа иккинчи воқеанинг содир бўлишига сабабчи лиши мумкин ёки бу воқеаларнинг бири иккинчисига таъсир рсатиши мумкин.

Фазосимон ораликда $c(t_2-t_1)<l$ тенгсизлик бажарилиши лозим лганлиги туфайли қаралаётган икки воқеа бирор инерциал саноқ зимининг турли нуқталарида ($l>0$) бир вақтнинг ўзида ($t_2-t_1=0$) содир бўлади. Лекин мазкур икки воқеа бир нуктада ($l=0$) содир бўладиган бирорта ҳам саноқ тизими мавжуд эмас, чунки ки воқеа бир нуктада содир бўлиши учун $l=0$ бўлиши керак; бу арт бажарилганда эди, (7.28) га кўра $s^2>0$ бўлиб қолар эди, ҳоланки, охирги тенгсизлик фазосимон оралиқ таърифига зиддир. муман олганда, фазосимон ораликда ($s^2<0$ шарт бажарилганда) қеалар содир бўлаётган нуқталар орасидаги масофа l, равшанки, t_2-t_1) дан катта. Шу боисдан мазкур икки воқеа (ҳатто уғликнинг вакуумдаги тезлиги билан тарқалувчи сигнал воситаси ҳам) бир-бирига таъсир кўрсата олмайди. Бинобарин, фазосимон алиқ билан ажратилган воқеаларнинг бирининг содир бўлишига кинчиси сабаб бўла олмайди, улар бир-бирларига таъсир кўрсата майдилар (улар сабабий боғланган бўла олмайдилар).

$s^2=0$ шарт бажарилса, яъни $c(t_2-t_1)=l$ бўлса, бундай оралик *линчи оралиқ* дейилади. Нолинчи оралик ёруғлик нури (ёки ектромагнит тўлқин) орқали боғланган икки воқеа орасидаги аликдир. Шунинг учун нолинчи оралиқ баъзан *ёруғликсимон алиқ* деб ҳам юритилади. Бир-биридан l масофада бўлган икки ктада жойлашган икки атомнинг бири t_1 пайтда ёруғлик нури қарса (биринчи воқеа) ва иккинчи атом бу нурни t_2 пайтда ютса ккинчи воқеа), бу икки воқеа учун, равшанки, $s^2=0$ бўлади.

Пировардида шуни таъкидлаш лозимки, барча саноқ тизимларида баб бўлган воқеа ҳамма вақт оқибат (натижа) ҳисобланган қеадан олдин келади.

Шундай қилиб, Ньютон механикасида алоҳида-алоҳида олиб қаралган мутлақ фазо (масофа l) ва мутлақ вақт оралиғи ўрнида нисбийлик назариясида мутлақ деб қараладиган икки воқеа орасидаги оралиқ тушунчаси киритилди. Оралиқ s ни мутлақ деганимизда унинг бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда инвариант эканлигини тушунамиз.

Оралиқнинг инвариантлигидан ташқари, биз юқорида кўриб ўтдикки, ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги (c) ва хусусий вақт оралиғи ($\Delta\tau$) Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантдир. Шунингдек тинч турган жисмнинг массаси (m) ҳам инвариант катталиклар қаторига киради.

7.6- §. РЕЛЯТИВ ИМПУЛЬС

Ҳозиргача бу бобда биз релятив механиканинг асосини ташкил этган фазо ва вақтнинг умумий хусусиятлари билан танишдик. Биз кўрдикки, фазо ва вақт бир-бири билан чамбарчас боғланган бўлиб, жисмнинг ўлчамлари (хусусан, узунлиги), воқеанинг содир бўлиш пайти ва бу воқеанинг давом этиш вақти нисбий бўлиб, бу катталиклар бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда ўзгаради.

Ньютон механикасида $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган ва массаси m бўлган жисм (зарра)нинг импульси $\vec{p}=m\vec{v}$ тарзда ифодаланади ҳамда жисмлар тўпламидан иборат бўлган берк тизимнинг импульси ҳар бир алоҳида олинган инерциал саноқ тизимида вақт ўтиши билан ўзгармайди. Бу натижа кичик тезликлар ($v \ll c$) учун ўринли бўлиб, ғоят катта тезликлар учун, айниқса ёруғлик тезлигига яқин тезликлар соҳасига хос бўлган релятив механикада зарра* импульсининг ифодаси фазо ва вақтнинг узвий боғлиқлик хусусиятларини акс эттириши лозим, яъни бу ифода нисбийлик назариясидан келиб чиқадиган хулосаларга асосланиши керак. Шу мақсадда мутақаббил механикадаги импульс ифодасини қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{p} = m\vec{v} = m\frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad (7.34)$$

бу ерда $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ — массаси m бўлган зарранинг қаралаётган саноқ тизимидаги тезлиги, $d\vec{r}$ — шу тизимда зарранинг кўчиши. (7.34) формула орқали ифодаланган зарра импульсининг сақланиш қонуни Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант бўлиши учун ундаги вақт оралиғи dt ўрнида зарранинг $d\vec{r}$ масофани босиб ўтиши учун кетган хусусий вақт оралиғи $d\tau$ олиниши керак, яъни (7.34) ифода

$$\vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{d\tau}$$

---

* Жисм тушунчаси ўрнида релятив механикага хос бўлган зарра тушунчасини ишлатамиз.

арзда ёзилиши керак. (7.17) муносабатга асосан вақт оралиғи:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - v^2/c^2}\ . \qquad (7.35)$$

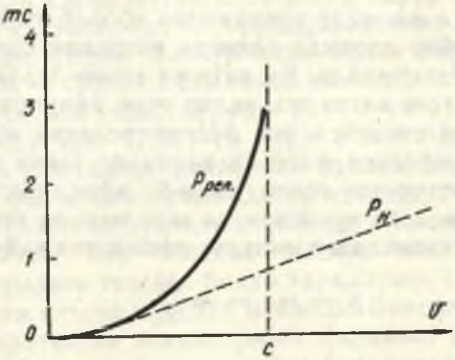
у ифодани (7.34) га қўйсак:

$$\vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{dt}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

а эга бўламиз. Бу формулада $d\vec{r}/dt = v$ шартли равишда кўзғал-
ас деб ҳисобланган саноқ тизими (K тизим)га нисбатан зарранинг
езлигини ифодалаганлиги туфайли бу тенглик

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (7.36)$$

ўринишни олади. Юқорида айтилганидек, бу ерда m — зарранинг
ассаси бўлиб, у инвариант катталикдир. (7.36) муносабат *зарранинг*
елятив импульсини ифодалайди ва тажрибаларнинг кўрсатишича,
у тарзда аниқланган зарранинг импульси ҳақиқатан ҳам барча
нерциал саноқ тизимларида импульснинг сақланиш қонунини
аноатлантиради. (7.34) ва (7.36) муносабатларнинг бир-биридан
арқини массанинг тезликка боғлиқлигининг натижаси деб қарал-
аслиги керак, чунки биз релятив масса атамасидан фойдаланмай-



7.3-расм

из. Бинобарин, (7.36) формула импульснинг зарра тезлигига қандай
ғлиқлигини ифодалайди. Шуни таъкидлаш лозимки, кичик тезлик-
рда ($v \ll c$) импульснинг релятив ифодасидан Ньютон механикаси-
ги импульс формуласи бевосита келиб чиқади. Шундай қилиб,
пульснинг релятив ифодаси кенг қамровли маънога эга. Қиёслаш
қсадида 7.3- расмда релятив импульс ($p_{\text{рел}}$) ва Ньютон механика-
га асосланган импульс ($p_{\text{Н}}$)ларнинг зарранинг тезлигига қараб
гариш графиклари келтирилган. Расмда улар орасида жуда катта

тафовут борлиги кўриниб турибди; бу тафовут зарра тезлиги ёруғлик тезлиги (c) га яқинлашган сари кескин ортиб боради. Ньютон механикаси тасаввурларига асосан зарра тезлиги ёруғлик тезлигидан ҳам катта бўлиши мумкин, лекин бундай бўлиши нисбийлик назариясининг иккинчи постулатига зиддир.

7.7-§. РЕЛЯТИВ ЗАРРАНИНГ ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАСИ

Маълумки, Ньютон механикасида жисмларнинг ҳаракат тенгламаси:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \tag{7.37}$$

ёки

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{7.38}$$

тенглик билан ифодаланади; бу ерда $\vec{F}$ — заррага таъсир этувчи куч, m ва $\vec{v}$ — унинг массаси ҳамда тезлиги. Галилей алмаштиришларидан келиб чиқадиган хулоса шундан иборатки, (7.37) тенгламадаги $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ тезланиш инвариант катталикдир, бинобарин, заррачага таъсир этувчи куч ҳам инвариант катталик ҳисобланади.

Нисбийлик назариясининг биринчи постулатига кўра табиатнинг барча қонунлари турли инерциал саноқ тизимларига нисбатан инвариант бўлиши керак. Бошқача айтганда, физикавий қонунларнинг математикавий ифодаси барча инерциал саноқ тизимларида бир хил кўринишга эга бўлиши лозим. Энди юқорида келтирилган (7.37) ва (7.38) ҳаракат тенгламаларини олиб қарайлик. Кичик тезлик ($v \ll c$) ларда бу икки тенглама орасида моҳиятан фарқ йўқ, чунки иккала тенглама ҳам фақат тезлик ёки тезланишни ўлчашга келтирилади. Лекин ғоят катта тезликларда зарранинг тезлигини деярли ўзгармас ва қиймати жиҳатидан у тахминан ёруғлик тезлигига тенг деб қараш мумкин; унинг импульси эса тезликка боғлиқ бўлган ва тажрибада ўлчанадиган катталик ҳисобланади. Шу мулоҳазаларга кўра релятив механикада зарранинг ҳаракат тенгламасини келтириб чиқариш учун асос қилиб (7.37) тенглик эмас, балки (7.38) тенглик олиниши керак, бундан ташқари (7.38) тенгликдаги зарранинг импульси ($\vec{p}$) сифатида нисбийлик назариясидан келиб чиқадиган хулосаларга асосланган (7.36) ифода орқали аниқланадиган релятив импульс олиниши лозим. Шундай қилиб, (7.36) тенгликни (7.38) га қўйиб, заррага таъсир этаётган куч учун қуйидагига эга бўламиз:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right); \tag{7.39}$$

формула релятив динамиканинг асосий тенгламаси бўлиб, *релятив ранинг ҳаракат тенгламасини* ифодалайди. Бу тенглама Лоренц маштиришларига нисбатан инвариант тенгламадир.

Агар вакт ўтиши билан зарра импульсининг ўзгариш қонуни ълум бўлса, заррага таъсир этувчи кучнинг ўзгариш қонунини лятив динамиканинг асосий тенгламаси (7.39) дан аниқлаш мкин. Иккинчи томондан, бошланғич шартлар (зарранинг бошнғич тезлиги $\vec{v}_0$ ва вазияти $\vec{r}_0$) берилган бўлса ва заррага таъсир вчи куч маълум бўлса, унинг ҳаракат тенгламасини топиш мумкин.

Кўриниб турибдики, кичик тезликларда ($v \ll c$ ва $v^2/c^2=0$) лятив зарранинг ҳаракат тенгламаси Ньютон механикасидаги смнинг ҳаракат тенгламаси кўринишини олади.

Маълумки, Ньютон механикасида заррага (жисмга) таъсир вчи куч инвариант катталикдир. Релятив механикада эса бир ерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда кучнинг қиймати ва налиши ўзгаради; бундан ташқари куч йўналиши билан тезланиш кторининг йўналишлари бир тўғри чизиқда ётмайди. Бу натижалар лятив механикада куч инвариант катталик эмаслигини кўрсатади. кин бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда маштириш қоидалари куч учун ўзига хос қонуниятлар воситасида алга оширилади.

7.8-§. ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАСИНИНГ ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИГА НИСБАТАН ИНВАРИАНТЛИГИ

7.6-§ да фазода кетма-кет содир бўлган икки воқеа оралиқ тервал) тушунчаси орқали ифодаланган эди. Ораликнинг асосий усиятларидан бири шундан иборатки, у Лоренц алмаштиришлари- нисбатан инвариант катталикдир, яъни

$$c^2\Delta t^2-(\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2)=c^2\Delta t'^2-(\Delta x'^2+\Delta y'^2+\Delta z'^2).$$

тенгликни

$$(\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2)-c^2\Delta t^2=(\Delta x'^2+\Delta y'^2+\Delta z'^2)-c^2\Delta t'^2$$

зда ёзсак ҳам унинг Лоренц алмаштиришларига нисбатан зариантлиги сақланади. Сўнгра, тўрт ўлчовли фазода $-c^2$ ўрнида $)^2$ ни ёзиш мумкин (бу ерда $i=\sqrt{-1}$ — мавҳум бирлик). У да юқоридаги тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2+(ic)^2\Delta t^2=\Delta x'^2+\Delta y'^2+\Delta z'^2+(ic)^2\Delta t'^2 . \qquad (7.40)$$

Одатдаги уч ўлчовли фазода зарранинг (нуқтанинг) вазияти иус-вектор $\vec{r}$ воситасида берилади ва у координата ўқларидаги кил этувчилари орқали $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ тарзда ифодаланади. т ўлчовли фазода зарранинг вазияти радиус-вектор $\vec{R}$ билан гиланади ва у ўзининг ташкил этувчилари орқали қуйидагича кланади:

$$\vec{R}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}+ic\,t\vec{e} \qquad (7.41)$$

бу ерда $\vec{e}$ – бирлик вектор бўлиб, у ct координата ўқи бўйлаб йўналган. (7.41) тенгликда шу нарса муҳимки, тўртта координата ўқлари (ict, X, Y, Z) бир-бирига нисбатан тик йўналган деб тасаввур қилинади ва бу тенгликдаги биринчи учта ҳад $\vec{R}$ векторнинг фазовий ташкил этувчиларини, тўртинчи ҳад (ict) эса унинг вақт бўйича ташкил этувчисини ифодалайди. Оралиқ (s) Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант катталик бўлганлиги туфайли радиус-вектор $\vec{R}$ ҳам мазкур алмаштиришларга нисбатан инвариантдир, яъни

$$x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}+ict\vec{e}=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}+ict'\vec{e} \qquad (7.42)$$

ёки

$$\vec{R}=\vec{R}'.$$

Биз текшираётган зарра K' саноқ тизимига нисбатан тинч ҳолатда бўлсин; K' тизим (зарра билан бирга) ўз навбатида K саноқ тизимига нисбатан $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. (7.35) ифодага кўра K саноқ тизимидаги вақт оралиғи dt ва K' даги вақт оралиғи $d\tau$ орасида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$\frac{dt}{d\tau}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

(7.42) тенглик зарранинг тўрт ўлчовли фазодаги вазиятини аниқлаганлиги туфайли мазкур тенгликнинг зарра хусусий вақти (τ) бўйича дифференциали тўрт ўлчовли фазода унинг K' тизимдаги тезлигини ифодалайди:

$$\vec{u}'=\frac{d\vec{R}'}{d\tau}=\frac{d}{dt'}(ict'\vec{e}+x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k})=ic\vec{e};$$

бу тўрт ўлчовли фазодаги тезлик *дунёвий тезлик* деб аталади. Демак, зарра тинч ҳолатда бўлган K' саноқ тизимида дунёвий тезлик қуйидагига тенг:

$$\vec{u}'=ic\vec{e}, \qquad (7.43)$$

чунки зарра тинч турган саноқ тизими учун $\frac{dx'}{d\tau}$, $\frac{dy'}{d\tau}$ ва $\frac{dz'}{d\tau}$ ҳосилалар нолга тенг. (7.43) дан кўринадики, $\vec{u}'$ векторнинг квадрати $-c^2$ га тенг — бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтганда унинг қиймати ўзгармайди, бинобарин, *дунёвий тезлик Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант катталикдир*.

Шартга кўра K саноқ тизимига нисбатан зарра $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланади ва бунда унинг тезлиги:

$$\vec{u}=\frac{d\vec{R}}{dt}\cdot\frac{dt}{d\tau}.$$

Бу формуладаги dR/dt муносабат (7.41) ифодани t бўйича дифференциаллаш йўли билан топилади; $dt/d\tau$ эса (7.35) га асосан

$\sqrt{1-v^2/c^2}$ га тенг. Шундай қилиб, зарранинг K тизимдаги иги учун қуйидагига эга бўламиз:

$$=\frac{dR}{dt}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\left(\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}\right)\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{ic\vec{e}}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

и

$$\vec{u}=\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\frac{ic\vec{e}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\vec{u}_r+\vec{u}_t. \qquad (7.44)$$

Охирги тезликнинг ўнг томонидаги биринчи ҳад K тизимда ёвий тезликнинг фазовий ташкил этувчисини ифодалайди, инчи ҳад эса унинг вақт бўйича ташкил этувчисидир. Демак, ёвий тезлик вектори ($\vec{u}$)нинг фазовий ташкил этувчиси ($\vec{u}_r$) ре- ив зарра ҳаракати тенгламаси

$$\vec{F}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

и $\vec{v}/\sqrt{1-v^2/c^2}$ нисбатга тенг (m — инвариант катталик). нобарин, охирги тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{F}=\frac{d}{dt}(m\vec{u}_r).$$

тенгликни зарранинг хусусий вақти $d\tau$ орқали ифодаласак .35)г.. к.), у

$$\vec{F}=\sqrt{1-v^2/c^2}\frac{d}{d\tau}(m\vec{u}_r) \qquad (7.45)$$

инишни олади. Бу ерда $\vec{u}_r$ — тўрт ўлчовли фазода зарра лигининг фазовий ташкил этувчиси бўлганлиги туфайли (7.45) да- $\frac{d}{d\tau}(m\vec{u}_r)$ муносабат шу тўрт ўлчовли фазода заррага таъсир этувчи ($\vec{f}$) нинг фазовий ташкил этувчисини ифодалайди:

$$\vec{f}_r=\frac{d}{d\tau}(m\vec{u}_r). \qquad (7.46)$$

учни унинг фазовий ва вақт бўйича ташкил этувчилари орқали йидагича ифодалаймиз:

$$\vec{f}=\vec{f}_r+\vec{f}_t=\frac{d}{d\tau}(m\vec{u}_r+m\vec{u}_t). \qquad (7.47)$$

46) ни эътиборга олинса (7.45) тенгликни қуйидагича ёзиш мкин:

$$\vec{F}=\sqrt{1-v^2/c^2}\cdot\vec{f}_r. \qquad (7.48)$$

Зарра тинч ҳолатда бўлган K' саноқ тизимида f кучнинг фазовий шкил этувчилари ($f_{rx}\cdot\vec{i}$, $f_{ry}\cdot\vec{j}$, $f_{rz}\cdot\vec{k}$) уч ўлчовли фазодаги

$\vec F$ кучнинг мос ташкил этувчилари билан айнан бир хилдир. K санок тизимида эса $\vec f_r$ ва $\vec F$ орасидаги боғланиш (7.48) муносабат билан аниқланади. Шундай қилиб, *тўрт ўлчовли фазода релятив зарранинг ҳаракат тенгламаси* ((7.47) га к.)

$$\vec f = \frac{d}{d\tau}\,(m\vec u) \qquad (7.49)$$

тарзда ифодаланади ва у *Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантдир.*

7.9-§. ИШ ВА КИНЕТИК ЭНЕРГИЯ

Ньютон механикасида куч $\vec F$ нинг заррани $d\vec r$ га кўчиришда бажарган элементар иши:

$$dA = \vec F d\vec r.$$

Зарранинг кўчиши $d\vec r = \vec v dt$ эканлигини эътиборга олсак бу иш

$$dA = \vec F \vec v dt \qquad (7.50)$$

бўлади. Зарра кинетик энергиясининг релятив механикадаги ифодасини топиш учун релятив зарранинг ҳаракат тенгламасидан фойдаланамиз (яъни (7.39) тенгламага асосан (7.40)ни қуйидагича ёзамиз):

$$dA = \vec F \vec v\, dt = \vec v \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)dt.$$

F куч dt вакт давомида зарра устида dA иш бажарса, зарранинг кинетик энергияси $dE_к$ га ўзгаради, яъни $\vec F$ кучнинг бажарган иши (6.6) га асосан зарранинг кинетик энергиясининг ўзгаришига тенг бўлади:

$$dA = dE_к.$$

Бинобарин:

$$dE_к = \vec v\, \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)dt = \vec v d\left(\frac{m\vec v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right).$$

Охирги тенгликнинг ўнг томонидаги дифференциал ишораси остидаги нисбат икки функциянинг (яъни $m\vec v$ ва $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ нинг) кўпайтмаси эканлигини назарда тутган ҳолда уни дифференциаллаймиз:

$$dE_к = \vec v\left[\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\, d(m\vec v) + m\vec v d\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)\right] =$$

$$= \vec v\left[\frac{m d\vec v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{m\vec v}{2(1 - v^2/c^2)^{3/2}}\, d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right] =$$

$$= \vec v\left[\frac{2m(1 - v^2/c^2)d\vec v + m\vec v d(v^2/c^2)}{2(1 - v^2/c^2)^{3/2}}\right] =$$

$$= \frac{m}{2(1 - v^2/c^2)^{3/2}}\left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) 2\vec v d\vec v + \vec v \vec v d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right];$$

бу ерда $2\vec{v}d\vec{v}=2vdv=d(v^2)=c^2d(\frac{v^2}{c^2})$ ва $\vec{v}\vec{v}=v^2$ бўлганлиги туфайли $dE_к$ учун олинган охирги тенгликдан куйидагига эга бўламиз:

$$dE_к=\frac{m}{2(1-v^2/c^2)^{3/2}}\left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)c^2d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right]=$$

$$=\frac{m}{2(1-v^2/c^2)^{3/2}}d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\left[v^2+\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)c^2\right]=\frac{mc^2}{2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}d\left(\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Дифференциаллашни амалга ошириб,

$$\frac{mc^2}{2(1-v^2/c^2)^{3/2}}d\left(\frac{v^2}{c^2}\right)=d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак,

$$dE_к=d\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right). \qquad (7.51)$$

Бу формула (зарра кинетик энергиясининг дифференциали) $\vec{F}$ куч таъсирида зарранинг $d\vec{r}$ га кўчишида унинг кинетик энергиясининг ўзгаришини ифодалайди. Бинобарин, зарранинг тўлиқ кинетик энергияси (7.51)ни интеграллаш билан аниқланади ва бу тенгликни интеграллаш натижасида

$$E_к=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+\text{const}$$

ифодага эга бўламиз. Интеграллаш доимийси нимага тенг эканлигини топайлик. Қинетик энергия — ҳаракат энергияси бўлганлиги туфайли зарранинг тезлиги $v=0$ бўлганда, равшанки, $E_к=0$ бўлиши керак. Бу мулоҳазалардан интеграллаш доимийси $\text{const}=-mc^2$ эканлиги келиб чиқади ва интеграллаш доимийсининг бу қийматини юқоридаги формулага қўйсак, *релятив зарранинг кинетик энергияси* куйидагича ифодаланади:

$$E_к=mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right). \qquad (7.52)$$

Зарранинг (жисмнинг) кинетик энергиясини ифодаловчи (7.52) муносабат кенг қамровли маънога эга бўлиб, кичик тезликларда у кинетик энергиянинг Ньютон механикасидаги шаклини олади. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун (7.52) формуладаги $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ нисбатни Тейлор қаторига ёямиз:

$$\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2+\frac{3}{8}\left(\frac{v}{c}\right)^4+\dots\ .$$

Кичик ($v\ll c$) тезликларда v/c нисбатнинг тўртинчи, олтинчи ва ҳоказо даражалари 1 га нисбатан жуда кичик сонни ташкил этганликлари туфайли, уларни ҳисобга олмасдан, мазкур қаторнинг дастлабки икки ҳади билан чегараланамиз. У ҳолда (7.52) формула Ньютон механикасидаги $E_{\text{к}}=mv^2/2$ шаклни олади. Жуда катта тезликларда эса зарранинг (жисмнинг) кинетик энергияси (7.52) формула билан ифодаланади.

7.10-§. ТЎЛИҚ ЭНЕРГИЯ. ЭНЕРГИЯ БИЛАН ИМПУЛЬС ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Юқорида биз ((7.52) формулага қ.) релятив зарранинг кинетик энергиясини:

$$E_{\text{к}}=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-mc^2 \qquad (7.53)$$

тарзда ифодалаган эдик; бу ерда m — зарранинг массаси, v — унинг K саноқ тизимига нисбатан тезлиги. Кўриниб турибдики, зарранинг кинетик энергияси иккита катталикнинг айирмаси шаклида ифода қилинаяпти, яъни бу тенгликни:

$$E_{\text{к}}=E-E_0 \text{ ёки } E=E_{\text{к}}+E_0 \qquad (7.54)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Охирги тенгликда $E_{\text{к}}$ — зарранинг кинетик энергияси бўлганлиги учун E_0 катталик ҳам энергия маъносига эга. Бу формулада E иккита энергиянинг йиғиндисидан иборат бўлиб, у зарранинг тўлиқ энергиясини ифодалайди. (7.54) даги белгилашларга кўра зарранинг тўлиқ энергияси қуйидагига тенг:

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (7.55)$$

(7.53) ва (7.54) тенгликлардан

$$E_0=mc^2 \qquad (7.56)$$

эканлиги кўриниб турибди. Бу катталикнинг физикавий маъносини аниқлайлик: зарранинг тўлиқ энергиясини ифодаловчи (7.55) тенгликдан шу хулоса келиб чиқадики, агар зарра тинч ҳолатда бўлса, (унинг тезлиги $v=0$ бўлса) $E=E_0=mc^2$ бўлади. Шунинг учун ҳам (7.56) формула билан ифодаланган энергия тинч ҳолатдаги жисмнинг (зарранинг) энергияси дейилади. Тинч ҳолатдаги жисмнинг энергияси унинг ички энергиясини ифодалайди. Баъзан бу энергияни жисмнинг хусусий энергияси деб ҳам юритилади. Зарранинг тинч ҳолатдаги энергиясини акс эттирувчи (7.56) ифода жисмлар тизими учун ҳам ўринлидир: жисмлар тизимининг тинч ҳолатдаги энергияси мазкур тизим таркибидаги жисмлар (зарралар)нинг тинч ҳолатдаги энергиялари, уларнинг инерция (масса) марказига нисбатан ҳаракатидаги кинетик энергиялари ва бу жисмлар (зарралар)нинг ўзаро таъсир энергияларининг йиғиндисига тенг. Тинч ҳолатдаги энергияга ташқи майдон (гравитация майдони, электр майдон ва ҳоказо) томонидан жисмга таъсир этувчи куч билан боғлиқ бўлган потенциал энергия кирмайди.

Шуни таъкидлаш лозимки, Ньютон механикасида тўлиқ энергия деганда зарранинг (жисмнинг) кинетик ва потенциал энергияларини-йиғиндиси тушунилади. Релятив механикада эса тўлиқ гия — зарранинг (жисмнинг) кинетик энергияси билан унинг ҳолатдаги энергиясининг йиғиндисидан иборат.

ўлиқ энергия E ва импульс $\vec{p}$ зарранинг тезлигига боғлиқ катклар бўлганлиги учун бир инерциал саноқ тизимидан иккинчиситанда уларнинг қийматлари ўзгаради, яъни мазкур катталиклар ида-алоҳида олинганда улар Лоренц алмаштиришларига нисбаинвариант эмас. Лекин E ва p ларнинг ўзаро боғланишини аловчи катталик инвариант катталик эканлигига қуйидаги ҳазаларга кўра ишонч ҳосил қилиш мумкин. Зарранинг мос шда тўлиқ энергияси ва импульсини ифодаловчи

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad (\text{а})$$

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (\text{б})$$

иклардан

$$v = \frac{c^2}{E}\, p \qquad (7.57)$$

лиги келиб чиқади. Энди (а) тенгликни квадратга кўтариб, ік (v) ўрнига унинг (7.57) даги қийматини қўйсак, қуйидагига ўламиз:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = \text{inv}. \qquad (7.58)$$

тенгликнинг ўнг томонидаги зарранинг массаси (m) ва икнинг вакуумдаги тезлиги (c) инвариант катталиклардир. ан зарранинг тўлиқ энергияси (E) ва импульси (p)ни боғловчи) муносабат Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант лик эканлиги келиб чиқади. Кўпинча мазкур инвариант лик қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2c^2 = \text{inv}. \qquad (7.59)$$

идаги тенгликнинг Лоренц алмаштиришларига нисбатан иант эканлиги яна шундан ҳам маълумки, бу тенглик зарранинг гига боғлиқ эмас. Демак,

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2$$

лик бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда бир яъни m^2c^2) қийматга эга.

ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИГА НИСБАТАН ИНВАРИАНТ КАТТАЛИКЛАР

ир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда физикавий ликларнинг қийматлари ўзгаради — жисмнинг координаталазлиги ва вакт оралиғи шулар жумласидандир. Шу билан бирга шундай катталиклар ҳам борки, уларнинг қийматлари бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда ўзгармайди. Маълумки, бундай катталиклар Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант (ўзгармайдиган) катталиклар дейилади. Улар қуйидагилардир:

1. Ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги (c) барча инерциал саноқ тизимларида бир хил қийматга эга.

2. Жисмнинг (зарранинг) массаси бир инерциал саноқ тизимидан иккинчига ўтилганда ўзгармайди (кейинги вақтларда «релятив масса» тушунчаси ишлатилмаяпти).

3. Жисм қайси саноқ тизимида тинч турган бўлса, унинг хусусий вақти у билан бирга ҳаракатланаётган (бошқа инерциал саноқ тизимига нисбатан) соат воситасида ўлчанади. Шу боисдан, жисм ҳаракатининг жадаллигини ифодаловчи вақт оралиғи

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант катталикдир; бу формулада Δt — ҳаракатдаги жисмга нисбатан шартли равишда тинч ҳолатда бўлган саноқ тизимида (K саноқ тизимида) ўлчанган вақт оралиғи.

4. Воқеалар оралиғи (интервал) — релятив механикадаги асосий инвариантлардан ҳисобланади. Воқеалар оралиғи (s) нинг квадрати K ва K' саноқ тизимларида қуйидагича ифодаланади:

$$s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = c^2 t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = s'^2;$$

бу ерда:

$$\Delta t = t_2 - t_1,\ \Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ \Delta z = z_2 - z_1,$$
$$\Delta t' = t'_2 - t'_1,\ \Delta x' = x'_2 - x'_1,\ \Delta y' = y'_2 - y'_1,\ \Delta z' = z'_2 - z'_1;$$

яъни

$$s^2 = s'^2 = \text{inv}.$$

Бинобарин, воқеалар оралиғи ва унинг квадрати бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда ўзгармайди.

5. Тўрт ўлчовли фазода аниқланган зарранинг ҳаракат тенгламаси

$$\vec{f} = \frac{d}{d\tau}(m\vec{u})$$

инвариант катталик ҳисобланади. Бу ерда $\vec{f}$ ва $\vec{u}$ мос равишда тўрт ўлчовли фазода заррага таъсир этувчи куч ҳамда зарранинг дунёвий тезлиги, $d\tau$ — зарранинг хусусий вақт оралиғи.

6. Бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда зарранинг тўлиқ энергияси (E) ва импульси (p) ўзгаради, лекин E ва p ни ўз ичига олган:

$$E^2 - p^2c^2$$

муносабат Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант бўлиб, барча инерциал саноқ тизимларида бир хил қийматга эга, чунки бу муносабатнинг қиймати зарра тезлиги (v) га боғлиқ эмас:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = \text{inv}$$

и

$$\frac{E^2}{c^2}-p^2=m^2c^2=\text{inv}.$$

7. Жисмнинг тинч ҳолатдаги энергияси (ички ергияси)

$$E_0=mc^2$$

рча инерциал саноқ тизимларида бир хил қийматга эга, чунки бу да m ва c катталикларнинг ҳар бири алоҳида инвариант тталиклардир.

7.12-§. ЭНЕРГИЯ ВА ИМПУЛЬС УЧУН ЛОРЕНЦ АЛМАШТИРИШЛАРИ

Бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда, юқорида рдикки, зарранинг тўлиқ энергияси ва унинг импульси ўзгаради, ьни бу катталикларни бир-биридан айрим ҳолда олиб қаралганда ар Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант эмас. Шу исдан бир инерциал саноқ тизимидан иккинчисига ўтилганда рранинг импульси ва энергияси учун Лоренц алмаштиришлари ндай кўринишга эга бўлишини аниқлайлик. Шу мақсадда яна рра тинч ҳолатда бўлган K' саноқ тизими K га нисбатан OX қи бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган ҳолни олиб қарайлик.

мумий ҳолда зарра K саноқ тизимига нисбатан $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$ тезлик билан ҳаракатланаётганлиги туфайли бу тезликнинг координата кларига бўлган проекциялари

$$v_x=\frac{dx}{dt},\quad v_y=\frac{dy}{dt},\quad v_z=\frac{dz}{dt}.$$

аълумки, ((7.35) га қ.):

$$d\tau=dt\sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{а}$$

у ифодага асосан зарранинг импульси

$$\vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

и унинг координата ўқлари бўйича ташкил этувчилари орқали уйидагича ёзиш мумкин:

$$p_x=\frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\frac{dx}{dt}=m\frac{dx}{d\tau},\quad p_y=m\frac{dy}{d\tau},\quad p_z=m\frac{dz}{d\tau}. \tag{7.60}$$

нинг тўла энергиясини ҳам юқоридаги (а) формулага биноан уйидагича ёзамиз:

$$E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=mc^2\frac{dt}{d\tau}$$

ёки

$$\frac{E}{c^2}=m\frac{dt}{d\tau}. \qquad (7.61)$$

(7.60) ва (7.61) ифодаларда зарранинг массаси m ва унинг хусусий вакт оралиғи $d\tau$ инвариант катталиклар эканлигини назарда тутсак, шундай хулосага келамизки, бир инерциал санок тизимидан иккинчисига ўтилганда, p_x, p_y, p_z лар учун Лоренц алмаштиришлари мос равишда dx, dy, dz (яъни x, y, z) координаталар тарзида амалга оширилиши керак; E/c^2 катталик учун эса Лоренц алмаштиришлари вакт оралиғи dt тарзида (яъни t тарзида) амалга оширилиши лозим. Бошкача айтганда, Лоренц алмаштиришларини ифодаловчи (7.9) ва (7.10) формулаларда x ўрнига p_x, y ўрнига p_y, z ўрнига p_z, t ўрнига E/c^2 кўйилиши керак. Шундай килиб, импульс ва тўлиқ энергия учун мазкур алмаштиришлар куйидагича ифодаланади:

$$p'_x=\frac{p_x-Ev/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}};\quad p'_y=p_y,\quad p'_z=p_z,\quad E'=\frac{E-p_xv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}; \qquad (7.62)$$

бу ерда v — ҳаракатдаги K' санок тизимининг K га нисбатан тезлиги, p'_x, p'_y, p'_z ва E' мос равишда импульс ва энергиянинг K' даги кийматлари. (7.62) формула K санок тизимидан K' га ўтишда зарра импульсининг проекциялари ва унинг энергияси учун Лоренц алмаштиришларини ифодалайди.

Шунингдек, K' санок тизимидан K га ўтилганда (7.62) алмаштиришлар куйидаги кўринишни олади:

$$p_x=\frac{p'_x+E'v/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}};\quad p_y=p'_y,\quad p_z=p'_z,\quad E=\frac{E'-p'_xv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (7.63)$$

Кўриниб турибдики, (7.62) ва (7.63) алмаштиришлар, худди (7.9) ва (7.10) алмаштиришлар каби, бир-биридан факат суратдаги тезлик (v) нинг олдидаги ишора билан фарк қилади.

7.13-§. ТУРЛИ САНОҚ ТИЗИМЛАРИДА ИМПУЛЬС ҲАМДА ЭНЕРГИЯНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНЛАРИ

Ньютон механикасида импульс ва энергиянинг сакланиш қонунлари (4.4) ва (6.42) ифодалар билан берилган. Бу ерда биз «зарралар тизими учун релятив импульс ҳамда тўлиқ энергиянинг сакланиш қонунлари бирор инерциал санок тизимида бажарилса, мазкур қонунлар бошқа инерциал санок тизимида ҳам бажариладими?» деган саволларни ўз олдимизга қўямиз.

K санок тизимига нисбатан OX ўқи йўналишида $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган K' тизимда ўзаро таъсирлашувчи n та заррани олиб қараймиз. K' санок тизими OX ўқи йўналишида ҳаракат қилаётганлиги туфайли импульснинг шу йўналишдаги проекцияси билан чегараланамиз. Ҳар бир зарранинг K санок тизимидаги импульси ва энергияси куйидагича ифодаланади ((7.63) га к.):

$$p_x=\frac{p'_x+E'\cdot v/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}};\quad (\text{а})\qquad E=\frac{E'+p'_xv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \qquad (\text{б})$$

итта зарранинг импульси учун ёзилган бу ифода n та зарра учун ўйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\sum_i p_{ix} = \frac{\sum_i p'_{ix} + v/c^2 \sum_i E'_i}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{7.64}$$

K' санок тизимидаги n та зарранинг ўзаро таъсирлашуви туфайли ірим зарраларнинг импульслари ўзгарса ҳам, зарралар тизимининг лиқ импульси вакт ўтиши билан ўзгармай қолади, чунки зарралар зимига ташқи куч таъсир килмаяпти (берк тизим). Бинобарин, K' нок тизимида зарраларнинг дастлабки тўлик импульси ва тўлиқ ергияси бирор вакт ўтгандан кейинги тўлиқ импульси ва тўлиқ ергиясига тенг, яъни

$$\sum_i p'_{ix} = \sum_i \mathcal{P}'_{ix}, \quad \sum E'_i = \sum_i \mathcal{E}'_i; \tag{c}$$

ерда: $\mathcal{P}'_{ix}$ ва $\mathcal{E}'_i$ — зарранинг ўзаро таъсиридан кейинги импульси энергияси. Бу тенгликларни (а) ифодага қўйиб,

$$\sum_i p_{ix} = \frac{\sum_i \mathcal{P}'_{ix} + v/c^2 \Sigma \mathcal{E}'_i}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\sum_i (\mathcal{P}'_{ix} + v/c^2 \cdot \mathcal{E}'_i)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ҳосил киламиз. K санок тизимида зарранинг таъсирлашишдан йинги тўлиқ импульсини $\sum_i \mathcal{P}_{ix}$ деб белгиласак, охирги тенгликни:

$$\frac{\sum_i (\mathcal{P}'_{ix} + v/c^2 \cdot \mathcal{E}'_i)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \sum_i \mathcal{P}_{ix} \tag{7.65}$$

аклида ёзиш мумкин, яъни:

$$\sum_i p_{ix} = \Sigma \mathcal{P}_{ix}. \tag{7.66}$$

ндан агар зарраларнинг тўлиқ импульси вакт ўтиши билан K' нок тизимида ўзгармай колса, мазкур катталик K санок тизимида м ўзгармай колади, деган хулосага келамиз. Бошқача айтганда, *пульснинг сақланиш қонуни K' саноқ тизимида бажарилса, бу нун K саноқ тизимида ҳам бажарилади.*

Энди зарралар тизимининг тўлиқ энергияси учун ҳам юқоридаги к мулоҳаза юритамиз, яъни (б) ифодани n та заррадан иборат зим учун ёзамиз:

$$\sum_i E_i = \frac{\sum_i E'_i + v \sum_i p'_{ix}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Бу ифода тизимнинг дастлабки пайтдаги энергия ва импульсини акс эттиради. K' саноқ тизимида тўлиқ импульс ва энергия зарраларнинг ўзаро таъсирлашишидан кейин ўзгармаслигини ((с) ифодага қ.) назарда тутсак, бу тенглик

$$\sum_i E_i = \frac{\sum_i \mathcal{E}'_i + v\sum_i \mathcal{P}'_{ix}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\sum_i (\mathcal{E}'_i + v\mathcal{P}'_{ix})}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (7.67)$$

кўринишни олади. Охирги тенгликнинг ўнг томони, равшанки, қуйидагига тенг:

$$\frac{\sum_i (\mathcal{E}'_i + v\mathcal{P}'_{ix})}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \sum_i \mathcal{E}_i; \qquad (7.68)$$

бинобарин:

$$\sum_i E_i = \sum \mathcal{E}_i.$$

Шундай қилиб, *ўзаро таъсирлашувчи зарралар берк тизимининг тўлиқ импульси ва тўлиқ энергиясининг сақланиш қонунлари бирор инерциал саноқ тизимида бажарилса, мазкур қонунлар бошқа инерциал саноқ тизимларида ҳам бажарилар экан.*

Умуман олганда, импульс ва энергиянинг сақланиш қонунлари кенг қамровли моҳиятга эга бўлиб, бу қонунлар кичик ($v \ll c$) тезликлар учун ҳам, релятив тезликлар ($v \approx c$) учун ҳам ўринлидир.

7.14-§. МАССА БИЛАН ЭНЕРГИЯ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ

Юқорида (7.10-§) биз тинч ҳолатдаги жисмнинг (хусусий) энергиясини

$$E_0 = mc^2$$

тарзда ифодалаган эдик ((7.56) га қ.). Бунда ёруғлик тезлиги c нинг бўшлиқдаги сон қиймати жисм массасига нисбатан ғоят катта бўлганлиги туфайли энергия сон қийматининг ΔE_0 ўзгаришига массанинг озгина ўзгариши мос келади. Жисмнинг тинч ҳолатдаги энергияси бошқа турдаги энергияларга айланиши мумкин.

Ньютон механикасида масса жисмнинг инерция ўлчови тарзида намоён бўлган бўлса, релятив механикада жисм массаси унда мавжуд бўлган энергия миқдорининг ўлчови тарзида намоён бўлади.

Агар бирор жараён туфайли жисм массаси Δm га камайса, бу жараён натижасида

$$\Delta E_0 = c^2 \Delta m \qquad (7.69)$$

энергия ажралиб чиқади ва аксинча, жисм энергияси бу жараёнда ΔE_0 га ошса, унинг массаси Δm га ошади — *тинч ҳолатдаги жисм энергияси ва массаси бир-бирига мутаносиб тарзда ўзгаради.* (7.69) формула орқали ифодаланган муносабат масса ва энергиянинг ўзаро боғланиш қонуни дейилади.

Бу қонунга асосан бирор усул билан жисмнинг энергиясини ΔE_0 га згартирсак (уни қиздириб ёки совутиб, ёхуд унинг тезлигини згартириб) шу ўзгарган энергияга мос равишда унинг массаси ҳам m га ўзгаради. Масалан, қиздириб унга ΔE_0 га тенг энергия берилса, нинг массаси $\Delta m = \Delta E/c^2$ қадар ошади; агар ёруғлик чиқариш атижасида жисмнинг энергияси ΔE_0 қадар камайса, унинг массаси $m = \Delta E_0/c^2$ қадар камаяди.

Лекин шуни алоҳида назарда тутиш керакки, оддий макроскопик караёнларда жисм энергияси ўзгарганда, унинг массасининг згариши

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2}$$

ассани ўлчаш аниқликларига нисбатан жуда кичикдир. Масалан, рнинг сунъий йўлдошини учириш учун, маълумки, унга камида 000 м/с га тенг тезлик берилади (оддий шароитларда бу жуда катта езлик ҳисобланади) ва унинг кинетик энергияси $\Delta E = \frac{mv^2}{2}$ га шади. Айтайлик, массаси 300 кг бўлган Ернинг сунъий йўлдоши ўша езликка эришса, унинг массаси

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2} = \frac{mv^2}{2c^2} \approx 10^{-7} \text{ кг}$$

а ошади ва бу ошган масса миллиграммнинг ўндан бирига тенг; бу иқдор йўлдош массасини ўлчаш аниқлигига нисбатан жуда кичик ва малда у сезилмайди.

Масса билан энергия орасидаги боғланиш атом ядросида ечадиган жараёнларда ҳамда элементар зарраларнинг ўзаро аъсирлашишида яққол намоён бўлади. Атом электростанциялариинг ишлаш принципи уран $_{92}U^{235}$ ядросининг нейтронлар таъсирида арчаланишига асосланган; нейтрон таъсирида ҳар бир уран томининг ядроси цезий $_{55}Cs^{140}$ ва рубидий $_{37}Rb^{94}$ ядроларидан борат иккита ядрога парчаланади; бундан ташқари қўшимча яна ккита нейтрон n^0 ажралиб чиқади. Ядро парчалангандан кейин осил бўлган цезий $_{55}Cs^{140}$, рубидий $_{37}Rb^{94}$ ва иккита нейтрон ассаларининг йиғиндиси дастлабки ядро уран $_{92}U^{235}$ ва битта ейтрон массаларининг йиғиндисидан кичик. Парчаланиш натижасиа массанинг камайиши туфайли катта энергия ажралиб чиқади. Бу нергия атом электростанциясида электр энергияга айлантирилади.

Пировардида шуни таъкидлаб ўтамизки, масса билан энергиянинг заро боғланиш қонунини «масса энергияга айланади» ёки «энергия ассага айланади» деб тушунмаслик керак. Масса билан энергиянинг заро боғлиқлиги намоён бўладиган жараёнларда аслида энергия ассага айланмайди, у бир турдан иккинчи турга ўтади. Масалан, инч ҳолатдаги жисм энергиясининг ёруғлик энергиясига айланиш караёнини олайлик. Бу ҳолда фазонинг бирлик ҳажмида мавжуд ўлган ёруғлик энергиясига ўз навбатида муайян $\Delta m = \frac{E_0}{c^2}$ масса ос келади.

VIII БОБ

ЖИСМЛАРНИНГ ТЎҚНАШУВИ

8.1-§. ТЎҚНАШУВ ТУРЛАРИ

Жисмларнинг бир-бирига бевосита тегиши туфайли юз берадиган ўзаротаъсир жараёни **тўқнашув** ёки **урилиш** деб юритилади. Бу тушунча аксарият ҳолларда макроскопик жисмларнинг тўқнашувини акс эттиради. Микроскопик жисмлар (атомлар, молекулалар ва элементар зарралар) нинг тўқнашув жараёнида уларнинг бир-бирига бевосита тегиши мутлақо шарт эмас. Даставвал фақат макроскопик жисмларнинг тўқнашувини таҳлил қилиш билан чегараланамиз. Олинган натижаларни кейинчалик релятив зарраларнинг тўқнашув жараёни учун қўллаймиз.

Тўқнашув жараёнида қисқа муддат давомида жисмларда жуда катта ички кучлар вужудга келади. Шунинг учун тўқнашув давомида жисмларга таъсир этувчи ташқи кучларни (Ернинг тортиш кучи, ишқаланиш кучи ва ҳоказо) эътиборга олмаса ҳам бўлади; бинобарин, ўзаро тўқнашувчи икки жисмни берк тизим деб қараб, бу тизимга импульснинг ва энергиянинг сақланиш қонунларини татбиқ қилиш мумкин.

Ҳодисани ўрганишни соддалаштириш мақсадида бир-бири билан тўқнашувчи икки шар шаклидаги жисмдан иборат тизимни олиб қараймиз. Тўқнашув чоғида жисмлар деформацияланади (сиқилади). Бунинг натижасида бир-бирига урилаётган жисмлар кинетик энергияларининг бир қисми ёки ҳаммаси сиқилиш билан боғлиқ потенциал энергияга ва жисмларнинг ички энергиясига айланиши мумкин. Бу ерда шуни эслатиб ўтиш лозимки, тўқнашиш натижасида жисмнинг ички энергияси ортса, бу ортган энергия ундаги атом ва молекулаларнинг тартибсиз тебранма ҳаракат энергиясига айланади. Жисм таркибидаги атом ва молекулаларнинг тартибсиз тебранма ҳаракатини бизнинг сезги аъзоларимиз иссиқлик тарзида идрок этади.

Жисмларнинг (зарраларнинг) тўқнашуви икки турга —қайишқоқ (эластик) ва ноқайишқоқ (ноэластик) тўқнашувларга бўлинади. Одатда жисмларнинг тўқнашуви **мутлақ қайишқоқ тўқнашув** ва **мутлақ ноқайишқоқ** тўқнашувларга бўлиб ўрганилади.

Тўқнашув натижасида тизимнинг (тўқнашувчи жисмларнинг) кинетик энергияси ўзгармаса, бундай тўқнашув *мутлақ қайишқоқ тўқнашув* дейилади. Бу таърифдан равшанки, иккала тўқнашувчи жисм кинетик энергияларининг йиғиндиси тўқнашув содир бўлгандан кейин ўзгармай қолаяпти, яъни мазкур энергия тизимни ташкил этувчи жисмларнинг ички энергиясига айланмаяпти. Демак, мутлақ қайишқоқ тўқнашув натижасида ҳар бир жисмнинг ички энергияси ўзгармайди. Мутлақ қайишқоқ тўқнашув натижасида жисмларнинг кинетик ва ички энергияларининг ўзгармай қолишининг боиси шундаки, тўқнашув жараёнида жисмлар сиқилади ва вақтнинг бирор пайтида уларнинг барча кинетик энергиялари сиқилган жисмларнинг потенциал энергиясига айланади; уларнинг шу пайтдаги ҳолати сиқилган пружинанинг ҳолатига ўхшайди. Бу жараён тугагач, тизимнинг потенциал энергияси яна кинетик энергияга айланади. Бу ерда шуни таъкидлаш лозимки, тўқнашишдан кейин ҳар бир жисмнинг кинетик энергияси ўзгарса ҳам, уларнинг кинетик энергияларининг йиғиндиси (тизимнинг кинетик энергияси) ўзгармай қолади — урилиш жараёнида уларнинг дастлабки кинетик энергиялари ўзаро қайта тақсимланади.

Кузатишларнинг кўрсатишича, мутлақ қайишқоқ жисмлар табиатда учрамайди, лекин кўп ҳолларда катта аниқлик билан баъзи жисмларни мутлақ қайишқоқ жисмлар деб қараш мумкин. Масалан, фил суягидан ясалган бильярд шарлари қайишқоқлиги жиҳатидан мутлақ қайишқоқ жисмларга жуда яқин. Сифатли пўлатдан ясалган бильярд шарларининг қайишқоқлик хусусияти ҳам шунга яқинлашади.

Тўқнашувлар жараёнида иккита жисм бирлашиб, сўнгра улар худди битта жисм каби ҳаракатини давом эттирадиган тўқнашувлар *мутлақ ноқайишқоқ тўқнашув* дейилади. Мутлақ ноқайишқоқ тўқнашув жараёнида жисмларда қайишқоқ деформация вужудга келмайди: тизим кинетик энергиясининг бир қисми ёки ҳаммаси ички энергияга айланади. Масалан, қўрғошиндан, мумдан, пластилиндан ва лойдан ясалган шарлар одатда тўқнашганларидан кейин бирлашиб яхлит жисм каби ҳаракатларини давом эттирадилар.

Тўқнашувларнинг яна бир тури борки, уни соддагина қайишқоқ тўқнашув деб юритилади. Бундай тўқнашув қайишқоқлик даражаси жиҳатидан мутлақ қайишқоқ ва мутлақ ноқайишқоқ тўқнашувлар оралиғидаги ўринни эгаллайди.

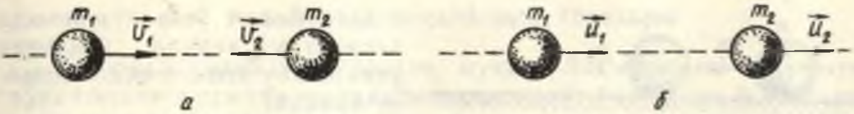
Энди мутлақ қайишқоқ ва мутлақ ноқайишқоқ тўқнашувларни алоҳида кўриб чиқайлик. Бунда асосий масала жисмларнинг тўқнашишидан аввалги тезликларини билган ҳолда тўқнашишдан (ўзаро таъсирлашишдан) кейин уларнинг тезликларини аниқлашдан иборат бўлади. Юқорида айтилганидек, бу ерда импульс ва энергиянинг сақланиш қонунларидан фойдаланилади.

8.2-§. МУТЛАҚ ҚАЙИШҚОҚ ТЎҚНАШУВ

Биз мутлақ қайишқоқ шарларнинг марказий урилишларини ўрганиш билан чегараланамиз. Бу ҳолда шарларнинг $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезликлари уларнинг марказларини туташтирувчи тўғри чизиқ бўйича йўналган бўлади. Шунинг учун бундай тўқнашувлар (урилишлар) *марказий тўқнашув* дейилади. Массалари m_1 ва m_2, тезликлари мос равишда $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ бўлган шарлар (8.1, *а*- расм), мутлақ қайишқоқ тўқнашсин; уларнинг тўқнашувдан кейинги тезликларини 8.1, *в*- расмда кўрсатилганидек, мос равишда u_1 ва u_2 билан белгилайлик. Мутлақ қайишқоқ тўқнашувда тизим (тўқнашувчи шарлар) импульсининг ва энергиянинг сақланиш қонунлари бажарилади. Юқоридаги белгилашларга кўра бу қонунларни қуйидагича ёзамиз:

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2; \qquad (8.1)$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2}. \qquad (8.2)$$



8.1-расм

Тўқнашувлар марказий бўлганлиги туфайли тезлик векторлари шарларнинг марказларидан ўтувчи тўғри чизиқ бўйлаб йўналган. Шунинг учун (8.1) тенгликни скаляр кўринишда ёзамиз (қарама-қарши йўналишлар учун мазкур тезликларнинг ишораларигина ўзгаради). (8.1) ва (8.2) ифодаларни мос равишда

$$m_1(v_1-u_1)=m_2(u_2-v_2), \qquad (8.3)$$

$$m_1(v_1^2-u_1^2)=m_2(u_2^2-v_2^2) \qquad (8.4)$$

кўринишда ёзиш мумкин ва ниҳоят охирги формулани

$$m_1(v_1-u_1)(v_1+u_1)=m_2(u_2-v_2)(u_2+v_2)$$

шаклда ёзиб, унинг (8.3) тенгликка нисбатини олсак:

$$v_1+u_1=u_2+v_2 \qquad (8.5)$$

келиб чиқади. Шарлар тўқнашгандан кейин улар эришган тезликлар (u_1 ва u_2) ни аниқлайлик. Бунинг учун (8.5) ифодани m_2 га кўпайтирамиз:

$$m_2v_1+m_2u_1=m_2u_2+m_2v_2;$$

бу олинган натижани (8.3) дан айирсак, биринчи шарнинг тўқнашувдан кейинги тезлиги

$$u_1=\frac{2m_2v_2+(m_1-m_2)v_1}{m_1+m_2} \qquad (8.6)$$

бўлади. Худди шунингдек, (8.5) ифодани m_1 га кўпайтириб, кўпайтмани (8.3) дан айирсак, иккинчи шарнинг тўқнашувдан кейинги тезлиги учун

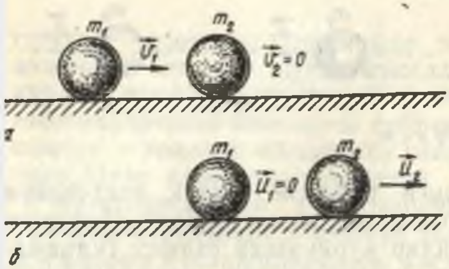
$$u_2=\frac{2m_1v_1+(m_2-m_1)v_2}{m_1+m_2} \qquad (8.7)$$

га эга бўламиз. Кўриниб турибдики, u_1 ва u_2 лар учун топилган ифодаларнинг бир-биридан фарқи m ва v катталиклардаги индекслар (1 ва 2) ўринларининг алмашишидан иборат.

Олинган натижаларни талқин қилиш учун баъзи хусусий ҳолларни кўриб чиқайлик:

1. Тўқнашувчи шарларнинг массалари тенг бўлсин ($m_1=m_2$). У ҳолда (8.6) ва (8.7) дан кўринишича, $u_1=v_2$ бўлади: массалари бир хил бўлган шарлар тўқнашганда, уларнинг фақат тезликлари алмашади, яъни биринчи шар тўқнашувдан кейин v_2 тезлик билан, иккинчи шар эса v_1 тезлик билан ҳаракатланади.

2. Тенг массали шарларнинг бири тўқнашгунга қадар тинч турган бўлсин, яъни $m_1=m_2$, $v_2=0$ (8.2, *а*- расм). У ҳолда юқоридаги икки формуладан кўринадики, $u_1=0$, $u_2=v_1$ бўлади, яъни урилишдан кейин биринчи шар тўхтаб қолади (8.2, *б*-расм), иккинчи шар эса v_1



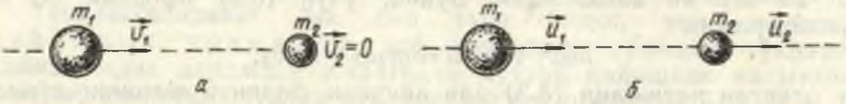
8.2-расм

тезлик билан ўша йўналишда ҳаракатга келади (бильярд ўйинида бу ҳодиса яққол намоён бўлади).

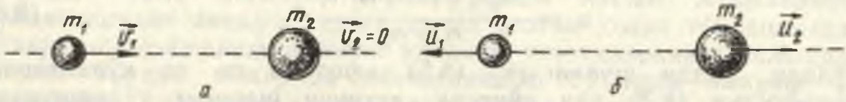
3. Агар $m_1>m_2$ ва $v_2=0$ бўлса, яъни тўхтаб турган m_2 массали шарга массаси m_1 бўлган шар v_1 тезлик билан бориб урилса (8.3,а-расм), юқоридаги формулалар

$$u_1=\frac{(m_1-m_2)v_1}{m_1+m_2} \quad \text{ва} \quad u_2=\frac{2m_1v_1}{m_1+m_2} \qquad (8.8)$$

кўринишни олади, урилишдан кейинги тезликлар эса шарлар массаларининг нисбатига боғлиқ бўлади. Урилиш натижасида биринчи шар ўзининг тўқнашишга қадар бўлган тезлигига нисбатан кичикроқ u_1 тезлик билан аввалги йўналишда ҳаракатини давом эттиради. Иккинчи шар биринчи шарнинг урилишгача бўлган тезлигига нисбатан каттароқ тезлик билан биринчи шарнинг йўналишида ҳаракатга келади (8.3, б-расм).



8.3-расм



8.4-расм

4. Массаси кичикроқ бўлган шар тинч турган массаси каттароқ шарга бориб урилса (яъни $m_1>m_2$ ва $v_2=0$; 8.4,а-расм). Тўқнашишдан кейин биринчи шар тескари йўналишда u_1 тезлик билан ($u_1<v_1$) ҳаракатланади, иккинчи шар биринчи шарнинг тўқнашгунга қадар бўлган йўналишида u_2 тезлик билан ($u_2<v_1$) ҳаракат қила бошлайди (8.4, б-расм).

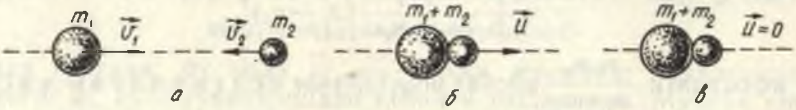
5. Агар тинч турган шарнинг массаси (m_2) бориб урилаётган шарнинг массаси (m_1) га нисбатан жуда катта, яъни $m_2\gg m_1$ бўлса, (8.8) ифодага кўра:

$$u_1=-v_1, \; u_2=\frac{2m_1v_1}{m_2}\approx 0$$

бўлади. Бундай ҳол мутлақ кайишқоқ шар каттиқ деворга (деворни массаси ва радиуси ғоят катта шар деб қараш мумкин) урилганда кузатилади, яъни биринчи шар урилишга қадар бўлган ўзининг тезлиги билан тескари томонга қайтади.

8.3-§. МУТЛАҚ НОҚАЙИШҚОҚ ТЎҚНАШУВ

Юқорида кўриб ўтилганидек, мутлақ ноқайишқоқ тўқнашувда тўқнашувчи жисмлар кинетик энергиясининг бир қисми ёки ҳаммаси ички энергияга (иссиқликка) айланади. Мазкур жараёнда бир жисмнинг ички энергияси иккинчи жисмнинг ички энергиясига айланиши ҳам мумкин. Кинетик энергиянинг қанча қисми ички энергияга айланиши тўқнашувчи жисмларнинг ўзига хос хусусиятларига боғлиқ. Мутлақ ноқайишқоқ тўқнашув натижасида тўқнашувчи иккала жисм бирлашиб, битта жисм каби ҳаракатланади. Массалари m_1 ва m_2 бўлган шарларнинг тўқнашгунга қадар тезликлари $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ бўлса (8.5, *а*-расм), иккита жисмдан иборат бу тизим тўқнашувдан кейин m_1+m_2 массали битта жисм каби $\vec{u}$ тезлик билан ҳаракат қилади (8.5, *б*-расм). Мазкур тизим учун импульснинг сақланиш қонуни, равшанки, қуйидагича ёзилади:



8.5-расм

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{u}.$$

Бу тенгликлардан тизимнинг тўқнашувдан кейинги тезлиги

$$\vec{u}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} \tag{8.9}$$

эканлиги келиб чиқади. Тўқнашувга қадар шарлар бир-бирига томон йўналишда ҳаракатда бўлсалар, тўқнашгандан кейин улар импульси катта бўлган шарнинг импульс вектори йўналишида битта (яъни яхлит) жисм каби ҳаракатни давом эттирадилар (8.5,*б*-расм). Тўқнашгунга қадар шарлар бир-бирига қараб йўналган ва уларнинг импульслари ўзаро тенг ($m_1\vec{v}_1=-m_2\vec{v}_2$) бўлса, охирги тенгликка кўра $\vec{u}=0$ бўлади. Бошқача айтганда, шарлар тўқнашувдан сўнг ҳаракатларини давом эттирмайдилар (8.5, *в*-расм). Бу ҳолда иккита шардан иборат тизимнинг кинетик энергияси тўлиғича ички энергияга (иссиқлик энергиясига) айланади. Бу натижа элементар зарраларнинг ўзаро таъсири туфайли янги сифатга эга бўлган зарралар ҳосил бўлишида муҳим аҳамият касб этади (8.5-§ га қ.).

Энди мутлақ ноқайишқоқ тўқнашув жараёнида шарларнинг тўлиқ энергияси қандай ўзгаришини аниқлайлик. Бундай тўқнашувда энергиянинг бир қисми ёки ҳаммаси тўқнашувчи шарлардан иборат тизимнинг ички энергиясига (иссиқлик энергиясига) айланганлиги туфайли механикавий энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмаслиги ўз-ўзидан равшандир. Ҳақиқатан ҳам тўқнашувга қадар шарларнинг тўлиқ кинетик энергияси:

$$E_к=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2. \tag{8.10}$$

Тўқнашувдан сўнг тизим яхлит жисм тарзида $\vec{u}_1$ тезлик билан ҳаракатланганлиги туфайли унинг кинетик энергияси

$$E'_к=\frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2$$

бўлади. (8.9) ифодани эътиборга олиб, бу формулани қуйидагича ёзамиз:

$$E'_к=\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}. \qquad (8.11)$$

Тўқнашув жараёнида энергиянинг қанча қисми ички энергияга айланганлигини аниқлаш учун (8.10) ифодадан (8.11) ни айирамиз:

$$E_к-E'_к=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2-\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}=$$

$$=\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2.$$

Бу ифодадаги $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ нисбат шарларнинг келтирилган массаси дейилади ва μ орқали белгиланади; v_1-v_2 айирма эса шарларнинг тўқнашувга қадар бўлган нисбий тезликларини ифодалайди. Мазкур белгилашларга кўра охирги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$E_к-E'_к=\frac{1}{2}\mu(v_1-v_2)^2. \qquad (8.12)$$

Демак, иккита мутлақ ноқайишқоқ шарнинг тўқнашуви жараёнида тизим кинетик энергиясининг камайиши келтирилган массанинг нисбий тезлик квадратига кўпайтмасининг ярмига тенг.

Пировардида шуни таъкидлаш лозимки, ноқайишқоқ тўқнашувда тизим кинетик энергиясининг ички энергияга айланиш жараёни ва аксинча, ички энергиянинг кинетик энергияга айланиш жараёни элементар зарралар, атом ва молекулаларнинг ўзаро тўқнашувида ҳамда ядро реакцияларида муҳим ўринни эгаллайди.

8.4-§. ИНЕРЦИЯ МАРКАЗИ БИЛАН БОҒЛАНГАН САНОҚ ТИЗИМИ

Фараз қилайлик, иккита жисм мутлақ ноқайишқоқ тўқнашаётган бўлсин ва бу тўқнашувни марказий тўқнашув деб ҳисоблайлик. Тўқнашув жараёнини қўзғалмас деб ҳисобланган *К* саноқ тизимида кузатсак, тўқнашувдан кейин мазкур икки жисм бирлашиб, битта жисм каби ҳаракатда бўлади ва унинг тезлиги (8.9) формула орқали ифодаланади:

$$\vec{u}=\frac{m\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}. \qquad (a)$$

Қўзғалмас ҳисобланган *К* саноқ тизими (яъни Ер билан ёки унинг устида турган жисм билан боғланган саноқ тизими) кўпинча лаборатория саноқ тизими номи билан юритилади.

Инерция (масса) маркази билан боғланган саноқ тизими ҳақида 4.5-§ да мулоҳаза юритилган эди ва бошқа саноқ тизимларидан ажралиб туриши учун бу тизимни *М*-тизим деб атаган эдик. Мазкур саноқ тизими жисмларнинг тўқнашувини таҳлил қилишда анча қулайликларга эга. *М*-тизимнинг асосий қулайликларидан бири шундан иборатки, унда жисмлар импульсларининг вектор йиғиндиси уларнинг ўзаро таъсирлашишига қадар ҳам, таъсирлашгандан кейин ҳам нолга тенг:

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{p}'_i = 0$$

ёки

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \ldots + \vec{p}'_n = 0.$$

Бунда $\vec{p}_i$ — тўқнашувга қадар, $\vec{p}'_i$ — тўқнашувдан кейин i-жисмнинг импульси. Ўзаро таъсирлашувчи икки жисм мисолида мазкур тенглик

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m\vec{u}'_1 + m_2\vec{u}'_2 = 0$$

тарзда ёзилади; бу ерда $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ — икки жисмнинг тўқнашишдан олдинги, $\vec{u}'_1$, $\vec{u}'_2$ — тўқнашишдан кейинги тезликлари. Мутлақ ноқайишқоқ тўқнашувдан кейин икки зарра худди битта (яхлит) зарра каби $\vec{u}$ тезлик билан ҳаракатланганлиги туфайли охирги тенглик қуйидагича ёзилади:

$$m_1\vec{u}'_1 + m_2\vec{u}'_2 = (m_1 + m_2)\vec{u} = 0.$$

Бундан $\vec{u} = 0$ эканлиги ўз-ўзидан равшандир: бирлашган икки жисмнинг инерция (масса) маркази *М*-тизимда тинч ҳолатда бўлади, ваҳоланки, лаборатория саноқ тизимида мутлақ ноқайишқоқ тўқнашувдан кейин инерция марказининг тезлиги нолга тенг эмас, унинг тезлиги (*а*) ифода билан аниқланади.

8.5-§. БУСАҒАВИЙ ЭНЕРГИЯ.
РЎПАРАВИЙ ТУҚНАШУВЧИ ЗАРРАЛАР ТЕЗЛАТКИЧЛАРИ

Юқорида (8.1-§) шар шаклидаги жисмларнинг тўқнашувини таҳлил қилишда олинган натижалар ҳар қандай жисм учун, шу жумладан зарралар учун ҳам ўринлидир. Шу боисдан олинган ўша натижаларга асосланиб қуйида зарраларнинг ноқайишқоқ тўқнашуви ҳақида мулоҳаза юритамиз. Маълумки ((8.12) ифодага қ.), ноқайишқоқ тўқнашувда тўқнашувчи зарралардан иборат тизим кинетик энергиясининг бир қисми (муайян шароитда ҳаммаси) уларнинг ички энергиясига (тинч ҳолатдаги энергиясига) айланади ва аксинча, тўқнашиш жараёнида уларнинг ички энергияси зарраларнинг кинетик энергиясига айланиши ҳам мумкин. Бошқача айтганда, тўқнашиш жараёнида тўқнашувчи зарраларнинг кинетик энергияси ошиши ёки камайиши мумкин. Ноқайишқоқ тўқнашув жараёнида тўқнашувчи зарралар кинетик энергияларининг ўзгариши одатда *Q* ҳарфи билан белгиланади. Тўқнашиш натижасида тўқнашувчи зарраларнинг умумий кинетик энергияси ошса (яъни

) бўлса) бундай ноқайишқоқ тўқнашув *экзотермик тўқнашув*
іади. Равшанки, экзотермик тўқнашувда зарранинг ички
ияси ҳисобига унинг кинетик энергияси ошади. Мазкур жараён
інг ҳар қандай қийматларида ҳам амалга ошиши мумкин.
нинг парчаланиши экзотермик жараёнга мисол бўла олади, яъни
аланиш натижасида ҳосил бўлган зарраларнинг кинетик
иялари нолга тенг ($Q=0$) бўлиши ҳам мумкин.

ўқнашув натижасида зарраларнинг умумий кинетик энергиялари
йса (яъни $Q<0$ бўлса) бундай ноқайишқоқ тўқнашув
термик тўқнашув дейилади. Демак, эндотермик тўқнашувда
іларнинг кинетик энергиялари ҳисобига уларнинг ички энергия-
ошади. Ноқайишқоқ тўқнашув жараёнида ички энергиянинг
іи зарралар хусусиятларининг ўзгаришига олиб келади: бир
іги зарра иккинчи турдаги заррага (янги заррага) айланиши
ин. Ноқайишқоқ тўқнашувда зарраларнинг бир турдан иккинчи
і айланиши учун унинг ички энергияси муайян миқдорга ошиши
и. Мазкур энергиянинг миқдори зарранинг ўз хусусиятларига
іқ бўлиб, у $|Q|$ дан кам бўлмаслиги керак. Бу энергия миқдори
авий энергия деб аталади. Зарралар бир турдан иккинчи турга
наётган бўлса, мазкур жараёнда қандайдир реакция содир
япти демакдир. Шу боисдан бўсағавий энергия кўпинча *реакция*
ияси (реакция содир бўлиши учун зарур бўлган энергия) деб
аталади.

андай шартлар бажарилганда мазкур жараён амалга ошишини
лайлик. Бунинг учун зарралар тўқнашувини *М*-тизимда муҳока-
тиш мақсадга мувофиқдир, чунки бу тизимда зарраларнинг
ашгунга қадар бўлган тўлиқ кинетик энергияси бўсағавий
гиядан кам бўлмаслиги лозим, яъни $E_к \geqslant |Q|$ шарти бажарилиши
к. $E_к = |Q|$ бўлганда, тизим кинетик энергиясининг ҳаммаси
аларнинг ички энергиясини оширишга сарф бўлади. Бу шарт
арилганда, *М*-тизимда тўқнашиш натижасида зарралар тўхтаб
ди. Бошқача айтганда, зарралар кинетик энергияларининг
аси реакцияни амалга оширишга сарф бўлиши керак. Бунинг
зарралар импульсларининг вектор йиғиндиси ноқайишқоқ
ашувдан олдин ва ундан кейин нолга тенг бўлиши талаб
нади. Бу шарт эса фақат инерция маркази билан боғлиқ саноқ
ми (*М*-тизим) дагина амалга ошади. Лаборатория саноқ
мида эса тўқнашувчи зарралар кинетик энергияларининг
асини уларнинг ички энергиясига айлантириш мумкин эмас.
и ноқайишқоқ тўқнашувдан кейин инерция (масса) маркази-
ҳаракати билан боғлиқ бўлган кинетик энергия реакцияни
га оширишда иштирок этмайди. Бошқача айтганда, лаборатория
қ тизимида (импульснинг сақланиш қонунига кўра) тўқнашгун-
адар бўлган зарралар импульсларининг вектор йиғиндиси улар
ашгандан кейин ҳам ўзгармай қолиши керак.

арраларнинг ноқайишқоқ тўқнашувида реакцияни амалга
риш учун, одатда, тезлатилган зарралар тинч турган заррага
онга) йўналтирилади. Бу ҳолда тезлатилган зарраларнинг

энергияси тинч турган зарраларникига нисбатан, яъни лаборатория саноқ тизимига нисбатан аниқланади. Ноқайишқоқ тўқнашув натижасида зарралар кинетик энергияларининг ички энергияга айланиш жараёнини яхшироқ тасаввур қилиш учун икки протоннинг ўзаро тўқнашувини олиб қарайлик ва лаборатория саноқ тизимида тинч турган протонга (нишонга) тезлатилган протон бориб урилганда энергиянинг қанча қисми уларнинг ички энергиясига айланишини (реакцияни амалга оширишга сарф бўлишини) аниқлайлик. Бунда икки ҳолни — кичик тезликлар ($v \ll c$) билан боғлиқ энергия соҳасини ва катта тезликлар билан боғлиқ энергия соҳасини алоҳида-алоҳида қараб чиқайлик:

А. Кичик тезликларда тўқнашувчи зарраларнинг кинетик энергиялари протоннинг тинч ҳолатдаги ички энергияси ($m_p c^2$) га нисбатан жуда кичик эканлиги ўз-ўзидан аён. Шу боисдан жараённи мутақаббил (классик) физика нуқтаи назаридан қараб чиқиш мумкин. Лаборатория саноқ тизимида v тезликкача тезлатилган протон тинч турган протонга бориб урилганда тўқнашувчи зарралардан иборат тизимнинг тўлиқ кинетик энергияси:

$$E_{\text{кл}} = \frac{1}{2} m_p v^2 \qquad (8.13)$$

($E_{\text{кл}}$ — лаборатория саноқ тизимидаги кинетик энергия). Ноқайишқоқ тўқнашувдан кейин инерция марказининг тезлиги нолдан фарқли бўлганлиги туфайли (8.13) кўринишда ифодаланган энергиянинг ҳаммаси зарраларнинг ички энергиясига айланмайди — бу энергиянинг бир қисми инерция марказининг ҳаракат энергияси бўлиб қолади. Мазкур энергиянинг қанча қисми реакцияни амалга оширишда иштирок этмаслигини (ички энергияга айланмаслигини) аниқлаш мақсадида ноқайишқоқ тўқнашув жараёнини M-тизимда олиб қарайлик. Юқорида таъкидлаб ўтганимиздек, бу саноқ тизимида зарралар кинетик энергияларининг ҳаммаси уларнинг ички энергиясини оширишга сарф бўлиши мумкин. Мазкур тизимда тинч турган протоннинг инерция марказига нисбатан тезлиги $-\frac{1}{2}v$ га тенг; унга бориб урилувчи протоннинг тезлиги эса $\frac{1}{2}v$ га тенг; M-тизимда умумий кинетик энергия тўқнашувчи протонлар кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат:

$$E_{\text{км}} = \frac{1}{2} m_p \left(\frac{1}{2} v\right)^2 + \frac{1}{2} m_p \left(\frac{1}{2} v\right)^2 = \frac{1}{4} m_p v^2 \qquad (8.14)$$

($E_{\text{км}}$ — зарраларнинг M-тизимдаги кинетик энергиялари). (8.13) ва (8.14) тенгликлардан кўринадики, зарраларнинг лаборатория саноқ тизимидаги кинетик энергиялари M-тизимдаги кинетик энергияга нисбатан икки марта кўп, яъни лаборатория саноқ тизимига нисбатан тезлатилган протон кинетик энергиясининг фақат ярми тўқнашувчи протонларнинг ички энергиясини оширишга сарф бўлиши мумкин; энергиянинг қолган қисми инерция марказининг ҳаракатига сарф бўлади.

Энди тинч турган протонга катта тезликка эга бўлган протон
урилганда кинетик энергиянинг қанча қисми тўқнашувчи
ларнинг ички энергиясига айланишини қараб чиқайлик.
лан, тезлатилган протоннинг кинетик энергияси унинг тинч
даги ички энергияси (m_pc^2) дан катта бўлсин. У ҳолда юқорида
рилган ((7.58) ифодага қ.) релятив зарраларнинг тўлиқ
ияси (E) ва импульси (p)ни ўзаро боғловчи муносабат

$$E^2-p^2c^2=m^2c^4=\text{inv}$$

фойдаланамиз. Бу тенглик бир инерциал саноқ тизимидан
чисига ўтганда ўзгармайди, яъни мазкур тенглик лаборатория
тизими (қисқача $Л$) дан M-тизимга (қисқача M) ўтганда бир
ўринишга эга, яъни инвариантдир. Шундай қилиб, юқоридаги
ик нишон томонга йўналтирилган протон учун қуйидаги
ишга эга бўлади:

$$(E_1^2-p_1^2c^2)_л=(E_1^2-p_1^2c^2)_М. \qquad (8.15)$$

ратория тизимида тинч турган протоннинг тўлиқ энергиясини E_2,
ьсини p_2 орқали белгилаб, иккита протондан иборат тизим учун
ифодани

$$E_1+E_2)^2-(\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2c^2]_Л=[(E_1+E_2)^2-(\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2c^2]_М \qquad (8.16)$$

а ёзамиз. Таърифга кўра M-тизимда $\vec{p}_1+\vec{p}_2=0$. Лаборатория
тизимида иккинчи протон қўзғалмас бўлганлиги сабабли унинг
ияси фақат тинч ҳолатдаги (яъни кичик) энергиядан иборат
, импульси эса нолга тенг:

$$E_2=m_pc^2;\ \vec{p}_2=0. \qquad (8.17)$$

формулада $E_1+E_2=E_{тм}$ — M-тизимда иккала протоннинг
энергияси. Бинобарин, (8.17) ни назарда тутиб, (8.16)ни
агича ёзамиз:

$$[(E_1+m_pc^2)^2-p_1^2c^2]_л=E_{тм}^2$$

$$[(E_1^2-p_1^2c^2)+2E_1m_pc^2+m_p^2c^4]_л=E_{тм}^2.$$

да кичик қавс ичидаги ифода $m_p^2c^4$ га тенг эканлигини эътиборга
охирги формулани

$$2m_pc^2(E_1+m_pc^2)_л=E_{тм}^2$$

ишда ёзиш мумкин; бунда $E_1+m_pc^2=E_{тл}$ — лаборатория саноқ
ида иккала протоннинг тўлиқ энергиясини ифодалаганлиги
ли

$$2E_{тл}\,m_pc^2=E_{тм}^2$$

а бўламиз; бу ифодадан лаборатория тизимида иккала
ннинг тўлиқ энергияси учун

$$E_{тл}=\frac{E_{тм}^2}{2m_pc^2} \qquad (8.18)$$

га эга бўламиз. (8.18) нисбатни аниқлаш учун протоннинг тинч ҳолатдаги энергияси m_pc^2 ни ҳисоблайлик. Маълумки, $m_p=1{,}67\times10^{-27}$ кг, $c=3\cdot10^8$ м/с. Тезлатилган ва тинч ҳолатдаги зарраларнинг энергиялари одатда электронвольт (эВ) ларда ифодаланади. 1 эВ — заряди электрон зарядига тенг бўлган заррани потенциаллар фарқи $u_1-u_2=1$ вольт (В) бўлган майдонда тезлатилганда, у эришган энергияга тенг. Электрон заряди $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ кулонга тенг бўлганлиги учун 1 эВ$=e(u_1-u_2)=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл·1 В$=1{,}6\cdot10^{-19}$ Ж бўлади. У ҳолда $m_pc^2=1{,}67\cdot10^{-27}\cdot(3\cdot10^8)^2=1{,}50\cdot10^{-10}$ Ж$\approx0{,}938\cdot10^9$ эВ$\approx10^9$ эВ.

Айтайлик, реакция амалга ошиши учун M-саноқ тизимида тезлатилган протоннинг тўлиқ энергияси 10^{10} эВ га тенг бўлиши талаб қилинсин. Лаборатория саноқ тизимида протон қандай энергиягача тезлатилиши кераклигини аниқлайлик. (8.18) формулага $m_pc^2=10^9$ эВ ва $E_{\text{тм}}=(10^{10})^2=10^{20}$ эВ қийматларни қўйсак,

$$E_{\text{тл}}\approx\frac{10^{20}}{2\cdot10^9}=5\cdot10^{10}\text{ эВ}$$

бўлади. Демак, инерция (масса) маркази билан боғланган саноқ тизимида протонлар 10^{10} эВ га тенг энергияга эришишлари учун лаборатория саноқ тизимида уларни 5 марта катта энергиягача тезлатиш лозим бўлади, яъни тезлаткичнинг фойдали иш коэффициенти 0,2 га тенг бўлади.

Мақсадга кўра лаборатория саноқ тизимида имкон қадар кам энергия сарфлаб зарраларнинг энергиясини шу қадар ошириш керакки, натижада янги зарралар ҳосил бўлсин. Бунга ҳар иккала тўқнашувчи заррани ҳаракатга келтириш билан эришиш мумкин. Бу усул рўпаравий тўқнашувчи зарралар дастаси (нури) ҳосил қилинадиган тезлаткичларда амалга оширилади. Ҳозирги замон тезлаткичларида зарралар дастаси (зарралардан иборат нур)нинг ҳар бири иккинчиси томон йўналтирилади. Мазкур усул қўлланганда, бир хил импульсга эга бўлган зарраларнинг ҳар бири иккинчиси томон йўналтирилиб, улар иккита тезлаткичнинг ўртасидаги фазода тўқнашадилар. Бу ҳолда тўқнашувчи зарраларнинг инерция маркази лаборатория саноқ тизимига нисбатан ҳаракатсиз бўлади. Бошқача айтганда, лаборатория саноқ тизими зарралар инерция маркази билан боғланган саноқ тизими бўлиб қолади. Мазкур усул билан зарралар тўқнашуви амалга оширилганда тўқнашувдан сўнг зарралар инерция марказининг ҳаракатига энергия сарф бўлмайди.

Ҳозирги замон тезлаткичлари элементар зарраларни 10^{12} эВ гача тезлатиш имкониятига эга. Катта тезликларгача тезлатилган зарралар нишонга бориб урилганда табиий шароитларда учрамайдиган янги зарралар ҳосил бўлади. Янги зарраларни ҳосил қилишда, юқорида айтилганидек, рўпаравий тўқнашувчи зарралар дастаси ҳосил қилинадиган қурилмалар анчагина устунликларга эга. Рўпаравий тўқнашувчи зарралар дастаси усули аслида қуйидагича амалга оширилади: учрашувчи зарралар дастаси (нури) нинг бири тезлаткичда катта тезликларгача тезлатилгандан кейин кучли магнит майдонга киритилади. Мазкур майдонда зарраларга магнит куч

Лоренц кучи) таъсир этади. Бу куч, маълумки, зарраларнинг фақат
аракат йўналишинигина ўзгартириб, тезлигини (энергиясини)
згартирмайди. Натижада зарралар дастаси айланма шаклдаги
раектория бўйлаб ҳаракатланади. Зарралар ҳаракатини мазкур
раектория бўйлаб узоқ вақт сақлаб туриш мумкин. Магнит
айдонда ҳаракатланаётган зарраларнинг тезликларига тенг тезлик-
ача тезлатилган яна бир зарралар дастаси магнит майдондаги
арралар билан қарама-қарши йўналишда тўқнаштирилади. Рўпара-
ий тўқнашувчи зарралар дастаси «бегона» атом ва молекулалар
илан тўқнашмаслиги учун қурилмада юқори вакуум ҳосил
илинади.

8.6-§. АНТИПРОТОН ҲОСИЛ БЎЛИШИНИНГ БЎСАҒАВИЙ ЭНЕРГИЯСИ

Маълумки, протон — водород атомининг ядросини ташкил этувчи
усбат зарядли (заряди $+e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, массаси $m_p=1{,}67\times$
$\times10^{-27}$ кг) элементар заррадир. Антипротон эса протондан фақат
арядининг ишораси ($-e$) билан фарқ қилади. Ҳозирги вақтда
аълум бўлган ҳар бир элементар зарранинг антизарраси аниқ-
анган. Масалан, электрон-позитрон, нейтрон-антинейтрон, нейтри-
о-антинейтрино ва бошқ. Антизарра одатда унга мос келувчи
аррани ифодалайдиган ҳарф билан белгиланиб, ўша ҳарфнинг
стига чизиқча қўйилади (масалан p — протонни, p — антипротонни
фодалайди).

Биринчи марта $6{,}3\cdot10^9$ эВ гача тезлатилган протонлар мис
ишонга бориб урилганда жуфт зарралар — протон ва антипротон
осил бўлиши кузатилган. Антипротоннинг ҳосил бўлиш реакцияси
уйидагича ёзилади:

$$p+p\to p+p+(p+\bar{p}).$$

у формуладан кўринишича, бир-бири билан тўқнашувчи икки
ротон билан бир қаторда реакция натижасида нишондан яна
ротон-антипротон жуфти ажралиб чиқади. Ҳосил бўлган протон-
нтипротон жуфтидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг
а бинобарин, бу ерда зарядларнинг сақланиш қонуни ҳам
ажарилади. Антипротон ва протондан ташқари бир вақтнинг ўзида
на иккита протон ҳосил бўлиши — зарядлар сақланиш қонунининг
амоён бўлишидир.

Мазкур реакцияни амалга ошириш учун зарур бўлган бўсағавий
нергияни аниқлайлик. Ҳосил бўлган протон ва антипротоннинг
ассалари ўзаро тенг бўлганлиги туфайли уларнинг тинч ҳолатдаги
нергиялари $2m_pc^2$ га тенг. Бинобарин, реакция амалга ошиши учун
нерция (масса) маркази саноқ тизими (M-тизим) да ўзаро
ўқнашувчи протонларнинг кинетик энергиялари $2m_pc^2$ дан кам
ўлмаслиги лозим. Бундан ташқари, бу энергияга яна тўқнашувчи
ротонларнинг ҳар бирининг тинч ҳолатдаги энергиялари m_pc^2 ҳам
ўшилади. Шундай қилиб, M-тизимда тўлиқ энергия

$$E_{\text{тм}}=4m_pc^2 \qquad (8.19)$$

ан кам бўлмаслиги зарур.

Энди, M-саноқ тизимида (8.19) формула орқали акс эттирилган энергияни лаборатория саноқ тизимида ифодалайлик. (8.1) га асосан

$$E_{тл}=\frac{E^2_{тм}}{2m_pc^2}=\frac{(4m_pc^2)^2}{2m_pc^2} \qquad (8.20)$$

бўлади; бунда $2m_pc^2$ — тўқнашувчи икки протоннинг тинч ҳолатдаги энергиясини ва $6m_pc^2$ — уларнинг кинетик энергиясини ташкил этади. Демак, протон-антипротон жуфтининг ҳосил бўлиш бўсағавий энергияси (маълумки, протон учун $m_pc^2=0{,}94\cdot10^9$ эВ)

$$6m_pc^2\approx6\cdot0{,}94\cdot10^9 \text{ эВ}=5{,}64\cdot10^9 \text{ эВ}=5{,}64 \text{ ГэВ}$$

бўлиши керак. Ҳисоблашдан олинган бу натижа тезлатилган протон тинч турган якка протон билан тўқнашган ҳол учун тўғридир. Агар тезлаткичда тезлатилган протон тинч турган якка протон билан тўқнашмасдан яхлит мисдан иборат нишонга бориб урилаётганини (яъни протон-нишон ядро билан боғланганлигини) эътиборга олсак, протон-антипротон жуфти ҳосил бўлиш бўсағавий энергияси камаяди. Ҳақиқатан, тажрибада кузатилишича, протон-антипротон жуфтининг ҳосил бўлиш бўсағавий энергияси $4{,}4\cdot10^9$ эВ ни ташкил этган. Бу энергия эса тезлатилган протон эркин ҳолдаги протон-нишон билан тўқнашгандагига қараганда $1{,}2\cdot10^9$ эВ қадар камдир.

IX БОБ

ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР МЕХАНИКАСИ

9.1-§. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТ ВА МУВОЗАНАТ ТЕНГЛАМАСИ

Қаттиқ жисм ҳаракатини ўрганишда шу пайтгача биз унинг катталиги ва шаклини эътиборга олмай, уни моддий нуқта деб қараган эдик. Қуйида биз жисмнинг катталиги ва шакли муҳим аҳамиятга эга бўлган ҳаракатларни ҳам қараб чиқамиз. Шу мақсадда қаралаётган қаттиқ жисмни биз мутлақ қаттиқ жисм деб ҳисоблаб, уни фикран жуда кичик (элементар) бўлакчаларга бўлиб чиқишимиз ва уни моддий нуқталар тизимидан иборат деб қарашимиз мумкин. Шу боисдан моддий нуқталар тизими ҳаракати учун ўринли бўлган қонуниятларни қаттиқ жисмнинг ҳаракати учун қўллаймиз.

Қаттиқ жисм ҳаракатининг энг оддийси — илгариланма ҳаракат бўлиб, бунда унинг барча нуқталари бир хил тезлик ва бир хил тезланиш билан ҳаракатланади. Қаттиқ жисм ҳаракатининг бошқа тури — унинг бирор нуқта ёки ўқ атрофидаги айланма ҳаракатидир. Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, айланма ҳаракатда жисмнинг ҳар хил нуқталари ўққа тик бўлган текисликларда ётувчи айланалар бўйлаб ҳаракатда бўлади.

Маълумки (1.10-§ га қ.), мутлақ қаттиқ жисмнинг эркинлик даражалари сони 6 га тенг, яъни унинг ҳаракати 6 та мустақил тенглама орқали аниқланади. Мазкур тенгламаларнинг 3 таси қаттиқ жисм инерция (масса) марказининг ҳаракат тенгламасидир:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=\sum_i F_x;\ m\frac{d^2y}{dt^2}=\sum_i F_y;\ m\frac{d^2z}{dt^2}=\sum_i F_z; \qquad (9.1)$$

ки

$$m\frac{dv_x}{dt}=\sum_i F_x;\ m\frac{dv_y}{dt}=\sum_i F_y;\ m\frac{dv_z}{dt}=\sum_i F_z \qquad (9.1,\ a)$$

бунда x, y, z — жисм инерция марказининг координаталари; v_x, v_y,
$_z$ — масса маркази тезлигининг координата ўқларидаги проекцияла-
и; $\sum_i F_x$, $\sum_i F_y$, $\sum_i F_z$ — жисмга таъсир этувчи ташқи кучларнинг
ос равишда X, Y, Z ўқлардаги проекцияларининг йиғиндиси).
олган учта тенглама — X, Y, Z ўқларга нисбатан олинган
оментлар тенгламасидир ((5.17) га қ.):

$$\frac{dL_x}{dt}=\sum_i M_x;\ \frac{dL_y}{dt}=\sum_i M_y;\ \frac{dL_z}{dt}=\sum_i M_z, \qquad (9.2)$$

унда L_x, L_y, L_z — моддий нукталар тизимидан иборат каттик жисм
мпульс моментининг X, Y, Z ўқлардаги проекциялари; $\sum_i M_x$, $\sum_i M_y$,
M_z — айланиш ўқига нисбатан ташқи кучлар моментларининг
гебраик йиғиндиси.

Механикада *жисм мувозанати* деб унинг шундай ҳолати
шуниладики, жисм қаралаётган инерциал саноқ тизимига нисбатан
нч ҳолатда бўлади. Жисм мувозанатда бўлиши учун уни
гариланма ва айланма ҳаракатга келтирувчи сабаб бўлмаслиги
зим. Бунинг учун жисмни илгариланма ҳаракатга келтирувчи
чларнинг X, Y, Z ўқлардаги проекциялари ва айланиш ўқига
сбатан куч моментларининг мазкур координата ўқлардаги про-
цияларининг алгебраик йигиндиси нолга тенг бўлиши шарт:

$$\sum_i F_x=\sum_i F_y=\sum_i F_z=0; \qquad (9.3)$$

$$\sum_i M_x=\sum_i M_y=\sum_i M_z=0. \qquad (9.4)$$

.3) ва (9.4) шартлар X, Y, Z ўқлар учун бажарилса, у ҳолда
тиёрий олинган бошқа ўқлар учун ҳам бажарилади.

Агар қаттиқ жисмга таъсир этаётган кучларни уларнинг таъсир
зиғи бўйлаб кўчирсак айланиш ўқига нисбатан кучларнинг елкаси
гармайди; бинобарин, мазкур кучларнинг ўққа нисбатан моментла-
ҳам ўзгармайди, яъни мазкур ўзгаришлар жисмнинг ҳаракатига
и тинч ҳолатига таъсир этмайди. Шунингдек, жисмга таъсир
аётган барча кучлар уларнинг тенг таъсир этувчиси билан, барча
чларнинг бирор ўққа нисбатан моментларининг вектор йигиндиси
а тенг таъсир этувчи кучнинг шу ўққа нисбатан моменти билан
маштирилиши мумкин. Жисмга таъсир этувчи барча ташқи
чларнинг тенг таъсир этувчисини $\vec{F}$ билан ва унинг қаралаётган

ўққа нисбатан моментини $\vec{M}$ билан белгиласак, жисмнинг мувозанат шарти қуйидаги кўринишни олади:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}=0; \qquad (9.5)$$

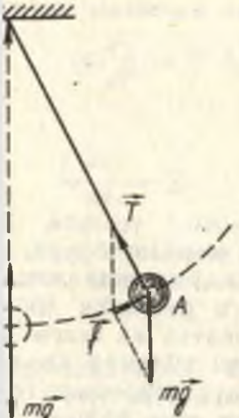
$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}=0, \qquad (9.6)$$

бунда $\vec{v}$ — жисм масса (инерция) марказининг тезлиги. Жисм мувозанатда бўлиши учун бу шартлар зарур шартлар бўлиб, лекин етарли эмас. Гап шундаки, бу шартлар бажарилганда жисмнинг масса маркази қаралаётган саноқ тизимига нисбатан ўзгармас ($v=\text{const}$) тезлик билан илгариланма ҳаракатда ва жисм бирор ўққа нисбатан ўзгармас бурчак тезлик билан айланма ҳаракатда бўлиши мумкин. Шу боис жисмнинг барча нуқталарининг тезлиги қаралаётган саноқ тизимига нисбатан нолга тенг бўлиши лозим (етарли шарт).

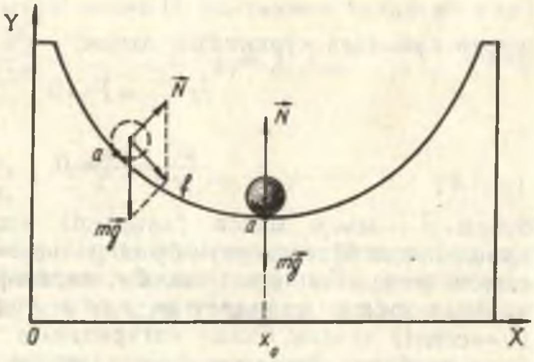
Шуни алоҳида таъкидлаш лозимки, мувозанатда бўлган жисм шу вазиятда исталганча узоқ вақт тура олмаслиги ҳам мумкин. Амалда мувозанатда турган ҳар қандай жисмга кичик ташқи туртки таъсир этиши мумкин ва бу туртки уни мувозанат ҳолатдан чиқара олади. Бу ҳолда (9.3) ва (9.4) шартлар (умумий ҳолда (9.5) ва (9.6) шартлар) бажарилмайди. Натижада бу кичик таъсир туфайли ўз мувозанат вазиятидан чиққан жисм, вужудга келган шароитга кўра, яна мувозанат ҳолатига қайтиши ёки қайтмаслиги мумкин. Жисмнинг ўз мувозанат ҳолатига қайтиши ёки қайтмаслиги — у мувозанат ҳолатидан чиққандан кейин унга таъсир қилаётган кучлар ёки куч моментлари қайси йўналишда таъсир этишига боғлиқ. Мазкур кучлар ва куч моментларининг таъсир йўналишига қараб жисмнинг ҳолати турғун мувозанат ва турғунмас мувозанатга ажратилади. Жисм мувозанат ҳолатидан бир оз чиқарилганда вужудга келган куч ёки куч моменти уни мувозанат ҳолатига қайтарса, жисмнинг бу мувозанати *турғун мувозанат* дейилади. Жисм мувозанат ҳолатидан бир оз чиқарилганда вужудга келган куч ёки куч моменти уни бу ҳолатдан янада узоқлаштирса бундай мувозанат *турғунмас мувозанат* дейилади.

Масалан, ипга солинган A шарчанинг мувозанат ҳолатида (9.1-расм) унинг оғирлик кучи mg ва ипнинг таранглик кучи $\vec{T}$ нинг X ўқидаги проекцияларининг (X ўқ ип бўйлаб юқорига йўналган) алгебраик йиғиндиси нолга тенг: $T_x-mg_x=0$ ёки вектор кўринишда $\vec{T}+m\vec{g}=0$. Энди шарчани мувозанат ҳолатидан бироз четга чиқариб қўйиб юборсак, $m\vec{g}$ ва $\vec{T}$ кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлмай қолади: $m\vec{g}$ ва $\vec{T}$ ларнинг тенг таъсир этувчиси — $\vec{f}$ куч жисмни мувозанат ҳолатига қайтаради.

Яна бир мисол: радиуси r бўлган шарча силлиқ эгри сиртли чуқурликда мувозанат ҳолатда турган бўлсин (9.2-расм). Чуқурликнинг пастки нуқтасида (координатаси x_0 бўлган нуқтада) шарнинг оғирлик кучи ($m\vec{g}$) ва тагликнинг акс таъсир кучи



9.1-расм



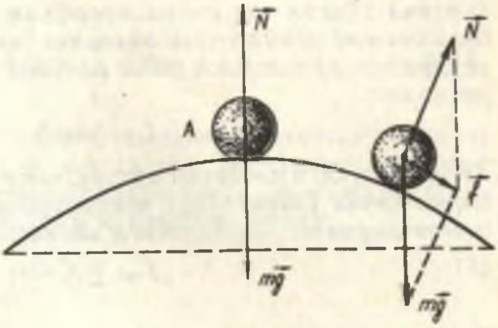
9.2-расм

бир n = бирини мувозанатлайди — шарча мувозанат ҳолатда бўлади $-mg_y=0$). Энди шарча мувозанат вазиятидан бир оз четга рилиб, кейин ўз ҳолига қўйилса, шарчага унинг мувозанат яти томон йўналган куч таъсир қилади. Бу куч шарчани занат вазиятига қайтаради. Бу ерда шу нарсани таъкидлаш ики, шарча мувозанат вазиятидан чиқарилгандан кейин, уни занат вазиятига кайтарувчи $\vec f$ куч билан бир қаторда шу куч н боғлик бўлган куч моменти ҳам вужудга келади; натижада а мувозанат вазиятига қайтиш жараёнида илгариланма ҳаракат ши билан бирга марказидан ўтган ўк (9.2-расмда бу ўк расм лигига тик йўналган) атрофида айланма ҳаракат ҳам қилади алайди). Шу боис, радиуси r бўлган шарчани айланма ҳаракатга рувчи кучнинг моменти нимага тенг деган саволнинг туғилиши ий. Айланма ҳаракат жараёнида вақтнинг ҳар бир пайтида ани у тегиб турган a нуқтадан ўтувчи оний ўк (расм лигига тик йўналган ўк) атрофида айланяпти деб қараш ин. Жисмнинг симметрия ўқидан фаркли равишда оний ўк жисм ча) сирти бўйлаб силжиб боради. 9.2-расмдан кўриниб дики, елкаси r бўлган $\vec f$ кучнинг a нуқтадан ўтувчи оний нисбатан моменти $\vec M_z=[r, \vec f]$ га тенг (кўзғалувчан z ўк расм лигига тик равишда биздан нариги томонга йўналган). Шарча занат вазиятда бўлганда $\vec f=0$ ва $\vec M_z=0$. Демак, мазкур муво- г турғун мувозанатдир ва шу вазиятда жисм исталганча узоқ тура олади. Турғун мувозанатда жисмнинг потенциал энергияси ичик (минимум) бўлади. Юқоридаги мисолимизда потенциал иянинг энг кичик бўлиш шарти

$$\frac{\partial E_n}{\partial y}=0 \tag{9.7}$$

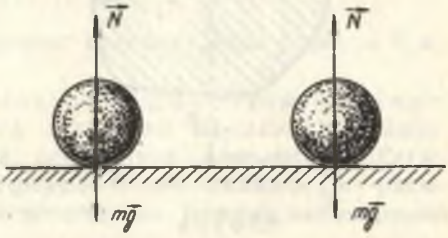
а ифодаланади. Бундан ва (6.29) дан $\sum\limits_i F_y=0$; $\sum\limits_i M_z=0$ нийки, $\sum\limits_i F_x=\sum\limits_i F_z=0$; $\sum\limits_i M_x=\sum\limits_i M_y=0$) эканлиги келиб чикади, яъни (9.3) ва (9.4) шартлар, шунингдек (9.5) ва (9.6) шартлар бажарилади.

Жисмнинг турғун бўлмаган мувозанати 9.3-расмда тасвирланган. *А* шарча силлиқ дўнгликда турган бўлса, бу вазиятда оғирлик кучи ($m\vec{g}$) билан шарча турган силлиқ сиртнинг акс таъсир кучи ($\vec{N}$) ўзаро тенг ва қарама-қарши томонга йўналган, яъни бу жисмнинг вазиятида ҳам юқорида келтирилган мувозанатлик шартлари бажарилади. Лекин мазкур вазият турғунмас вазиятдир, чунки жуда кичик ташқи таъсир остида ҳам жисм ўзининг мувозанат вазиятидан чиқади ва бунинг натижасида вужудга келган $\vec{f}$ ($m\vec{g}+\vec{N}=\vec{f}$) куч жисмни мувозанат вазиятига қайтармайди, аксинча, у жисмни мувозанат вазиятидан узоқлаштиради. Равшанки, турғунмас мувозанатда жисмнинг потенциал энергияси энг катта қийматга эга бўлади.



9.3-расм

Агар жисм уфқ текислигида мувозанат ҳолатда турган бўлса (9.4-расм), уни уфқ текислиги бўйлаб бу вазиятдан чиқарилган ҳолда ҳам оғирлик кучи ($m\vec{g}$) билан жисм турган тагликнинг акс таъсир кучи ($\vec{N}$) бир-бирини мувозанатлайди ва жисмни аввалги ҳолатга келтирувчи куч вужудга келмаса ҳам жисм ўзининг тинч ҳолатини сақлайверади. Мувозанатнинг бу тури фарқсиз мувозанат дейилади. Бундай мувозанатда жисмнинг потенциал энергияси уфқ текислигига нисбатан энг кичик (нолга тенг) бўлиб, у бир вазиятдан иккинчи вазиятга ўтганда ўзгармайди.



9.4-расм

9.2-§. ЖИСМНИНГ АЙЛАНИШ ЎҚИГА НИСБАТАН ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИ

Юқорида биз бурчак тезлик, бурчак тезланиш (1.7-§) ва куч моменти (5.1-§) деган катталиклар билан танишдик. Қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракатини ўрганишда юқоридаги катталиклар билан бир қаторда инерция моменти деган катталикдан ҳам фойдаланилади. Бу катталик ҳақида муайян тасаввур ҳосил қилиш учун *OO′* ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмни олиб қарайлик (9.5-расм); уни фикран массалари Δm_i бўлган *n* та жуда майда бўлакларга бўлиб, ҳар бир майда (элементлар) бўлакчадан айланиш

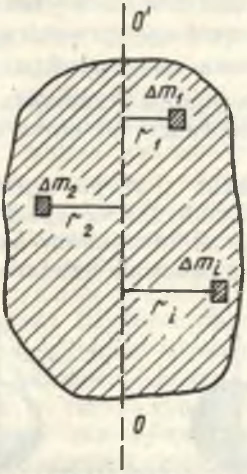
ача бўлган энг қисқа масофани r_i билан белгилайлик. Майда
кча массасини ундан айланиш ўқигача бўлган энг қисқа масофа
ратига кўпайтмаси унинг шу ўққа нисбатан *инерция моменти* (I_i)
лади:

$$I_i = \Delta m_i r_i^2. \tag{9.8}$$

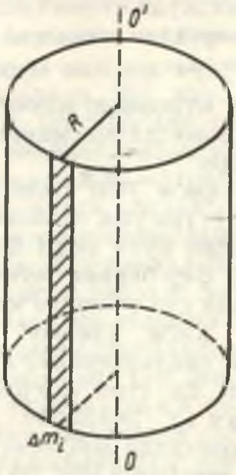
ниш ўқига нисбатан қаттиқ жисмнинг инерция моменти (I) деб,
а кичик (элементар) массаларнинг шу ўққа нисбатан инерция
нтларининг йиғиндисига айтилади:

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2. \tag{9.9}$$

ифдан кўринадики, жисмнинг инерция моменти айланиш ўқига
тан аниқланади. Бу борада шу нарсани таъкидлаш лозимки,
қандай жисм тинч ҳолатда ёки айланма ҳаракатда бўлишига



9.5-расм



9.6-расм

к бўлмаган ҳолда унинг ихтиёрий ўққа нисбатан инерция
ти мавжуд. Бу ерда жисмнинг инерция моментини унинг
сига қиёс қилиш мумкин: жисм ҳаракатда ёки тинч ҳолатда
идан қатъи назар, унинг массаси (инертлиги) мавжуддир.
сарият ҳолларда жисмнинг массаси унинг ҳажми бўйлаб бир
тақсимланган (жисм бир жинсли) бўлади. Шунинг учун
инг инерция моментини унинг зичлиги орқали ифодалаш
н. Маълумки бир жинсли жисмнинг зичлиги $\rho = m/V$ (V —
и m бўлган жисмнинг ҳажми) тарзда ифодаланади. Шу

муносабат билан жисм инерция моментини ифодаловчи (9.9) йиғиндини интеграл билан алмаштириш мумкин:

$$I = \lim_{\Delta m \to 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int_V r^2 dm, \qquad (9.10)$$

бунда интеграллаш жисмнинг бутун ҳажмидаги элементар массалар (dm) бўйича амалга оширилади. dm га тенг элементар массанинг ҳажми dV эканлигидан ва зичликнинг таърифидан $dm = \rho dV$ ни ҳосил қиламиз; натижада (9.10) қуйидаги кўринишни олади:

$$I = \rho \int_V r^2 dV. \qquad (9.11)$$

Энди, баъзи жисмларнинг инерция моментларини акс эттирувчи ифодани топайлик. Радиуси R га тенг юпқа деворли (ковак) цилиндрнинг симметрия ўқи (OO') га нисбатан инерция моментини топиш учун унинг деворларини OO' ўққа параллел бўлган n та энсиз бўлакчаларга 9.6-расмда кўрсатилгандек фикран бўлиб чиқамиз. Цилиндрнинг девори юпқа бўлганлиги туфайли ҳар бир энсиз бўлакча OO' ўқдан бир хил масофада жойлашган деб ҳисоблаш мумкин. i-бўлакчанинг массасини Δm_i деб белгиласак, унинг OO' ўққа нисбатан инерция моменти

$$I_i = \Delta m_i R^2$$

бўлади. Юпқа цилиндрнинг ўша ўққа нисбатан инерция моменти эса қуйидагича ифодаланади:

$$I = \sum_i \Delta m_i R^2 = R^2 \sum_i \Delta m_i = mR^2, \qquad (9.12)$$

бунда $\sum_i \Delta m_i = m$ — юпқа цилиндрнинг массаси. Энди радиуси R ва баландлиги h бўлган бир жинсли яхлит цилиндрнинг симметрия ўқига нисбатан инерция моментини акс эттирувчи ифодани топайлик. Бунинг учун цилиндрни радиуси r ва деворининг қалинлиги dr бўлган ичма-ич жойлашган цилиндрларга фикран бўлиб чиқайлик (9.7-расмда шундай цилиндрдан биттаси тасвирланган). Бундай цилиндрнинг ҳажми

$$dV = 2\pi r dr \cdot h.$$

Охирги формулани (9.11) га қўйиб ва ичма-ич жойлашган цилиндрларнинг радиуслари 0 дан R гача ўзгаришини назарда тутиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$I = \rho \int_0^R r^2 2\pi r dr \cdot h = 2\pi\rho h \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi\rho h R^4.$$

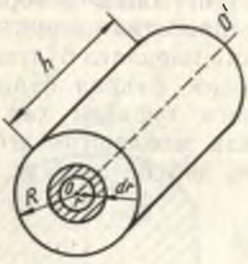
Бу формуланинг ўнг томонидаги $\pi R^2 h$ — яхлит цилиндрнинг ҳажми ва $\pi R^2 h\rho = m$ унинг массаси эканлигини эътиборга олсак, бир жинсли яхлит цилиндрнинг (шунингдек, бир жинсли дискнинг) симметрия

(9.7-расм, OO′ ўк) нисбатан инерция моменти куйидагича аланади:

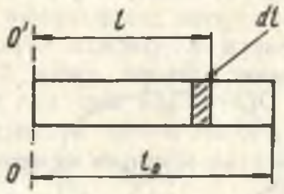
$$I=\frac{1}{2}mR^2. \qquad (9.13)$$

унлиги l_0 ва массаси m бўлган бир жинсли ингичка таёқчанинг учидан унга тик равишда ўтувчи ўққа нисбатан (9.8-расм) ия моментини топиш учун уни кичик узунликдаги бўлакчаларга ан бўлиб чиқамиз. Бир жинсли таёқчанинг узунлик бирлигига келувчи массаси m/l_0 бўлганлиги учун, dl узунликдаги чанинг массаси

$$dm=\frac{m}{l_0}dl$$



9.7-расм



9.8-расм

і; бу бўлакчанинг OO′ ўққа нисбатан инерция моменти

$$dI=l^2dm=\frac{m}{l_0}l^2dl$$

абат билан ифодаланади. Таёқчанинг OO′ ўққа нисбатан ия моментини топиш учун охирги формулани 0 дан l_0 гача аллаймиз:

$$I=\int dI=\frac{m}{l_0}\int\limits_0^{l_0}l^2dl=\frac{1}{3}ml_0^2. \qquad (9.14)$$

таёқчанинг ўртасидан унга тик равишда ўтувчи ўққа нисбатан ия моменти

$$I=\frac{1}{12}ml_0^2 \qquad (9.15)$$

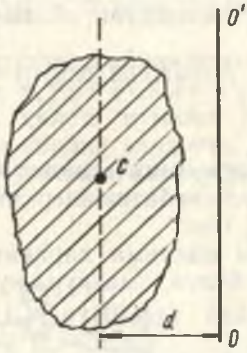
игини ҳисоблаш қийин эмас. Шунингдек, радиуси R ва массаси ан бир жинсли шарнинг унинг марказидан ўтувчи ўққа нисбаерция моменти

$$I=\frac{2}{5}mR^2 \qquad (9.16)$$

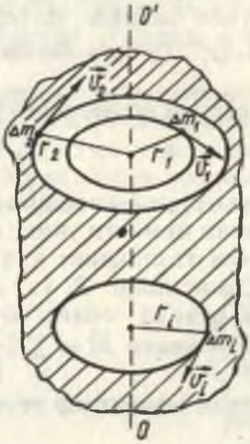
ла билан ифодаланади.

(9.12) — (9.15) ифодаларни таққослаб шундай хулосага келамизки, жисмларнинг инерция моментлари айланиш ўқига нисбатан улар массасининг тақсимотига (массанинг ўққа нисбатан жойлашишига) боғлиқ катталик экан.

Ҳозиргача биз жисмларнинг инерция моментларини уларнинг масса марказидан ўтувчи ўққа нисбатан аниқладик. Масса марказидан ўтмаган бошқа ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти эса масса марказидан ўтган ўққа нисбатан аниқланган инерция моментидан фарқ қилади, чунки ўқнинг вазияти ўзгариши билан жисм массасининг ўққа нисбатан нисбий жойлашиши ҳам ўзгаради. Шунинг учун жисмнинг масса маркази (*C* нуқта, 9.9-расм) орқали ўтмаган ўққа (масалан, *OO′* ўққа) нисбатан инерция моментини аниқлашда Штейнер (1796—1863, Швейцария олими) теоремасидан фойдаланилади: *ихтиёрий ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти (I) ўша ўққа параллел равишда масса маркази орқали ўтувчи ўққа нисбатан аниқланган инерция моменти (I_c) ва жисм массаси (m) билан ўқлар орасидаги масофа (d) квадратининг кўпайтмаси тарзида аниқланадиган катталик йиғиндисига тенг:*



9.9-расм



9.10-расм

$$I = I_c + md^2; \qquad (9.17)$$

9.3-§. ЎҚ АТРОФИДА АЙЛАНУВЧИ ЖИСМНИНГ ҲАРАКАТ ТЕНГЛАМАСИ

Бирор қўзғалмас ўқ (айтайлик, *Z* ўқ) атрофида ўзгармас бурчак тезлик (ω) билан айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмни олиб қарайлик ва уни массалари Δm_i бўлган *n* та майда бўлакчаларга фикран шундай бўлиб чиқайликки, уларнинг ҳар бирини моддий нуқта деб қараш мумкин бўлсин. Ҳар бир бўлакчадан айланиш ўқигача бўлган энг яқин масофани r_i билан белгиласак (9.5-расмга ралаётган қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан импульс ·и (5.6)га кўра

$$L_z=\Sigma L_{zi}=\sum_i \Delta m_i v_i r_i \qquad (9.18)$$

ифодаланади; бунда v_i — массаси Δm_i бўлган бўлакчанинг и тезлиги. Қаттиқ жисм бирор ўқ атрофида айланаётганда ари Δm_i бўлган унинг ҳар бир майда бўлакчаси (шунингдек, ҳар бир нуқтаси)нинг траекторияси айланиш ўқига тик шган текисликларда ётувчи ва радиуслари r_i бўлган айлаан иборат бўлади (9.10- расм). Ҳар бир бўлакчанинг читезлиги (1.35)га кўра айланиш радиусига мутаносиб, яъни . Бунга асосан (9.18)ни қуйидагича ёзамиз ($\omega=\text{const}$): $\sum_i \Delta m_i r_i^2$. (9.9)га биноан $\sum_i \Delta m_i r_i^2$ жисмнинг айланиш ўқига ан инерция моментини ифодалайди. Натижада, охирги тенглик

$$L_z=I\omega \qquad (9.19)$$

шга келади. Бинобарин, қаттиқ жисм импульсининг қўзғалмас исбатан моменти унинг мазкур ўққа нисбатан инерция моменти бурчак тезликнинг кўпайтмасига тенг.

тиқ жисмнинг Z ўқ атрофидаги айланма ҳаракати ташқи таъсирида содир бўлаётган бўлса, мазкур кучларнинг авий моменти $\vec{M}=\sum_i [\vec{r}_i, \vec{F}_i]$ бўлади ((5.10)га қ.) ва ўша исбатан моментлар тенгламаси (5.15) қуйидагича ёзилади:

$$\frac{dL_z}{dt}=\frac{d}{dt}(I\omega)=M_z. \qquad (9.20)$$

смнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти вақтга бўлмаган катталик бўлганидан ва $\frac{d\omega}{dt}=\varepsilon$ — бурчак тезланини эътиборга олсак, юқоридаги ифода қуйидаги кўринишни

$$M_z=I\varepsilon.$$

тор кўринишда бу тенглик

$$\vec{M}=I\vec{\varepsilon} \qquad (9.20,\ a)$$

ёзилади ($\vec{M}$ ва $\vec{\varepsilon}$ векторларнинг йўналиши бир хил).

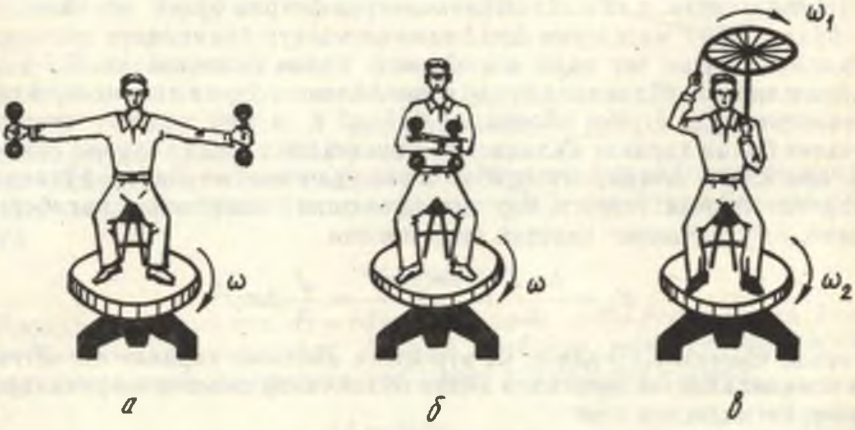
0, *a*) формула қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи қаттиқ айланма ҳаракат динамикасининг асосий амаси дейилади. У илгариланма ҳаракат қилаётган моддий динамикасининг асосий тенгламаси $\vec{F}=m\vec{a}$ (Ньютоннинг II)га ўхшашдир. Бунда масса вазифасини инерция моменти, и тезланиш вазифасини бурчак тезланиш, куч вазифасини куч и ўтайди.

Қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган жисмга ташқи кучлар таъсир қилмаса, яъни $\sum\limits_i \vec{F}_i=0$ ва $M_z=0$ бўлса, (9.20) дан

$$I\omega=\mathrm{const} \tag{9.21}$$

эканлиги келиб чиқади. Бу муносабат қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган жисм импульс моментининг сақланиш қонунини ифодалайди. Бу қонундан кўринадики, жисмнинг ўққа нисбатан импульс моменти ўзгармаганда ($I=\mathrm{const}$) мазкур жисм ўзгармас бурчак тезлик билан айланма ҳаракатда бўлади; айланиш жараёнида бирор сабабга кўра жисмнинг инерция моменти ўзгарса, унинг бурчак тезлиги ҳам ўзгаради (I ортса, ω камаяди ва аксинча).

Ўқ атрофида айланаётган жисм импульс моментининг сақланиш қонунини Жуковский курсиси деб аталувчи қурилма ёрдамида намойиш қилиш мумкин. Жуковский курсиси тик жойлашган ўқ атрофида айлана оладиган дискдан иборат. Унда шарикли подшипниклар қўлланилгани туфайли ишқаланиш кучлари жуда кичик.



9.11-расм

Диск устида киши тикка туриши ёки диск устига стулча қўйиб ўтириб олиши мумкин. Курсига бирор киши қўлларини кенг ёйган ҳолда ўтириб олгандан кейин уни айланма ҳаракатга келтирилади (9.11, *а*-расм). Курси билан бирга айланаётган киши қўлларини пастга туширса (ёки қўлларини қовуштирса) унинг инерция моменти камаяди. $I\omega$ кўпайтма (9.21) га кўра ўзгармай қолиши учун бурчак тезлик ω ортади — курси тез айлана бошлайди (9.11, *б*-расм). Курсидаги кишининг қўлларида оғир тошлар (айтайлик гантель) бўлса, бу ўзгариш ёрқинроқ намоён бўлади.

Жуковский курсиси ёрдамида импульс моментининг вектор катталик эканини ҳам намойиш қилиш мумкин. Бунинг учун тинч ҳолатда бўлган курсида ўтирган киши қўлига велосипед ғилдирагига лдиракнинг ўқини бир қўлида тик йўналишда ушлаб туриб ўли билан ғилдиракни айланма ҳаракатга келтирса, у курси ога тескари йўналишда айлана бошлайди (9.11, *в*-расм). Бу дагича тушунтирилади: ғилдиракнинг инерция моментини I_1, езлигини ω_1, кишининг курси билан биргаликдаги инер- ентини I_2 десак, импульс моментининг сақланиш қонуни $\omega_2=\text{const}=0$) га асосан, курси ва ундаги киши олган езлик

$$\vec{\omega}_2=-\frac{I_1}{I_2}\vec{\omega}_1$$

бунда манфий ишора $\vec{\omega}_1$ ва $\vec{\omega}_2$ (яъни $\vec{L}_{z1}$ ва $\vec{L}_{z2}$) вектор- йўналиши қарама-қарши эканлигини ифодалайди.

ЛАНАЕТГАН ЖИСМНИНГ КИНЕТИК ЭНЕРГИЯСИ ВА БАЖАРГАН ИШИ

қ жисм қўзғалмас ўқ атрофида ўзгармас бурчак тезлик ан айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Уни 9.5-расмда гандек, n та майда бўлакчаларга фикран бўлиб чиқайлик ва анинг массасини Δm_i билан ва мазкур бўлакчадан айланиш бўлган энг яқин масофани r_i билан белгилайлик. 9.3-§ да идек, бўлакчанинг ҳар бири айланиш ўқига тик жойлашган ларда ётувчи айланалар бўйлаб v_i га тенг ҳар хил чизиқли лан ҳаракат қилади. Чизиқли тезлик v_i билан бурчак тезлик аги $v_i=\omega r_i$ муносабат мавжудлигини ва барча бўлакча- бурчак тезлиги бир хил ($\omega=\text{const}$) эканлигини эътиборга ўлакчанинг кинетик энергиясини

$$E_{\kappa i}=\frac{\Delta m_i v_i^2}{2}=\frac{\Delta m_i(\omega r_i)^2}{2}=\frac{\omega^2}{2}\Delta m_i r_i^2$$

замиз. Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган г кинетик энергияси айрим бўлакчалар кинетик энергиялари- индисига тенг:

$$E_\kappa=\sum_i E_{\kappa i}=\frac{\omega^2}{2}\sum_i \Delta m_i r_i^2,$$

$\sum\limits_i \Delta m_i r_i^2$— маълумки ((9.9) га қ.), жисмнинг айланиш ўқига инерция моментини ифодалайди. Шундай қилиб, қўзғалмас фида айланаётган жисмнинг кинетик энергияси қуйидагича нади:

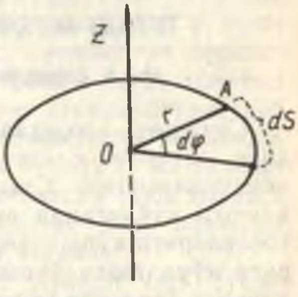
$$E_\kappa=\frac{I\omega^2}{2}. \qquad (9.22)$$

улани илгариланма ҳаракат қилаётган жисмнинг кинетик и ($mv^2/2$) билан таққосласак, бунда жисм массаси ўрнида моменти, чизиқли тезлик ўрнида эса бурчак тезлик турганини

Жисм бир вақтнинг ўзида ҳам илгариланма, ҳам айланма ҳаракат қилиши мумкин. Жисм аксарият ҳолларда унинг масса марказидан ўтган ўқ атрофида айланади; ўқ эса ўз навбатида илгариланма ҳаракат қилади. Автомобиль ғилдирагининг ҳаракати, цилиндр шаклидаги жисмнинг бирор текислик устида думалаши шулар жумласидандир. Бундай ҳаракатнинг тўлиқ кинетик энергияси илгариланма ва айланма ҳаракат кинетик энергияларининг йиғиндисидан иборат бўлади:

$$E_{\text{к}}=\frac{mv_c^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}, \qquad (9.23)$$

бунда m — жисмнинг массаси, v_c — масса марказининг илгариланма ҳаракатдаги тезлиги.



9.12-расм

Тинч турган жисмни бирор ўқ атрофида айланма ҳаракатга келтириш учун ташқи кучлар ишқаланиш кучларини енгиб иш бажаради. Шу иш ҳисобига жисм айланма ҳаракатдаги кинетик энергияга эга бўлади. Мазкур иш ифодасини топайлик. 9.1-§ да кўриб ўтдикки, жисм қўзғалмас ўқ атрофида айланганда унинг ҳар бир нуқтасининг траекторияси айланиш ўқига тик жойлашган текисликларда ётувчи ҳар хил радиусли айланалардан иборат бўлади. Жисм Z ўқи атрофида айланаётган бўлсин (9.12-расм). Жисмдаги A нуқтанинг айланиш радиуси $d\varphi$ бурчакка бурилганда бу нуқта айлананинг ёйи бўйлаб ds масофани босиб ўтади. Бунда бажарилган иш

$$dA=Fds.$$

Расмдан кўринишича $ds=rd\varphi$, бинобарин, $dA=Frd\varphi$; бунда $Fr=M$ — ташқи кучларнинг Z ўққа нисбатан моменти эканлигини эътиборга олиб, юқоридаги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$dA=Md\varphi. \qquad (9.24)$$

Жисм муайян φ бурчакка бурилганда бажарилган тўлиқ иш эса

$$A=M\varphi \qquad (9.25)$$

бўлади. Бу формулани илгариланма ҳаракатда ташқи кучлар бажарган иш формуласи ($A=F_sds$) билан таққосласак, шу нарса аён бўладики, куч вазифасини ташқи кучлар моменти, чизиқли кўчиш вазифасини эса бурчак кўчиш ўтайди.

Биз юқорида жисмнинг илгариланма ва айланма ҳаракатларини тавсифловчи ифодалар (ва катталиклар) орасида мос ўхшашликлар борлигини кўрдик. Мазкур ўхшашликлар қуйидаги жадвалда қайд этилган:

Илгариланма ҳаракат	Айланма ҳаракат
а m	Инерция моменти I
ш s	Бурчак кўчиш φ
к $\vec{v}$	Бурчак тезлик $\vec{\omega}$
ниш $\vec{a}$	Бурчак тезланиш $\vec{\varepsilon}$
льс $\vec{p}=m\vec{v}$	Импульс моменти $\vec{L}=I\vec{\omega}$
	Куч моменти $\vec{M}$
миканинг асосий тенглама- $=m\vec{a}$	Динамиканинг асосий тенгламаси $\vec{M}=I\vec{\varepsilon}$
ик энергия $mv^2/2$	Кинетик энергия $I\omega^2/2$
$A=F_s ds$	Иш $dA=Md\varphi$

X БОБ

ТУТАШ МУҲИТЛАР МЕХАНИКАСИ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

10.1-§. СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАРНИНГ УМУМИЙ ХОССАЛАРИ

қлик — моддаларнинг қаттиқ ва газсимон ҳолатлари ораси-
грегат ҳолат бўлиб, унинг асосий хоссаларидан бири
илигидир. Суюқликнинг иккинчи асосий хоссаси — унинг
қуйилганда газ сингари идиш шаклини олишидир. Баъзи
рига кўра суюқлик қаттиқ жисмга ўхшайди, бошқа хоссала-
ра газга ўхшайди. Лекин суюқлик таркибидаги молекула-
ҳаракати (иссиқлик ҳаракати) ўзига хос табиатга эга бўлиб,
кат қаттиқ жисм ва газ молекулаларининг ҳаракатидан фарқ

Оддий шароитда газ молекулалари деярли ўзаро таъ-
майди (улар орасидаги ўзаро таъсир кучи жуда кичик), чунки
расидаги масофа молекулаларнинг ўз ўлчамларидан камида
ча ўн минг марта ортиқ. Газ молекулалари орасидаги
иш кучлари уларни бир-бири яқинида тутиб туролмайди ва
ин, газлар чексиз кенгая олади. Шунинг учун газлар улар
н идиш ҳажмининг ҳаммасини эгаллайди ва идиш шаклини

нинг ҳолати босим (P), ҳажм (V) ва ҳарорат (T) билан
ганлигидан уларнинг ўзгаришига қараб газ ҳар хил
тларга эга бўлиши мумкин. Масалан, кучли сиқилган газнинг
зий хусусиятлари оддий шароитдаги газникидан кескин фарқ

Суюқликларда эса молекулалар орасидаги масофа жуда
бўлиб, бу масофанинг ўртача қиймати молекулаларнинг
ига яқиндир. Шунинг учун суюқликнинг ҳар бир молекуласи
екуласидан бошқача ҳаракат қилади, яъни у мувозанат
атрофида тебранма ҳаракат қилиш билан бирга молекулалар
ги бўшлиқлар бўйлаб (мураккаб эгри чизиқли траектория
силжийди.

қлик идишга қуйилганда идиш ҳажмининг муайян қисмини
ди ва шу билан бирга ўша ҳажмдаги идиш шаклини олади.
шу хоссалари билан суюқлик газга ўхшайди. Қаттиқ жисм
дан асосан шу билан фарқ қиладики, у муайян ҳажмга эга

бўлиш билан бирга ўзига хос шаклга ҳам эга. Суюқлик молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари билан қаттиқ жисм молекулаларининг ўзаро таъсир кучлари тахминан бир хил бўлади. Суюқликларда ва қаттиқ жисмларда мазкур ўзаро таъсир жуда кучли, шу боис уларнинг молекулалари газ молекулалари каби тарқалиб кетмайди. Суюқ ва қаттиқ жисмлар зичликлари газларникига нисбатан анча катта бўлиб, улар ташқи куч таъсирида жуда кам сиқилади. Бу ҳол суюқ ва қаттиқ жисм молекулалари орасидаги масофа жуда кичиклиги билан боғлиқ. Шу жиҳатдан суюқлик қаттиқ жисмга ўхшайди. Суюқликнинг қаттиқ жисм ва газлардан яна бир асосий фарқи шундан иборатки, унда юза қатлами (суюқлик юзаси) мавжуд.

Ташқи шароит (масалан, ҳарорат, босим ва ҳажм)нинг ўзгариши билан муайян модданинг ўзи ё қаттиқ жисм ҳолатида ё суюқ ҳолатда ёхуд газ ҳолатида бўлиши мумкин. Сувнинг уч агрегат ҳолатда — муз (қаттиқ жисм), сув (суюқлик) ва буғ (газ) ҳолатда бўлиши бизга маълум. Газларни критик ҳарорат (температура) деб аталган ҳарорат ($T_к$) гача совитилганда улар суюқликка айланади. Масалан, кислороднинг критик ҳарорати 154 K (—119°C)ни ташкил этади. Агар уни 154 K дан паст ҳароратгача совитилса у суюқ ҳолатга ўтади. Азот ва водород учун критик ҳарорат мос равишда 126 K (—147°C) ва 33 K(—240°C)ни ташкил этади.

Пировардида шуни таъкидлаш лозимки, қуйида биз суюқликларнинг ҳаракатини ўрганишда уларни муттасил (узлуксиз) муҳит деб қараймиз, яъни суюқликларнинг алоҳида зарралардан — молекулалардан тузилганлигини эътиборга олмаймиз.

10.2- §. БОСИМ

Кундалик ҳаётимиздан маълумки, юмшоқ қор устида турган киши қорга ботиб кетади. Аммо у оёғига чанғи боғласа, қорга ботмай бемалол юриши мумкин. Бунинг сабаби нимада? Ваҳоланки, кишининг огирлиги ҳар икки ҳолда ҳам бир хил-ку? Бунинг сабаби шундаки, биринчи ҳолда оғирлик кучи кичик юзага таъсир этса, иккинчи ҳолда ўша куч анча катта юза(чангилар юзаси) бўйлаб тақсимланади. Бундан босим кучи таъсирининг натижаси бу кучнинг миқдоригагина эмас, балки куч тик таъсир қиладиган сирт юзига ҳам боғлиқлиги келиб чиқади. Бинобарин, *босим деб сиртнинг бирлик юзига тик равишда таъсир қилувчи кучга тенг бўлган катталикка айтилади.* Босим бирлиги қилиб 1 м^2 юзага тик равишда таъсир этаётган 1 Н кучнинг босими қабул қилинган: агар босимни p билан, кучни F билан ва юзани S билан белгиласак,

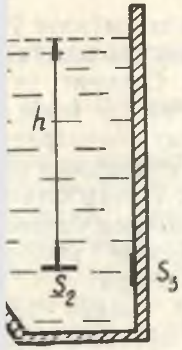
$$p=\frac{F}{S}=\left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\right].$$

Бу соҳада кўп ишлар қилган француз олими Паскаль шарафига 1Н/м^2 босим бирлиги *Паскаль* (Па) деб аталади:

$$\frac{1\ \text{Н}}{1\ \text{м}^2}=1\ \text{Па}.$$

}осими қаттиқ жисм ва суюқликлар босимидан фарқ қилиб, олекулаларииинг идиш деворларига урилиши натижасида келадиган босимдан иборат. Оддий шароитда ҳавода аларнинг идиш деворларининг 1 см^2 юзига 1 с да урилишлар ^{3} га яқинлиги аниқланган. Айрим молекулаларнинг зарблари ўлсада, бундай сондаги молекулаларнинг идиш деворларига ıча сезиларли бўлиб, у газ босимини ҳосил қилади.

)мас ҳароратдаги газнинг босими идишнинг ҳажмига тестаносиб бўлса, бир хил ҳажмдаги босими эса унинг ҳаı тўғри мутаносибдир.



10.1-расм

Суюқликлар ва газларга берилган босим қаттиқ жисмлардагидек фақат куч таъсир қилган йўналишдагина эмас, балки ҳамма йўналишларда узатилиши шу суюқлик ва газлар зарраларининг эркин ҳаракатланишидан келиб чиқади. Бу хусусиятдан келиб чиқадиган асосий натижа Паскаль қонунидан иборат: *суюқлик ва газга таъсир этаётган ташқи босим суюқлик ёки газнинг ҳар бир нуқтасига ўзгаришсиз узатилади.* Бу қонундан техникада пневматик асбобларни ясашда фойдаланилади.

Оғирлик кучи таъсир қилаётган суюқлик ичидаги босим унинг баландлигига боғлиқ. Юқоридан пастга қараб босим ɔради, чунки суюқликнинг ҳар бир қатлами юқори қатламлар а дучор бўлади; идиш тубидаги суюқликни эса юқорида ётган қатламлар босади. Паскаль қонунига мувофиқ бу босимлар йўналишлар бўйича узатилади; шунинг учун суюқлик идиш ı деворларида ҳамда унга ботирилган ҳар қандай жисм босим ҳосил қилади. Масалан, 10.1-расмда кўрсатилган ги идишда суюқлик бўлсин. Идиш ичида ҳар хил текисликда ıган ва ҳар қайсисининг юзаси бир бирликка тенг бўлган учта $=S_3$ юзачаларни фикран олиб қарайлик. Мазкур юзача- ҳар бири суюқлик юзасидан h чуқурликда жойлашган Паскаль қонунига биноан, ҳар бир юзага баландлиги h ва ıнг кесим юзаси бир бирликка тенг бўлган ҳажмдаги книнг оғирлигига тенг куч таъсир этади. Суюқликнинг бу ини Q билан, зичлигини ρ билан белгиласак, ҳар бир юзачага этаётган босим $\vec{p}=\frac{\vec{Q}}{S}=\frac{\rho g h S}{S}=\rho\vec{g}h$ бўлади (g — жисмнинг

дағи эркин тушиш тезланиши). Демак, юзачаларнинг қандай ıганидан қатъи назар, суюқликнинг юқори қатламлари ıан уларга $\vec{p}=\rho\vec{g}h$ босим таъсир этади.

мулоҳазалардан кўринадики, ҳар қандай суюқликнинг (ва инг) пастки қатламларига, шунингдек, ўша қатламларни аб турган идиш деворига улардан h баландликда жойлашган томонидан h катталикка мутаносиб бўлган босим таъсир

Зотан, Ерни куршаб олган ҳаво қатлами (*атмосфера*)нинг баландлиги бир неча километрни ташкил этади. Оғирлик кучи таъсирида ҳавонинг юқоридаги катламлари, океандаги сув каби, пастки катламларга босим беради. Натижада Ер сирти ва ундаги жисмларга ҳаво қатламининг босими — атмосфера босими таъсир қилади. Бу босимнинг миқдорини биринчи марта XIX асрда итальян олими Торричелли аниқлаб, атмосфера босим кучининг Ер сиртидаги катталиги 760 мм симоб устуни оғирлигига тенг эканлигини кўрсатди.

Суюқлик босими асосан гидромеханик (суюқликнинг бирор нуктасидаги), гидростатик (тинч ҳолатдаги суюқликка оид) ва гидродинамик (ҳаракатдаги суюқликка оид) босимларга бўлинади. Гидромеханик босимнинг атмосфера босимидан ортиғи ортикча босим деб аталади; атмосфера босимидан кичик босим вакуумметрик (бўшлиқдаги) босим бўлади. Динамик босим — ҳаракатдаги суюқлик зарраларининг ҳажм бирлигидаги кинетик энергиясини ифодаловчи катталикдир. Бундан ташқари ҳаво босими, буғ босими, парциал босим (турли хил газлар аралашмасига оид) деган тушунчалардан фойдаланилади. Бирор идиш ичидаги ва унинг атрофидаги муҳит босими биргаликда мутлақ босим деб аталади.

СИ тизимидаги босим бирлиги (Па) дан ташқари физика ва техникада қуйидаги босим бирликлари қўлланилади:

1) Оддий шароитда денгиз сатҳидаги (15°C = 288 K) *атмосфера босими* — 1 атм = $1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

2) $\bar{p} = \rho \vec{g} h$ формулада ρ ва $\vec{g}$ берилган катталиклар бўлгани учун *босимнинг симоб устуни* (h) нинг миллиметрларда ўлчанган бирлиги (мм сим. уст.) қўлланилади: 1 атм = 760 мм сим. уст.; 1 мм сим. уст. $\approx$ ≈ 133 Па.

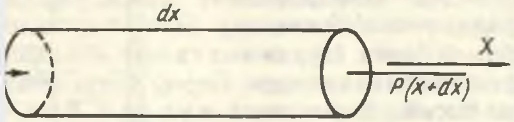
10.3-§. СУЮҚЛИКЛАРНИНГ ҲАРАКАТ ВА МУВОЗАНАТ ТЕНГЛАМАСИ

Суюқликлар ҳаракатининг ҳақиқий манзарасини аниқлаш учун механика қонунларини татбиқ этган вақтда суюқлик заррачалари инерциясининг намоён бўлишидан ташқари, яна ички ишқаланиш кучлари борлигини ҳам (анча катта тезликлар билан ҳаракатланувчи газлар учун сиқилувчанликнинг вужудга келишини ҳам) ҳисобга олиш зарур. Суюқликлар ва газлар ҳаракатининг мураккаб манзарасини тушуниш учун биз уларни дастлаб ёпишмайдиган ва сиқилмайдиган суюқлик (*идеал суюқлик*) сифатида қараб чиқамиз.

Ҳаракат тезликлари катта бўлмаганда енгил сиқилувчи газлар ҳам унда ҳаракатланувчи жисмларга худди сиқилмайдиган суюқликлардек таъсир кўрсатади. Кичик тезликлар билан ҳаракатланувчи суюқлик ичига киритилган жисмларга таъсир этувчи кучларнинг пайдо бўлишига асосан ёпишқоқлик сабаб бўлади, катта тезликларда эса суюқликларнинг инерцияси кўпроқ таъсир кўрсатади. Бу кучларнинг миқдори ва йўналиши суюқлик билан унга киритилган қаттиқ жисмнинг бир-бирига нисбатан кўчиш тезлигига боғлиқ бўлади.

Умуман, суюқликларда таъсир этувчи кучларни ҳажмий кучларга ва сирт кучларига ажратиш мумкин. Ҳажмий кучлар масса dm

у билан боғлиқ бўлган кучга мутаносибдир. Бу кучни $\vec{f}dV$ деб
ласак, $\vec{f}$ ни ҳажмий кучларнинг зичлиги дейиш
ин. Ҳажмий кучга оғирлик ва инерция кучлари мисол бўла
. Равшанки, оғирлик кучининг ҳажмий зичлиги $\vec{f}=\rho\vec{g}$ (ρ —
ик зичлиги, $\vec{g}$ — эркин тушиш тезланиши). Сирт кучлари
юқликнинг ҳар бир кичик ҳажмига уни ўраб турган суюқлик
лари томонидан таъсир этувчи тик ва уринма тарзда йўналган
рдан иборат. Тинч турган суюқлик (гидростатик идеал
ик) учун уринма кучларни эътиборга олмай, фақат тик
ган босим кучларидан иборат ҳолни кўриб чиқайлик. Кичик
бўлакчаси dV учун узунлиги dx ва кўндаланг кесими юзаси dS
н цилиндрни олайлик (10.2-расм). Босим кучининг цилиндрнинг



10.2-расм

чи асосига таъсир этувчисини $p(x)dS$ десак, иккинчиси
$dx)dS$ га тенг бўлади. Аслида p куч y ва z координаталарга
вақт t га ҳам боғлиқ бўлади. Цилиндрнинг ён томонларига
р этувчи босим кучлари X ўқига тик бўлганидан, уни ҳисоблаш-
за z ўқлар бўйлаб таъсир этувчи кучларни қараб ўтирмасак
ўлади.

ралаётган ҳажм бўлакчасига таъсир этувчи босим кучининг
йўналишидаги ташкил этувчиси $[p(x)-p(x+dx)]dS$ га тенг
и. Чексиз кичик ўзгаришни дифференциал билан алмаштириш
нлигидан,

$$p(x+dx)-p(x)=-dp=-\frac{dp}{dx}dx$$

зиш мумкин. y, z ва t ларни ўзгармас деб қаралаётганда.
$y, z, t)$ функциянинг x бўйича олинган ҳосиласи хусусий ҳосила-
борат бўлгани туфайли,

$$-\frac{dp}{dx}dx=-\frac{\partial p}{\partial x}dx=T_x dx$$

мумкин. Шунга ўхшаш, p нинг y ва z лар бўйича хусусий
асини $\frac{\partial p}{\partial y}$ ва $\frac{\partial p}{\partial z}$ десак, босим кучининг X, Y ва Z ўқлари
а ташкил этувчиларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$T_x=-\frac{\partial p}{\partial x},\quad T_y=-\frac{\partial p}{\partial y},\quad T_z=-\frac{\partial p}{\partial z}. \qquad (10.1)$$

ай қилиб, суюқликнинг бирлик ҳажмига босим p туфайли
га келган қуйидаги сирт кучлари таъсир этади:

$$\vec{T}=-\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i}-\frac{\partial p}{\partial y}\vec{j}-\frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} \qquad (10.2)$$

яр катталикнинг градиентини

$$\operatorname{grad} p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} \qquad (10.3)$$

деб белгиласак,

$$\vec{T} = -\operatorname{grad} p \qquad (10.4)$$

деб ёзиш мумкин, яъни $\vec{T}$ вектор p скаляр катталикнинг тескари ишора билан олинган градиентига тенг экан. Шундай қилиб, $\vec{T}$ вектор босим p нинг миқдори билан эмас, балки унинг фазодаги йўналишлар бўйлаб ўзгариши билан аниқланади.

Суюқликнинг мувозанат ҳолатида T куч ҳажмий куч $\vec{f}$ билан мувозанатда бўлиши туфайли қуйидагига эга бўламиз:

$$\operatorname{grad} p = \vec{f}. \qquad (10.5)$$

Бу тенглама *гидростатиканинг асосий тенгламаси* дейилади. (10.5) тенгламанинг координаталар бўйича ёзилган кўриниши қуйидагича:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = f(x), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = f(y), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = f(z). \qquad (10.6)$$

Агар идеал суюқлик қандайдир $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлса, (10.4) ва (10.5) формулаларни ҳисобга олиб, суюқликнинг ҳаракат тенгламасини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \operatorname{grad} p. \qquad (10.7)$$

Бу тенглама *идеал суюқлик гидродинамикасининг асосий тенгламаси* бўлиб, у *Эйлер тенгламаси* деб ҳам аталади. Реал суюқликларда (ишқаланиш ҳисобга олинганда) суюқликнинг ҳаракат тенгламалари анча мураккаблашади.

10.4-§. СИҚИЛМАЙДИГАН СУЮҚЛИК ГИДРОСТАТИКАСИ

Агарда суюқликлардаги ҳажмий кучларни йўқ деб фараз қилсак, у ҳолда $\vec{f} = 0$ ва демак, $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0$ бўлади, яъни ҳажмий кучлар бўлмаганда мувозанат шароитида суюқликнинг барча нуқталарида босим бир хил бўлади.

Хусусан, ҳажмий кучлар бўлмаганда суюқликнинг бирдан-бир мувозанат шарти шундан иборатки, бу ҳолда суюқлик сиртининг барча нуқталарига таъсир этувчи босим бир хил ва у ташқи босимдан иборат бўлади. Акс ҳолда суюқликнинг ҳаракати вужудга келади. Ҳажмий кучлар бўлмаганда суюқлик сиртига берилувчи муайян босим суюқлик ичидаги барча нуқталарда шундай босимни вужудга келтиради.

Агар суюқлик оғирлик майдонида бўлса, у ҳолда $\vec{f} = \rho\vec{g}$. Бу кучни Z ўқи бўйлаб йўналган деб ҳисобласак, мувозанатдаги суюқликнинг асосий тенгламаси қуйидагидан иборат бўлади:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g. \qquad (10.8)$$

) формуладан кўриниб турибдики, мувозанатда бўлган суюқ- а босим X ва Y ўқларга боғлиқ бўлмасдан фақат Z га боғлиқ ди. Z га тик текисликлар эса бир хил босимли текисликлар ди ва бундан суюқликларнинг зичлиги фақат баландликка иқ, деган хулоса келиб чиқади.

нди фараз қилайлик, суюқлик бир жинсли ва сиқилмайдиган const) бўлсин ҳамда эркин тушиш тезланиши g ҳам баландликка иқ бўлмасин. Бу шароитларни ҳисобга олган ҳолда (10.8) тенг- нинг интеграли қуйидагини беради:

$$p=p_0-\rho gz. \tag{10.9}$$

нтеграллаш доимийси p_0 маъно жиҳатидан $z=0$ даги суюқ- инг босимидан иборат.

10.9) формула идишдаги суюқликнинг тагига ва деворларига а суюқликка ботирилган жисмнинг сиртига таъсир этувчи арни ҳам аниқлаш имконини беради.

аълумки, Архимед қонунига биноан суюқлик ва газга боти- ан ҳар қандай жисмга у сиқиб чиқарган суюқлик ёки газ лигига тенг гидростатик кўтариш кучи таъсир қилади. Бу куч сиртига суюқлик ёки газ томонидан таъсир қилувчи босим арининг тенг таъсир этувчиси бўлиб, тик равишда юқорига лади. Жисмнинг оғирлиги кўтариш кучидан катта бўлса жисм ди, кичик бўлса чўкмайди. Бу сўнгги хусусият жисмларнинг лик ва газларда сузиш қонунининг асосини ташкил этади.

гар суюқликка қандайдир жисм киритилган бўлса ва у механи- й нуқтаи назардан мувозанатда бўлса, у ҳолда унга таъсир чи ташқи кучларни жисмнинг оғирлик кучи ва жисмга ҳар ндан таъсир этувчи босим кучларидан — Архимед кучларидан ат деб қараш мумкин. Бу кучлар бир-бирига тенг ва қарама- ли йўналган бўлса, жисм мувозанатда бўлади. Масалан, нинг сузишини текширадиган бўлсак, сув устида бемалол сузиб ни учун кеманинг сувга ботирилган қисми сиқиб чиқарган инг оғирлиги кеманинг юки билан биргаликдаги ҳаводаги лигига тенг бўлиши лозим.

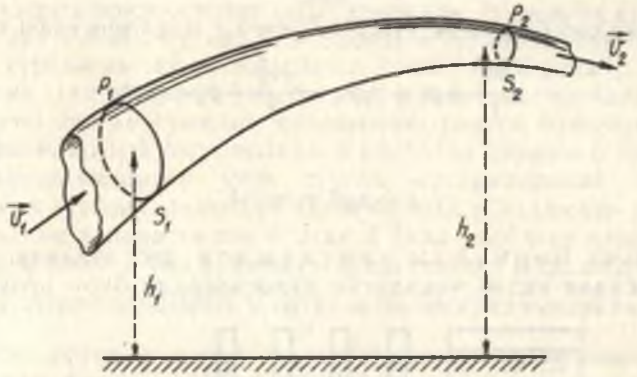
10.5-§. ИДЕАЛ СУЮҚЛИКНИНГ ТУРҒУН ҲАРАКАТИ. БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ

еал суюқликлар ҳаракатининг қонунларини ўрганиш анча ккаб бўлгани учун биз асосан ёпишқоқлик кучларини ҳисобга сдан, идеал суюқликнинг ҳаракатини қарайлик. Албатта, бу а суюқликларда мавжуд бўладиган ички ишқаланишнинг тик ва ма кучларини чексиз кичик деб қараш мумкин. Бу ҳолда идеал ликдаги мавжуд бўлган бирдан-бир куч — унинг тик йўналган м кучидир. Бу **босим кучи** ($\bar{p}$) суюқликнинг зичлиги билан ланади.

уюқликнинг кўндаланг кесими турлича бўлган оқим найида жараёнини қараб чиқайлик. Маълумки, суюқлик оқимининг ҳеч ерда узилмаслиги, яъни унинг узлуксизлигидан суюқлик тезлигининг оқим найининг кўндаланг кесимига кўпайтмасининг ўзгармас эканлиги келиб чиқади. Бу эса маълум вақт оралиғида найнинг бир учидан оқиб кираётган суюқликнинг ҳажми унинг қарама-қарши томонидан оқиб чиқаётган суюқлик ҳажмига тенг бўлишини билдиради (10.3-расм):

$$v_1S_1=v_2S_2,$$

яъни Δt вақт оралиғида S_1 кесим орқали оқиб кираётган суюқликнинг тезлиги v_1 ва босими p_1 бўлса, худди шу вақт ичида S_2 кесимдан v_2 тезлик ва p_2 босимларда бир хил суюқлик массаси оқиб ўтар экан.



10.3-расм

Оғирлик кучи таъсирида рўй берувчи турғун ҳаракатни қараб чиқайлик. Бу ҳаракат учун энергиянинг сақланиш қонунини татбиқ этиш мумкин.

Оқим турғун бўлганлигидан, найнинг ажратиб олинган қисмларида энергия тўпланмайди ҳам, сарф бўлмайди ҳам. Демак, Δt вақт ичида S_1 кесим орқали узатилаётган энергия худди шу вақтда S_2 кесим орқали узатилаётган энергияга тенг бўлиши керак. Бу ҳолда S_1 кесимдан оқиб ўтаётган m массали суюқликнинг кинетик энергияси $mv_1^2/2$ ва потенциал энергияси mgh_1 бўлганидан, Δt вақт оралиғида оғирлик кучлари таъсирида S_1 кесим орқали узатиладиган энергия миқдори $\frac{mv_1^2}{2}+mgh_1$ бўлади. Бундан ташқари орқадаги суюқлик ўзининг олдидаги суюқликни силжитиши учун p_1S_1 кучнинг $v_1\Delta t$ йўлга кўпайтмасига тенг бўлган иш бажаради. Шундай қилиб, Δt вақтда кўндаланг кесим орқали узатиладиган умумий энергия миқдори қуйидагига тенг бўлади:

$$E=\frac{mv_1^2}{2}+mgh_1+p_1S_1v_1\Delta t. \qquad (10.10)$$

айнинг ҳеч бир қисмида энергия тўпланмаганлиги ва сарф ҳам аганлиги сабабли, S_2 кесим орқали Δt вақтда узатиладиган ия ҳам худди шундай қўшилувчилар йиғиндисига тенг бўлади. к,

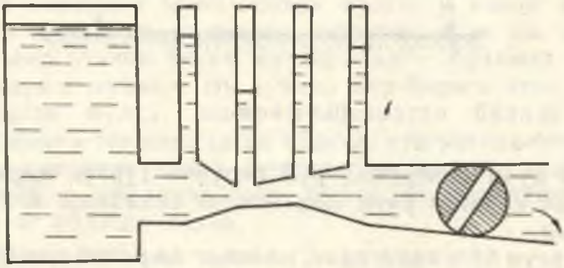
$$\frac{mv_1^2}{2}+mgh_1+p_1S_1v_1\Delta t=\frac{mv_2^2}{2}+mgh_2+p_2S_2\Delta t. \qquad (10.11)$$

қимнинг узлуксизлик шартига мувофиқ Δt вақтда найга оқиб ётган суюқлик ҳажми $S_1v_1\Delta t$ га, худди шу вақт ичида ундан оқиб ётган суюқлик ҳажми $S_2v_2\Delta t$ га тенг. (10.11) нинг икки томонини нг ҳажмларга бўлсак ва $\frac{m}{Sv\Delta t}=\rho$— суюқликнинг зичлиги игини ҳисобга олсак, (10.11) ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\frac{\rho v_1^2}{2}+p_1+\rho gh_1=\frac{\rho v_2^2}{2}+p_2+\rho gh_2$$

$$\frac{\rho v^2}{2}+p+\rho gh=\text{const}. \qquad (10.12)$$

енглама Бернулли тенгламаси деб аталади. Бернулли амасидан келиб чиқадиган хулосалардан бири шундай: *оқим*



10.4-расм

инг ингичка қисмида суюқликнинг тезлиги бошқа қисмларда- қараганда катта бўлади. Найнинг ингичка қисмига оқиб тган суюқликка найнинг йўғон қисмида оқаётган суюқлик идан йўғон ва ингичка жойлардаги статик босимлар фарқи p_2— а тенг бўлган куч таъсир этади. Бу куч найнинг ингичка қисмига йўналган бўлади. Демак, оқим найининг тор жойларидаги кенг жойларидагига қараганда пастроқ бўлади (10.4-расм).

з Бернулли тенгламасини оқаётган суюқликнинг кинетик ва циал энергиялари йиғиндиси ўзгармас бўлган ҳол учун келтириб дик. Аслида бу энергияларнинг бир қисми ишқаланиш рига қарши иш бажаришга сарф бўлади, натижада суюқ- нг молекуляр ҳаракат энергияси ортади (суюқлик исийди). иш уфқ текислиги бўйлаб рўй бераётган бўлса, статик ва ик босимлар йиғиндиси ўзгармайди, шунинг учун оқаётган суюқликда статик босим доим ҳаракатсиз тургандагига қараганда кам бўлади.

Агар найнинг кенг қисмидаги босим атмосфера босимига тенг бўлса, унинг тор қисмидаги босим атмосфера босимидан кам бўлади. Кўпгина қурилмаларнинг, масалан, инжектор, сув парраги, насослар ва карбюраторларнинг ишлаш принципи ана шу ҳодисага асосланган.

10.6-§. СУЮҚЛИКНИНГ НАЙЛАРДА ОҚИШИ. ПУАЗЕЙЛЬ ФОРМУЛАСИ

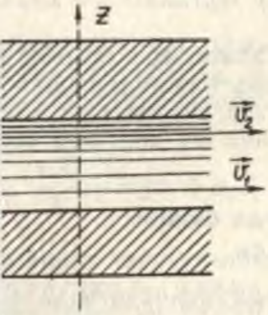
Реал суюқликларда ҳаракат идеал суюқликлардагидан фарқли бўлиб, уларда ички ишқаланиш кучлари вужудга келади. Бундай суюқликларда ички ишқаланиш кучлари қатламларнинг ҳаракатига ва демак, ундаги жисмларнинг ҳаракатига ҳам, қаршилик кўрсатувчи куч сифатида намоён бўлади. Бу ҳодисани ўрганиш учун биз бирор суюқлик суртилган икки пластинка олиб (10.5-расм), устидаги пластинкани остидагисига нисбатан ҳаракатлантирайлик. Бунда уларга тегиб турган суюқлик қатламлари уларга ёпишади, қолган барча қатламлар эса бир-бирларига нисбатан сирпаниб кўчади. Бу ҳолда пластинкалардан узоқ турган қатламларнинг сирпаниш тезлиги яқин турганларникидан катта бўлади. Қатламлар ҳаракатининг тезлигини ҳаракатга тик бўлган Z ўққа нисбатан қарайлик. Бу ҳолда ҳаракатнинг Z ўқи бўйича ўзгариш тезлиги (тезлик градиенти) $\frac{d\bar{v}}{dz}$ бўлади. Агар координата z ортиши билан қатламларнинг тезлиги бир текисда ортса, у ҳолда тезлик градиенти суюқликнинг барча массаси учун бир хил бўлади. Бир-биридан Δz узоқликда турган қатламларнинг тезликлари $\bar{v}_1$ ва $\bar{v}_2$ бўлса, у ҳолда тезлик градиенти $\frac{v_2-v_1}{dz}$ бўлади.

Суюқлик қатламлари орасида мавжуд бўлган ишқаланиш кучи $\bar{F}$ учун Ньютон қуйидаги қонуниятни аниқлади:

$$\bar{F}=\eta\left|\frac{d\bar{v}}{dz}\right| S, \qquad (10.13)$$

бунда η — суюқликнинг қовушоқлик коэффициенти; S — қатламлар юзаси; dv/dz катталик (тезлик градиенти) бир қатламдан иккинчи қатламга ўтганда суюқлик қатламлари тезликларининг ўзгариш жадаллигини ифодалайди. Ишқаланиш кучи ($\bar{F}$) икки «қўшни» қатламнинг тезроқ ҳаракатланаётганини тўхтатишга, секинроқ ҳаракатланаётганини эса тезлатишга интилади.

(10.13)га кўра η нинг СИ даги бирлиги қилиб шундай суюқликнинг қовушоқлиги олинадики, бунда тезлик градиенти $\frac{dv}{dz}=1\frac{\text{м}}{\text{с}\cdot\text{м}}=\frac{1}{\text{с}}$ бўлганда, суюқликнинг икки «қўшни» қатламлари орасидаги $S=1$ м^2 сиртда мавжуд бўлган ишқаланиш кучи 1 Н га тенг бўлади. Бу бирлик паскаль-секунд (Па·с) деб аталади.



10.5-расм

10.6-расм

ча катта бўлмаган тезликларда суюқлик қатлам-қатлам бўлиб . Бундай оқиш *ламинар оқиш* дейилади. Ламинар оқишда (10.6, ı) суюқлик қатламлари най деворларидан қанча узоқ турса, ирига нисбатан шунча каттароқ тезлик билан сирпанади ликнинг ламинар оқишида най ичига юборилган бўёқли ик аниқ чегараланган шаклда қолаверади). Тезлик ортиши суюқлик қатламларининг аралашиб оқиши вужудга келади. й оқиш *турбулент оқиш* дейилади. Бунда тоза ва бўялган иклар орасидаги кескин чегара йўқолиб, найнинг ҳамма ірида тартибсиз уюрмавий ҳаракатлар юзага келади (10.6, ı). Ламинар оқим турбулент оқимга айланиш пайтидаги тезлик с *тезлик* деб аталади.

кника тараққиётининг бугунги босқичида суюқликларнинг ҳар ıйлардаги ўртача тезликларини билиш катта амалий аҳамиятга ажрибаларда аниқланишича, ҳар хил диаметрли найларнинг ланг кесим юзидан вақт бирлигида оқиб ўтадиган суюқлик ри M ўртача оқиш тезлиги $v_{\text{ў}}$ нинг кўндаланг кесим юзи S га тмасига тенг экан:

$$M = v_{\text{ў}} \cdot S.$$

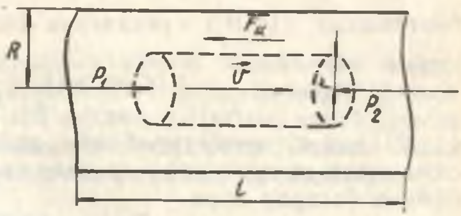
анцуз олими Пуазейль (1841) суюқликларнинг найларда оқиш кларини тажриба йўли билан ўрганиб, *суюқликнинг най бўйлаб а ламинар оқиш тезлиги най узунлик бирлигига босимнинг ии ҳамда най радиусининг квадратига тўғри мутаносиб ва юқлик коэффициентига тескари мутаносиб* эканлигини аниқла-

$$v_{\text{ў}} = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{R^2}{8\eta}. \qquad (10.14)$$

унинг учун ҳам бу қонун *Пуазейль қонуни* деб аталади. Най $=\pi R^2$ ва $M = v_{\text{ў}} S$ эканлигини ҳисобга олиб Пуазейль қонунини агича ёзиш мумкин:

$$M = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{\pi R^4}{8\eta}. \qquad (10.15)$$

Ўлчамлари маълум бўлган найдаги босимлар тушишини билган ҳолда (10.15) формуладан фойдаланиб оқаётган суюқликнинг ковушоқлик коэффициенти η ни топиш мумкин.



10.7-расм

Найда ламинар оқаётган суюқликнинг стационар ҳаракатини ўрганиб, (10.15) формулани қуйидаги йўл билан ҳам келтириб чиқариш мумкин: най орасида узунлиги l ва радиуси r бўлган цилиндрларни ажратиб олайлик (10.7-расм). Оқим стационар бўлганда бир хил кўндаланг кесимга эга бўлган найдаги барча суюқлик зарраларининг тезлиги ўзгармас бўлганидан, суюқликнинг исталган ҳажмига таъсир этувчи ташқи кучларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлади. Шунинг учун ажратиб олинган цилиндрга таъсир этувчи ва ҳаракат йўналиши бўйича йўналган кучлар йиғиндисини $(p_1-p_2)\pi r^2$ дейиш мумкин. Бундан ташқари, цилиндрнинг ён томонларига таъсир этувчи ишқаланиш кучи:

$$F=\eta\left|\frac{dv}{dr}\right|2\pi rl.$$

Стационар ҳолатда бу кучлар ўзаро тенг:

$$(p_1-p_2)\pi r^2=\eta\left(\frac{dv}{dr}\right)2\pi rl. \qquad (10.16)$$

Суюқликнинг тезлиги найнинг марказидан четга томон камайиб боришини, яъни $dv/dr=-dv/dr$ эканлигини назарда тутиб, (10.16) формулани қуйидагича ўзгартириш мумкин:

$$-\frac{dv}{dr}=\frac{(p_1-p_2)r}{2\eta l} \quad \text{ёки} \quad dv=-\frac{p_1-p_2}{2\eta l}rdr. \qquad (10.17)$$

(10.17)ни интеграллаб,

$$v=-\frac{p_1-p_2}{4\pi l}r^2+C \qquad (10.18)$$

ни ҳосил қиламиз. $r=R$ бўлган нуқталарда суюқликнинг тезлиги $v=$ $=0$ бўлгани учун, (10.18) дан интеграллаш доимийси (C) қуйидагига тенг бўлади:

$$C=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2.$$

Натижада, (10.18) қуйидаги кўринишни олади:

$$v(r)=\frac{p_1-p_2}{4\pi l}\ (R^2-r^2)=\frac{p_1-p_2}{4\pi l}R^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right). \qquad (10.19)$$

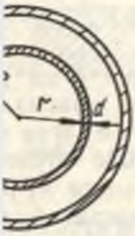
Цилиндрнинг (найнинг) марказидаги ($r=0$) тезлиги

$$v_0=v(0)\ =\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2 \qquad (10.20)$$

дан, (10.19) қуйидагича ёзилади:

$$v(r)=v_0(1-\frac{r^2}{R^2}). \qquad (10.21)$$

ідан кўриниб турибдики, найларда суюқликларнинг ламинар ізги тезлиги най марказидан деворга томон парабола қонуни ўзгарар экан.



8·расм

Энди найнинг кўндаланг кесимидан вақт бирлигида ламинар оқиб ўтаётган суюқлик миқдори M ни ҳисоблаб топайлик. Шу мақсадда радиуси R бўлган найнинг кўндаланг кесимини қалинлиги dr бўлган майда ҳалқачаларга фикран бўлиб чиқамиз (10.8-расм). Ички радиуси r ва ташқи радиуси $r+dr$ бўлган ҳар бир халқача орқали бирлик вақтда оқиб ўтувчи суюқлик миқдори:

$$dM=v_0(1-\frac{r^2}{R^2})2\pi rdr$$

Бутун най бўйлаб унинг кўндаланг кесимидан бирлик вақтда увчи суюқлик миқдори эса

$$M=\int_0^R dM=\int_0^R v_0(1-\frac{r^2}{R^2})2\pi rdr=\frac{1}{2}\pi r^2 v_0$$

Бундаги v_0 ўрнига унинг (10.20) даги қийматини қўйиб и Пуазейль формуласини ҳосил қиламиз:

$$M=\frac{p_1-p_2}{l}\cdot\frac{\pi R^4}{8\eta}.$$

10.7-§. СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАРДА ЖИСМЛАРНИНГ ҲАРАКАТИГА ТИЛАДИГАН ҚАРШИЛИК. ГИДРОДИНАМИКАДА ЎХШАШЛИК ҚОНУНИ

ı суюқлик ёки газларда ишқаланиш кучлари мавжудлиги и уларда ҳаракатланувчи жисмларга таъсир этувчи қаршичлари пайдо бўлади. Бу кучларнинг миқдори асосан рнинг ҳаракат тезлигига боғлиқ бўлади. Стокс *катта ін v тезликлар билан ҳаракатланувчи r радиусли шарсимон рга муҳит томонидан таъсир этувчи қаршилик кучи F жисмезлиги ва ўлчамларига ҳамда муҳитнинг қовушоқлик циенти η га тўғри мутаносиб* эканлигини кўрсатди:

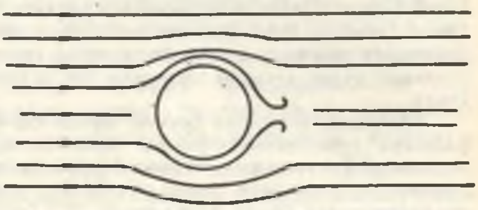
$$F=6\pi\eta rv. \qquad (10.22)$$

Стокс формуласи дейилади. Бу формуланинг амалий ти шундан иборатки, у жисмнинг қовушоқ муҳитда эркин тезланишини аниқлашда, ҳар хил зичликка эга бўлган арда томчи ёки кичик зарраларнинг радиусларини уларнинг бу арда эркин тушишини кузатиш орқали аниқлашда ва шу каби ларни ҳал қилишда қўлланилади.

Катта тезликларда газ ва суюқликларнинг қаршилиги асосан уюрма ҳосил қилиш учун иш бажарилиши натижасида юзага келади. Бу қаршилик *пешона қаршилик* деб аталиб, у Ньютон кашф қилган қонунга биноан, *ҳаракат тезлигининг квадрати билан жисм ҳаракатига тик бўлган кўндаланг кесим юзасига мутаносибдир:*

$$F=C_x\cdot\frac{\rho v^2}{2}S, \qquad (10.23)$$

бу ерда ρ — муҳитнинг зичлиги; C_x — пешона қаршилик коэффициенти бўлиб, унинг қиймати жисмнинг шаклига боғлиқ.



10.9-расм

Юқорида айтилганидек, пешона қаршилик муҳитда ҳосил бўлувчи уюрмалар таъсирида вужудга келади (10.9-расм). Кўплаб суюқлик ва газларда олиб борилган тажрибалар Ньютоннинг пешона қаршилик учун чиқарган формуласи тезликнинг баъзи бир қийматлари учун тўғри эканлигини кўрсатди. Масалан тезликинг кичик қийматларида қаршилик, Стокс формуласига мувофиқ, тезликнинг иккиламчи даражасига эмас, балки бирламчи даражасига мутаносиб бўлар экан. Товуш тезлигига яқин тезликларда бу боғланиш v^3 га, товуш тезлигидан жуда катта бўлган тезликларда яна v^2 га мутаносиб бўлар экан. Шундай қилиб, ҳар хил тезликларда ҳаракатланувчи суюқлик ва газлардаги турли шаклдаги жисмларга таъсир этувчи кучларни қарашда биз (10.23) формуладаги қаршилик коэффициенти C_x ни муҳитнинг қовушоқлик коэффициенти (η), зичлиги (ρ) ва жисмнинг ҳаракат тезлиги (v) ҳамда ўлчами (r) нинг қандайдир функциясидан иборат дейишимиз ҳақиқатга яқин бўлади. Олиб борилган изланишлар C_x нинг фақат $\frac{\rho l v}{\eta}$ га боғлиқ эканлигини кўрсатди:

$$C_x=f(Re),\ Re=\frac{\rho l v}{\eta}. \qquad (10.24)$$

(10.24) даги Re ўлчамсиз катталик бўлиб, *Рейнольдс сони* деб аталади. Муҳит қовушоқлик коэффициентининг унинг зичлигига нисбати η/ρ эса *кинематик қовушоқлик* деб аталади:

$$\frac{\eta}{\rho}=\nu. \qquad (10.25)$$

Амалда Рейнольдс сони қовушоқлик коэффициенти орқали эмас, балки кинематик қовушоқлик орқали ифодаланади:

$$Re=\frac{lv}{\nu}. \qquad (10.26)$$

Ҳаракатланаётган суюқликда ишқаланиш кучлари (η нинг қиймати) қанчалик кичик бўлса, Рейнольдс сони шунчалик катта бўлади. (10.24) дан кўринадики, идеал

р учун ($\eta=0$) Рейнольдс сони ∞ га тенг (маълумки бундай суюқликлар
ас).
ик ва газларда жисмларнинг ҳаракатини ўрганишда ҳаракатнинг нисбийли-
б чиқиб суюқликдаги жисм тинч турибди, суюқлик эса жисмга нисбатан
лик билан ҳаракатланяпти деб қараш мумкин. Шу боис қуйида биз
нг жисмга (ёки жисмлар тизимига) нисбатан ҳаракатини таҳлил қиламиз.
ун иккита жисм олиб, дастлаб суюқликда биринчи жисм бўлган ҳолдаги,
а у жисм ўрнида иккинчи жисм бўлган ҳолдаги оқим манзараларини
к. Тажрибаларнинг кўрсатишича, оқим тезлиги ва суюқликнинг ўзига хос
р (зичлик, қовушоқлик ва бошқалар) маълум шартларни қаноатлантирган-
ётган суюқликлар оқими манзараларида муайян механикавий ўхшашлик
гини кузатиш мумкин. Модомики, ўхшашлик мавжуд бўлса, биринчи ҳол
манзарасини билган ҳолда иккинчи ҳол учун оқим манзарасини олдиндан
ш мумкин экан. Бошқача айтганда, кичик ўлчамларга эга бўлган жисмлар
кликларда (ёки газларда) тажриба ўтказиб, олинган натижаларни катта
жисмларга қўллаш мумкин (моделлаш усули). Кемасозлик ва тайёра-
худди шундай қилинади. Бу усулнинг асосида ўхшашлик қонуни

шлик қонунини умумий тарзда қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, $\vec{r}$ ва $\vec{v}$ мос
суюқликнинг ўхшаш нуқталаридаги радиус-вектори ва тезлиги, l —
ўлчами, v_0 — оқимнинг жисмга нисбатан тезлиги. Ўз навбатида суюқ-
усусиятлари унинг зичлиги ρ, қовушоқлик коэффициенти η ва муайян
нлиги билан аниқланади. Шу билан бирга ўхшашлик қонунида оғирлик
таъсири эркин тушиш тезланиши (g) билан, нотурғун оқим оқимнинг
икдан чиқиш вақти τ билан, суюқликнинг сиқилувчанлиги эса товушнинг
тезлиги (c) билан ифодаланади.
ат тенгламаларида $\vec{v}$, v_0, $\vec{r}$, l, ρ, η, c, $\vec{g}$, τ катталиклар орасида муайян
мавжуд бўлиши лозим. Бу катталиклар ёрдамида бир-бирига боғлиқ
6 та ўлчамсиз муносабатни ҳосил қилиш мумкин экан. Буларга $\vec{v}/\vec{v}_0$, $\vec{r}/l$
ва яна 4 та ўлчамсиз сонлар — қийматли боғланишлар киради:

$$Re=\frac{\rho l v_0}{\eta}=\frac{l v_0}{\nu}; \qquad (10.27)$$

$$F=\frac{v_0^2}{gl}; \qquad (10.28)$$

$$M=\frac{v_0}{c}; \qquad (10.29)$$

$$S=\frac{v_0\tau}{l}. \qquad (10.30)$$

ликлар қоидасидан фойдаланиб, қуйидаги функцияларни ёзиш мумкин:

$$\frac{v}{v_0}=f\left(\frac{\vec{r}}{l},\ Re,\ F,\ M,\ S\right). \qquad (10.31)$$

$$v=v_0 f\left(\frac{\vec{r}}{l},\ Re,\ F,\ M,\ S\right) \qquad (10.32)$$

икки оқим учун (10.27) — (10.32) боғланишлардан бештаси бир-бири билан
а, у ҳолда олтинчиси мос келар экан. Бу умумий оқимларнинг ўхшашлик
н иборат. Оқимларнинг ўзи эса механикавий ёки гидродинамикавий ўхшаш
деб аталади. (10.27) формуладаги сон — Рейнольдс сони, (10.28) даги —
и, (10.29) даги — Мах сони, (10.30) даги — Струхал сони деб аталади. Фруд
ан боғлиқ бўлган F сон юқорида биз кўрган Рейнольдс сонига ўхшаш маънога
тталик нуқтаи назаридан суюқлик кинетик энергиясининг бу энергиянинг
йўлда оғирлик кучининг бажарган иши туфайли вужудга келган кинетик

энергияга нисбатидан иборат. Фруд сони канча катта бўлса, инерциянинг оғирликка нисбатан таъсири шунча катта бўлади ва аксинча.

Струхал сони асосан турғун бўлмаган суюкликлар учун маълум аҳамиятга эга бўлса, Мах сони эса сиқилмайдиган суюкликлар учун маънога эга бўлганлигидан турғун оқаётган суюкликлар учун (10.32) тенглама ўрнига

$$\bar{v}=\bar{v}_0 f\left(\frac{r}{l},\ \mathrm{Re},\ F\right)$$

тенгламани ёзиш мумкин. Бундан Рейнольдс ва Фруд сонлари бир хил бўлган суюкликларнинг оқими бир хил бўлади деган хулоса келиб чиқади.

10.8-§. ГИДРОДИНАМИКАВИЙ НОТУРҒУНЛИК. ТУРБУЛЕНТЛИК

Юқоридаги бандларда биз суюқликларнинг ҳаракатини текширганимизда асосан ламинар оқиш ҳолларини қараб чиқдик. Ламинар оқишнинг асосий хусусиятларидан бири унинг узлуксизлигидир. Текис жойларда оқувчи суюқлик ва газларнинг ҳаракати асосан най деворларига параллел бўлган ҳаракат траекториясига эга бўлади. Аммо етарли даражада катта тезликларда ламинар оқишнинг бузилиши — ламинар оқишнинг беқарорлиги вужудга келади. Бунинг натижасида ҳаракат турбулент ҳаракатга айланади. Турбулент ҳаракатда суюқлик ёки газнинг гидродинамикавий хоссалари (тезлик, босим, газлар учун эса зичлик ва ҳарорат) тез ва тартибсиз ҳолда ўзгариб туради. Турбулент оқимга тоғ дарёларидаги сувнинг ҳаракати, тез сузувчи кеманинг орқасидаги сувнинг ҳаракати ҳамда қувурлардан тартибсиз чиқувчи тутунлар ва бошқалар мисол бўлади. Бундай ҳаракатларнинг ҳаммаси гидродинамикавий нотурғунлик юзага келувчи оқимларда содир бўлади. Турбулент оқимда суюқлик зарраларининг траекториялари най ўқига параллел бўлмасдан, мураккаб эгри чизиқлардан иборат бўлади. Траекториялар вақт давомида турғун бўлмасдан, ўзгариб туради. Шундай қилиб, табиатан нотургунлик, тезликнинг суюқликнинг асосий кўчма ҳаракати йўналишига тик бўлган ташкил этувчилари мавжудлиги турбулент оқимни ламинар оқимдан фарқлаб турувчи муҳим белгилар ҳисобланади. Қувур ва ариқларда ламинар оқимдан турбулент оқимга ўтишда Рейнольдс сони ўхшашлик қонунининг мезони бўлиб хизмат қилади. Ҳар хил кўндаланг кесим юзасига эга бўлган қувур ва ариқлар учун Рейнольдс сони бир хил қийматга эга бўлса, уларда суюқликнинг оқиш манзараси бир хил бўлади. Кўндаланг кесими доира шаклидаги қувурларда ламинар оқимдан турбулент оқимга ўтишда Рейнольдс сони 1200 ни ташкил қилади, яъни $Re>1200$ дан бошлаб оқим турбулент манзарага эга бўлади.

XI БОБ

ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ

11.1-§. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Тебранма ҳаракат табиатда энг кўп тарқалган ҳаракатдир. Дарахтларнинг шохи ёки далалардаги майсаларнинг тебраниб турганини кўп кузатганмиз. Дутор, рубоб каби мусиқа асбобларининг

, осма соат тебрангичи, ички ёнув двигатели цилиндридаги
ларнинг ҳаракати тебранма ҳаракатдир. Мотор ишлаб
а машина ва дастгоҳларнинг корпуслари титраб тебранма
қилади; телефонда гаплашганимизда, радиодан товуш
а, улардаги юпқа парда (мембрана) тебраниб туради.

мисоллардан кўриниб турибдики, бунда ҳаракат бирор
да такрорланиб туради. Бинобарин, *вақт ўтиши билан*
аниб турадиган ҳаракатларга тебранма ҳаракат дейилади.

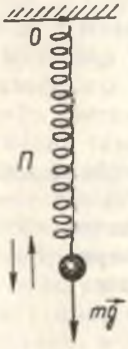
рида келтирилган мисоллар механикавий тебранма ҳаракатга
лидир. Табиатда механикавий тебранма ҳаракатлар билан
торда механикага оид бўлмаган такрорланиб турадиган
лар ҳам кўп учрайди. Ўзгарувчан ток занжиридаги зарядли
лар (электронлар) ҳаракати, ички ёнув двигатели цилиндри-
з босимининг ўзгариши ва бошқалар шулар жумласидан
механикавий тебранма ҳаракатларни эса умумий тебранма
ларнинг бир тури деб қараш мумкин. Тебранма ҳаракатлар
икавий тебранма ҳаракат, электромагнит
нма ҳаракат, электромеханикавий тебранма
ат (телефон ва радиолардаги товуш чиқарувчи мембрана-
тебраниши ва бошқ.) каби турларга бўлинади. Тебранма
ларнинг табиатлари ҳар хил бўлса ҳам улар ягона қонуният
содир бўлади.

рги замон техникасининг кўп соҳалари тебранма ҳаракат
рига асосланган ва тебранма ҳаракат қонунларини билмай
елефон, радио, ойнаижаҳон, радиолокация ва шунга ўхшаш
замон техникасини яратиб бўлмас эди.

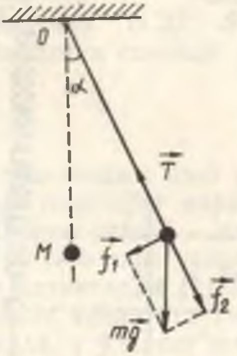
ранма ҳаракатга мисол тариқасида 11.1-расмда кўрсатилган
ий тизимни олиб қарайлик. Тизимдаги пружина (*П*) нинг бир
мда кўрсатилгандек, штативнинг *О* нуқтасига маҳкамланган
в расмда кўрсатилмаган), пружинанинг иккинчи учига
али юк (металл шарча) осилган. Бу юк таъсирида пружина
чўзилади, бунда пружинанинг қайишқоқлик кучи юкнинг
кучи билан мувозанатлашади. Юкнинг бу вазияти унинг
ат вазиятини акс эттиради. Агар юкни мувозанат вазиятидан
алишда пастга ёки юқорига бир оз силжитиб сўнг қўйиб
к, у пружинанинг қайишқоқлик кучи таъсирида пастга ва
а қараб тебранма ҳаракат қила бошлайди, яъни тизимнинг
ги даврий равишда такрорлана бошлайди. Бундай тизим
али тебрангич деб юритилади.

ранма ҳаракатга иккинчи мисол тариқасида штативнинг
сига ингичка ип билан осилган m массали юк (кичкина металл
дан иборат тизимни олиб қарайлик (11.2-расм). Тизим
мувозанат вазиятида *МО* ҳолатда бўлади; бу ҳолатда
инг оғирлик кучи ($m\vec{g}$) ипнинг таранглик кучи (*T*) билан
натда бўлади. Агар шарчани мувозанат вазиятидан бир оз
б, сўнг қўйиб юборсак, тизим ўзининг мувозанат ҳолати
да тебранма ҳаракатга келади — шарчанинг ҳаракати *М* нуқ-
исбатан даврий равишда такрорланаверади. Ҳаракатнинг

бундай такрорланишига сабаб шундаки, тизим мувозанат ҳолатига нисбатан α бурчакка четлатилганда шарча ўз оғирлик кучининг $\vec{f}_1 = mg\sin\alpha$ га тенг ташкил этувчиси (11.2-расмга қ.) таъсирида бўлади. Бу куч тизимни ҳамма вақт мувозанат вазиятига (шарча чап томонда бўлса ҳам, ўнг томонда бўлса ҳам) қайтаришга интилади. Мувозанат вазиятидан ўтаётганда эса тебранаётган шарча бирдан тўхтаб қола олмайди — бунга унинг инерцияси халақит беради (инерция кучи юқорида кўриб ўтилган пружинали тебрангичнинг тебранишида ҳам асосий сабаблардан биридир). 11.2-расмда акс эттирилган тизим одатда **математикавий тебрангич** дейилади (математикавий тебрангичнинг аниқроқ таърифини кейинроқ келтирамиз).



11.1-расм



11.2-расм

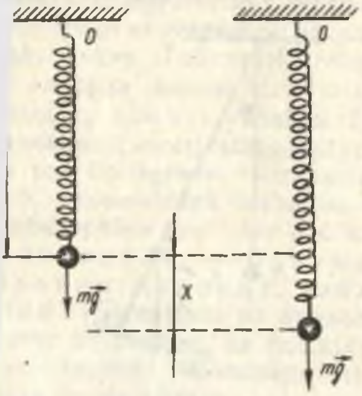
Тизимга таъсир этувчи кучларнинг табиатига кўра тебранма ҳаракатлар **эркин** (ёки **хусусий**) **тебранишларга**, **мажбурий тебранишларга** ва **автотебранишларга** бўлинади.

Мувозанат вазиятидан чиқарилган тизимда ташқи кучлар таъсирисиз (ички кучлар таъсирида) вужудга келадиган тебранишлар *эркин тебранишлар* дейилади. 11.1- ва 11.2-расмлар ёрдамида тавсифланган тебранишлар, равшанки, эркин тебранишлардир. Даврий равишда ўзгарадиган кучлар таъсирида вужудга келадиган тебранишлар *мажбурий тебранишлар* дейилади. Агар 11.1- ва 11.2-расмларда келтирилган тизимларга даврий тарзда ташқаридан туртки бериб турилса, уларнинг тебранишлари мажбурий тебраниш бўлади. *Автотебранишларда* ташқи кучларнинг таъсири тизимнинг ўзи воситасида амалга оширилади. Осма соат тебрангичининг тебраниши автотебранишдир.

Табиатда кўп учрайдиган тебранма ҳаракатлар ичида *гармоник тебранишлар* деб аталувчи тебранишлар муҳим ўринни эгаллайди. Гармоник тебранишлар тебранма ҳаракатлар ичида энг муҳими бўлиши билан бирга энг оддийси ҳамдир. Тебранма ҳаракат қонуниятларини ўрганишни мана шу гармоник тебранишлардан бошлаймиз.

11.2-§. ГАРМОНИК ТЕБРАНИШЛАР

Тебранувчи жисм ҳаракат траекториясининг вақт бўйича ўзгари-ı синус ва косинус қонуни бўйича ўзгарадиган тебранишларга *рмоник тебранишлар* дейилади, 11.3-расмда тасвирланган пружи-ли тебрангичнинг мувозанат вазиятида металл шарчанинг оғирлик чи пружинанинг қайишоқлик кучи билан мувозанатда бўлади ва l_0 узунликдаги пружина шарчанинг оғирлик кучи таъсирида бир оз чўзилиб, унинг узунлиги l га тенг бўлиб қолади. Энди шарчани расмда кўрсатилгандек, x масофага пастга ёки юқорига силжитиб, сўнг қўйиб юборсак, у мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қила бошлайди.



11.3-расм

Пружинанинг кичик чўзилишлари (ёки сиқилишлари) *Гук қонуни* орқали ифодаланади:

$$F=-kx, \qquad (11.1)$$

бу ерда x — пружинанинг узайиши ёки қисқариши бўлиб, уни одатда силжиш деб юритилади; k — ўзгармас катталик бўлиб, ўша пружинанинг қайишоқлик ёки бикрлик коэффициенти дейилади. Манфий ишора $\vec{F}$ кучнинг силжишга тескари, яъни тебранувчи жисмнинг мувозанат вазиятига томон йўналганини билдиради.

Гармоник тебранма ҳаракатнинг таърифига кўра силжиш қонуни қуйидагича ифодаланади:

$$x=A\sin(\omega_0 t+\alpha), \qquad (11.2)$$

бунда x — шарчанинг мувозанат вазиятидан силжиши, A — шарчанинг мувозанат вазиятидан энг катта силжиши бўлиб, бу катталик тебраниш амплитудаси номи билан юритилади (ҳақиқатан ҳам синуснинг энг катта қиймати бирга тенг бўлгани туфайли $x=A$ бўлади); ω_0 — доиравий частота; $\omega_0 t+\alpha$ эса гармоник тебранишнинг фазаси дейилади ва у кузатилаётган онда (ихтиёрий t пайтда) тебранувчи жисм қандай вазиятда ва қайси йўналишда эканлигини аниқлайди; α — ўзгармас катталик бўлиб, бошланғич фаза дейилади ва у кузатиш бошланиши олдидан ($t=0$ пайтда) мувозанат вазиятига нисбатан жисм ҳаракатининг йўналиши ва вазиятини аниқлайди. Масалан, (11.2) дан $t=0$ пайт учун

$$x_0=A\sin\alpha \qquad (11.3)$$

га эга бўламиз. Бундан A ва α орқали жисмнинг $t=0$ пайтдаги вазиятини аниқловчи x_0 катталикни топамиз. Кузатишнинг бошланиш пайти ўзгариши билан бошланғич фазанинг қиймати ҳам ўзгаради. Жисмнинг тебраниш манзарасини соддалаштириш мақсадида (11.2) ифодадаги бошланғич фазани нолга тенг ($\alpha=0$) деб оламиз; бу ҳол шуни акс эттирадики, кузатишни биз жисм ўзининг мувозанат вазиятидан ўтаётган пайтдан бошлаяпмиз. Шунга кўра (11.2) ифода

$$x=A\sin\omega_0 t \tag{11.4}$$

кўринишда ёзилади. Энди $\omega_0=2\pi/T$ эканлигини ((1.37) формулага қ.) эътиборга олсак, (11.4) ифода қуйидагича ёзилади:

$$x=\sin\frac{2\pi}{T}t. \tag{11.5}$$

Бу ифодадан кўринадики, ҳар $t=T$ вақт оралиғида x нинг қиймати нолга тенг бўлади, яъни ҳар бир $t=T$ вақтдан сўнг ҳаракатнинг ўзгариш манзараси такрорланиб боради. Шунинг учун T — жисмнинг тўла тебраниш даври дейилади. Тўла тебраниш даврида пружинага осилган жисм ўзининг мувозанат вазиятидан (11.3-расмда M вазият) пастга силжиб, сўнг у мувозанат вазиятига томон ҳаракат қилади, мувозанат вазиятига келганда, у ўзининг инерцияси билан ҳаракатини давом эттиради (юқорига кўтарилади) ва ниҳоят, у яна пастга томон силжиб, ўзининг мувозанат вазиятига қайтади. Математикавий тебрангич мисолида (11.2-расмга қ.) тебранувчи жисм $t=T$ вақт давомида ўзининг мувозанат вазияти (11.2- расм, M нуқта)дан, айтайлик, ўнг томонга тўла четланиб, сўнг мувозанат вазиятига қайтиб келади ва ўз инерцияси таъсирида чап томонга тўла четлангандан сўнг яна ўзининг мувозанат вазиятига қайтиб келади. Бинобарин, $t=T$ вақт оралиғида тебранувчи жисм тўрт амплитуда ($4\,A$) га тенг масофани ўтишини англаш қийин эмас. (Бу мисолимизда содда бўлиши учун бошланғич фазани нолга тенг деб олдик, яъни вақт ҳисобини жисм мувозанат вазиятидан ўтаётган пайтдан бошладик.)

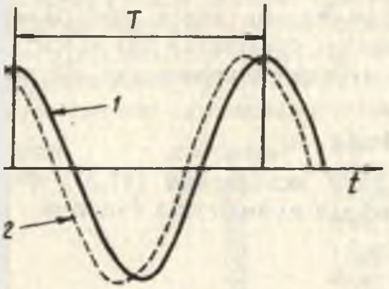
Вақт бирлиги ичидаги тебранишлар сони тебраниш частотаси дейилади ва ν ҳарфи билан белгиланади. Частота ва тўла тебраниш даври

$$\nu=\frac{1}{T}$$

муносабат билан боғланган; доиравий частота ω ва оддий частота ν эса ((1.38) формулага қ.)

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu \tag{a}$$

муносабат билан ўзаро боғланган. Охирги икки формуладан кўринадики, СИ тизимида доиравий частота ω_0 жисмнинг 2π секунд давомида неча марта тўла тебранишини ифодаловчи катталикдир; частота ν эса жисмнинг 1 секунд давомида неча марта тўла тебранишини акс эттиради. Доиравий частота бурчак тезлик каби радиан тақсим секундларда ўлчанади. Частота ν нинг ўлчов бирлиги



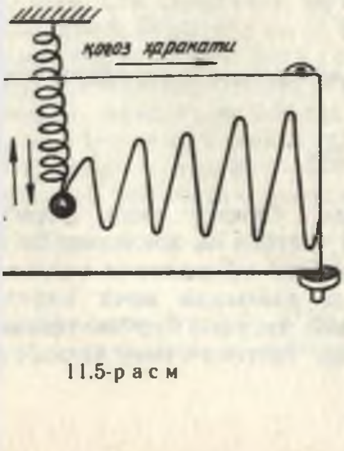
11.4-расм

герц [Гц] деб юритилади. Агар 1 секунд давомида жисм бир марта тўла тебранса, унинг частотаси 1 Гц га тенг бўлади. Бинобарин (а) ифодадан кўринадики, бир тўла тебранишдан сўнг жисмнинг тебраниш фазаси 2π га ўзгаради, яъни у ўзининг дастлабки вазиятига қайтади. (11.2) ифодани қуйидагича ҳам ёзиш мумкин:

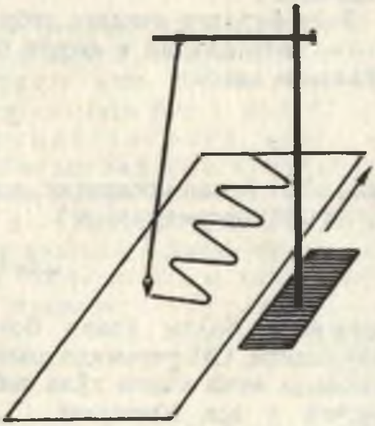
$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha_1), \quad (11.6)$$

$\alpha_1 = \alpha - \frac{\pi}{2}$. (11.6) формула ҳам гармоник тебранма ҳара-
иг силжиш қонунини ифодалайди. (11.2) ва (11.6) ифодалардан
адики, гармоник тебранма ҳаракатда силжишнинг вақтга
қлик эгри чизиғи синусоида ((11.6) ифодага кўра — косинусои-
эгри чизиғидан иборат бўлиши керак. 11.4-расмдаги
чизиқ бошланғич фаза нолга тенг бўлган ҳол учун гармоник
нишда силжишнинг вақтга боғлиқлик эгри чизиғи ((11.5) функ-
нг вақтга боғлиқлик эгри чизиғи)ни акс эттиради. Худди шу
а *2* эгри чизиқ орқали бошланғич фазаси $\alpha = \frac{\pi}{6}$ бўлган
) қонуниятга асосан) гармоник тебранишда силжишнинг
ı боғлиқлик эгри чизиғи ифодаланган.

рмоник тебранишда силжишнинг вақтга боғлиқлик эгри чизиғи
оидадан (ёки косинусоидадан) иборат эканлиги қуйидаги
ıбаларда намоён бўлади:



11.5-расм



11.6-расм

а) пружинали тебрангичдаги тебранувчи жисмга кичкина оддий қалам ўрнатиб, бу қаламнинг учини 11.5-расмда кўрсатилгандек, ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган қоғоз лентага тегизиб қўйиш кифоя.

б) 11.6-расмда тебранувчи жисм сифатида қум тўлдирилган ва ингичка ипга осилган идишча (математикавий тебрангич) кўрсатилган. Идишчанинг пастки тешигидан тушаётган қум доналари ҳосил қилган «из» ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган қоғоз сиртида гармоник тебранишнинг вақтга боғлиқлик эгри чизиғини тасвирлайди. Шундай қилиб, пружинали ва математикавий тебрангичларнинг тебранишлари гармоник тебраниш бўлиб, силжишнинг вақтга боғлиқлиги эса, синусоидадан ёки косинусоидадан иборат экан.

11.3- §. ГАРМОНИК ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ ҚИЛУВЧИ ЖИСМНИНГ ТЕЗЛИГИ ВА ТЕЗЛАНИШИ

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган жисмнинг (моддий нуқтанинг) силжиши синуслар қонуни, яъни (11.2) қонуният бўйича содир бўлаётган бўлсин:

$$x = \sin(\omega_0 t + \alpha).$$

Гармоник тебранувчи моддий нуқтанинг исталган пайтдаги *тезлиги силжишдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг:*

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) = v_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \qquad (11.7)$$

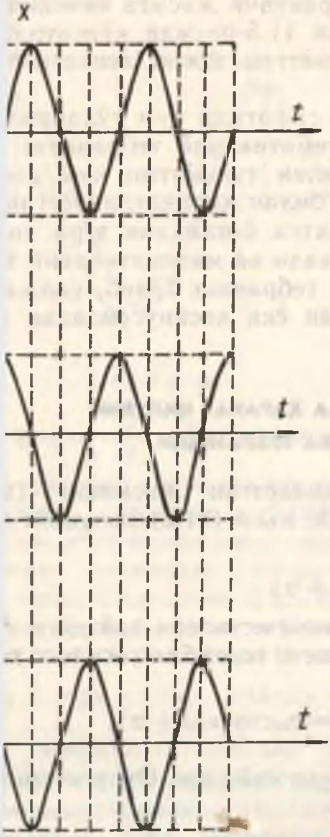
бунда $A\omega_0 = v_m$ — тезликнинг амплитуда қиймати. Охирги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$v = v_m \sin\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (11.8)$$

(11.8) формуладан кўринадики, *тебранувчи моддий нуқтанинг тезлиги ҳам гармоник қонун бўйича ўзгаради,* яъни тезлик ҳам силжиш каби ω_0 частота билан (T давр билан) ўзгаради. (11.2) ва (11.8) ифодаларни таққосласак, гармоник тебранувчи моддий нуқтанинг тезлиги силжишига нисбатан фаза жиҳатдан $\pi/2$ қадар олдинда эканлиги аён бўлади. Охирги иборани қуйидагича тушуниш керак: *силжиш энг катта қийматга эришганда тезлик нолга тенг ва аксинча, тезлик энг катта қийматга эга бўлганда силжиш нолга тенг бўлади,* яъни моддий нуқта мувозанат вазиятидан ўтаётганда ($x=0$) унинг тезлиги энг катта қийматга эришади.

Тебранувчи моддий нуқтанинг тезланиши тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки силжишдан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \alpha), \qquad (11.9)$$



11.7-расм

бунда $A\omega_0^2$ — тезланишнинг амплитуда қиймати (a_m) бинобарин, (11.9)ни

$$a=a_m\sin(\omega_0 t+\alpha+\pi) \qquad (11.10)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу тенгликдан кўринадики, *тебранувчи моддий нуқта тезланишининг ўзгариши ҳам* частотаси ω_0 (ва даври T) бўлган *гармоник тебранма ҳаракат қонуни бўйича содир бўлади.* (11.2) ва (11.9) ифодаларни таққослашдан гармоник тебранувчи моддий нуктанинг тезланиши силжишга нисбатан фаза бўйича π қадар олдинда эканлиги келиб чиқади, яъни *тезланиш ва силжиш қарама-қарши фаза бўйича ўзгаради.* (11.2) ифодага асосан (11.9) формула

$$a=-\omega_0^2 x \qquad (11.11)$$

кўринишга эга бўлади. Бундан кўринадики, гармоник тебранма ҳаракатдаги тезланиш силжишга мутаносиб бўлиб, йўналиши бўйича моддий нуктанинг мувозанат вазияти томон йўналган (манфий ишора тезланиш ва силжиш бирбирига нисбатан қарама-қарши фазада ўзгаришини билдиради). 11.7-расмда гармоник тебранма ҳаракат қилувчи моддий нукта- силжиши, тезлиги ва тезланиши орасидаги фазалар фарқлари слаб кўрсатилган.

§. ГАРМОНИК ТЕБРАНМА ҲАРАКАТНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИ

ебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси дейилганда наётган моддий нуктанинг ҳаракат тенгламаси тушунилади. оник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуктанинг ҳаракат амаси исталган пайтда унинг вазиятини ёки ҳолатини аниқа имкон беради. Пружинали тебрангич мисолида тебранаётган ий нуқтага тезланиш берувчи куч — пружинанинг (11.1) фор- билан ифодаланган қайишқоқлик кучидир:

$$F=-kx.$$

Бу куч таъсирида тебранувчи моддий нуқта

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega_0^2\sin(\omega_0 t+\alpha)$$

тезланиш олади ((11.9) ифодага қ.). У ҳолда Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx \text{ ёки } m\ddot{x}+kx=0.$$

Охирги тенгламани

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

тарзда ёзамиз ва ундаги $\frac{k}{m}$ нисбат мусбат сон бўлганлиги туфайли, уни ω_0^2 орқали белгилаймиз:

$$\frac{k}{m}=\omega_0^2. \qquad (11.12)$$

Натижада гармоник тебранма ҳаракатнинг қуйидаги дифференциал тенгламасига эга бўламиз:

$$\ddot{x}+\omega_0^2x=0. \qquad (11.13)$$

Демак, пружинали тебрангичнинг ҳаракат тенгламаси бир жинсли иккинчи тартибли (вақт бўйича силжишдан олинган ҳосиланинг тартибига кўра) дифференциал тенглама тарзида ифодаланади. (11.13) тенглама пружинали тебрангич мисолида келтириб чиқарилган бўлса ҳам, у барча гармоник тебранишлар учун ўринлидир ва унинг ечими гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракат қонунини ифодалайди. (11.13) тенгламанинг ечими

$$x=A\sin(\omega_0 t+\alpha) \qquad (б)$$

ёки

$$x=A\cos(\omega_0 t+\alpha) \qquad (в)$$

эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Бунинг учун (11.13) тенгламадаги $\ddot{x}$ ўрнига (11.9) ифодани, x ўрнига (11.2) ифодани қўйсак, (11.13) тенглама айниятга айланади, яъни (11.2) ва (11.9) тенгликлар (11.13) тенгламани қаноатлантиради. Бундан кўринадики, (11.13) дифференциал тенглама гармоник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламасидир ва унинг ечими бўлган (б) ва (в) ифодалар (силжиш қонунлари) тебранаётган моддий нуқтанинг исталган пайтдаги вазиятини ва ҳолатини аниқлашга имкон беради.

Гармоник тебранма ҳаракатнинг асосий хусусиятларидан бири унинг даврийлигидир. Юқоридаги (а) ва (11.12) тенгламалардан пружинали тебрангичнинг тебраниш даври учун

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (11.14)$$

а бўламиз, яъни мазкур тебрангичнинг *тебраниш даври нага осилган юк массасининг квадрат илдизига тўғри иб ва унинг қайишоқлик коэффициентининг квадрат илдизи- скари мутаносибдир.* (11.12) ифодадаги ω_0 — пружинали гичнинг **хусусий тебраниш частотаси** деб аталади.

нинг мувозанат вазияти атрофида гармоник тебранма ҳаракат ган тизимни **гармоник осциллятор** дейилади. Бинобa- (11.13) дифференциал тенглама гармоник осцилляторнинг ıт тенгламасидир (осциллятор — «тебранувчи» деган маънони ади).

11.5- §. МАТЕМАТИКАВИЙ ТЕБРАНГИЧ

илмайдиган вазнсиз ипдан ва унга осилган, массаси m бўлган й нуқтадан иборат тизимни математикавий тебрангич дейилади асм). Амалий жиҳатдан, узунлиги l бўлган чўзилмайдиган оғирлиги унга осилган моддий нуқтанинг оғирлигига нисбатан а олмаслик даражасида кичик бўлиши лозим. Тебрангич нат вазиятида бўлганда, 11.1-§ да таъкидлаб ўтилганидек, шарчанинг оғирлик кучи ипнинг таранглик кучи билан натда бўлади. Тебрангични мувозанат вазиятидан чиқарсак, ни мувозанат вазиятига нисбатан φ бурчакка оғдирсак, уни нат вазиятига қайтарувчи куч пайдо бўлади. Бу куч сон қан қуйидагига тенг (11.2-расмга қ.):

$$f_1 = mg\sin\varphi. \qquad (11.15)$$

пружинанинг қайишқоқлик кучига жуда ўхшаш, чунки бу куч пружинанинг қайишқоқлик кучи ҳам тебранувчи тизимни нат вазиятига қайтаришга интилади. Шу туфайли f_1 куч қоқлик кучи бўлмаса ҳам уни **квазиқайишқоқ** ıқоққа ўхшаш) **куч** деб юритилади.

имни мувозанат вазиятига қайтарувчи f_1 куч таъсирида и m бўлган шарча a тезланиш олади. Бу хусусий ҳол учун нинг иккинчи қонуни қуйидагича ёзилади:

$$m\bar{a} = -m\bar{g}\sin\varphi, \text{бундан } \bar{a} = -g\sin\varphi. \qquad (11.16)$$

й ишора $\bar{f}_1$ кучнинг йўналиши силжишга (яъни $\sin\varphi$ га) ı-қарши эканлигини билдиради. Математикавий тебрангич акка четланганда, шарча босиб ўтган траекторияни радиуси ıн (11.2-расмга қ.) айлананинг ёйи деб қараш мумкин. Шу н шарчанинг айлана ёйи бўйлаб ҳаракатидаги бурчак ıш (ε) чизиқли тезланиш (a) билан қуйидагича боғланган ифодага қ.):

$$a = \varepsilon l = \ddot{\varphi} l,$$

$\varepsilon = \ddot{\varphi}$ эканлиги эътиборга олинди. Энди бу ифодани (11.16) га , уни

$$\ddot{\varphi} l = -g\sin\varphi \text{ ёки } \ddot{\varphi} l + g\sin\varphi = 0 \qquad (11.17)$$

тарзда ёзиш мумкин. Тебрангичнинг кичик тебранишлари (тизимнинг унча катта бўлмаган бурчакка оғиши) билан чегараланамиз; у ҳолда $\sin\varphi\approx\varphi$ деб кабул қилиш мумкин. Шунга кўра (11.17) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\ddot{\varphi}l+g\varphi=0 \text{ ёки } \ddot{\varphi}+\frac{g}{l}\varphi=0.$$

Охирги тенгламада

$$\frac{g}{l}=\omega_0^2 \tag{11.18}$$

белгилашни киритиш муайян физикавий маънога эга. Натижада

$$\ddot{\varphi}+\omega_0^2\varphi=0 \tag{11.19}$$

кўринишдаги дифференциал тенгламага эга бўламиз. Бу дифференциал тенглама (11.13) тенгламанинг худди ўзи, фақат силжиш (x) четланиш бурчаги орқали, чизикли тезланиш ($\ddot{x}$) эса бурчак тезланиш ($\ddot{\varphi}$) орқали ифодаланган. Шу боисдан (11.19) тенгламанинг ечими:

$$\varphi=A\sin(\omega_0t+\alpha) \tag{11.20}$$

ёки

$$\varphi=A\cos(\omega_0t+\alpha) \tag{11.21}$$

эканлиги табиий (бунда α — тебранишнинг бошланғич фазаси, A — четланиш бурчагининг амплитуда қиймати). (11.20) ва (11.21) тенгламалар гармоник ҳаракат тенгламаларидир.

Демак, кичик тебранишларда математикавий тебрангич ўзининг мувозанат вазияти атрофида

$$\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}} \tag{11.22}$$

доиравий частота билан тебранма ҳаракат қилади. Бу частота математикавий тебрангичнинг хусусий тебраниш частотаси дейилади. Иккинчи томондан $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$ эканлигини ва (11.22) тенгликни назарда тутсак, математикавий тебрангичнинг тўла тебраниш даври

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{11.23}$$

бўлади. Бундан кўринадики, математикавий тебрангичнинг тўла тебраниш даври (ва хусусий тебраниш частотаси) фақат унинг узунлигига ҳамда оғирлик кучи таъсирида жисмнинг эркин тушиш тезланишига боғлиқ бўлиб, тебранувчи жисмнинг массасига ва тебраниш амплитудасига боғлиқ эмас.

11.6- §. ФИЗИКАВИЙ ТЕБРАНГИЧ. ИЗОХРОНЛИК

зикавий тебрангич деб, оғирлик марказидан ўтмайдиган ўқ ида тебранма ҳаракат қила оладиган қаттиқ жисмга айтилади расм). Мазкур ўқ (*О* нуқтадан ўтган ўқ) осилиш ўқи дейи- Бу ўқ оғирлик маркази (*С*) дан l масофада жойлашган. гични мувозанат вазияти (OO') дан бирор бурчакка, ик чап томонга, оғдирсак, оғирлик кучининг ташкил этувчиси мувозанат вазиятига қайтаришга интилади. Тебрангич оғирлик зидан ўтаётганда ўз инерцияси таъсирида ҳаракатини давом эттириб, ўнг томонга оғади ва бу жараён такрорланади, яъни у мувозанат вазияти атрофида тебранма ҳаракат қилади. Агар осилиш ўқидаги ишқаланиш кучини ҳисобга олмасак, тебраниш оғирлик кучининг $\vec{p}_\tau = -m\vec{g}\sin\varphi$ ташкил этувчиси туфайли содир бўлади. Манфий ишора $\vec{p}_\tau$ кучнинг четланиш ($\varphi \sim \sin\varphi$) га қарама-қарши эканлигини билдиради. $\vec{p}_\tau$ нинг таъсирида тебрангични мувозанат вазиятига қайтарувчи

11.8-расм

$$M = -mgl\sin\varphi \qquad (11.24)$$

га тенг куч моменти вужудга келади; бунда l — осилиш ўқига нисбатан $\vec{p}_\tau$ кучнинг елкаси.

Осилиш ўқига нисбатан жисмнинг инерция моментини I билан белгиласак, жисмга қўйилган куч моменти (қаттиқ жисм айланма ҳаракати динамикасининг асосий тенгламаси)

$$M = I\varepsilon = I\dot{\omega} = I\ddot{\varphi} \qquad (11.25)$$

ифодаланади. (11.24) ва (J1.25) тенгликлардан қуйидагига ламиз:

$$I\ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi. \qquad (11.26)$$

а айтилганларга кўра кичик тебранишлар учун $\sin\varphi \approx \varphi$ деб қилиб, (11.26) тенгликни

$$I\ddot{\varphi} + mgl\varphi = 0 \text{ ёки } \ddot{\varphi} + \frac{mgl}{I}\varphi = 0 \qquad (11.27)$$

шда ёзамиз. Охирги ифодани (11.19) тенглама билан ласак,

$$\frac{mgl}{I} = \omega_0^2 \qquad (11.28)$$

чиқади; бунда ω_0 — физикавий тебрангичнинг хусусий ниш частотаси дейилади. Шунга кўра (11.27) тенглама-

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad (11.29)$$

кўринишда ёзамиз. Бу тенглама (11.19) тенглама билан бир хил ва у гармоник тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламасидир, чунки (11.29) да силжиш ўрнида оғиш бурчаги (φ) қатнашаяпти. Маълумки унинг ечими $\varphi = A\sin(\omega_0 t + \alpha)$ ёки $\varphi = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$ кўринишга эга. (11.28), (11.29) ва охирги тенгликлардан шундай хулосага келамизки, кичик тебранишларда физикавий тебрангич

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \qquad (11.30)$$

хусусий частота билан ўзининг мувозанат вазияти атрофида гармоник тебранма ҳаракат қилади. Унинг тўла тебраниш даври, равшанки,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} \qquad (11.31)$$

формула билан аниқланади. Бу формулага кўра физикавий тебрангичнинг тебраниш даври унинг массаси (m) га боғлиқдек кўринади; аслида эса у массага эмас, балки массанинг тебрангичда тақсимланишини ифодаловчи катталик I/m га боғлиқ.

(11.31) тенгликни худди математикавий тебрангичнинг тебраниш даврига ўхшатиб

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

кўринишда ёзиш мумкин, бундаги $L = \frac{I}{ml}$ — физикавий тебрангичнинг келтирилган узунлиги дейилади ва у 11.8-расмда кўрсатилган OO' нуқталар орасидаги узунликка тенг. O' нуқта шундай хусусиятга эгаки, агар физикавий тебрангич осилган O нуқтадаги ўқни OC чизиқнинг давомидаги O' нуқтага кўчирсак, унинг тебраниш даври ўзгармайди.

(11.31) ифодадан кўринадики, кичик тебранишларда физикавий тебрангичнинг (пружинали ва математикавий тебрангичларнинг ҳам) тебраниш даври унинг тебраниш амплитудасига боғлиқ эмас. Агар тебраниш даври амплитудага боғлиқ бўлмаса, бундай тебранишлар *изохрон тебранишлар* дейилади. Демак, физикавий тебрангичнинг тебранишлари изохрон тебранишлардир. Тебрангичларнинг изохронлик хусусияти улардан вақт ўлчагич асбоб сифатида фойдаланишга имкон беради. Тебрангичли соатлар изохронлик ҳодисаси асосида ишлайди. Катта бурчакка (0,02 радиан ва ундан ортиқ) четланишларда тебрангичнинг изохронлиги бузилади.

11.7- §. ГАРМОНИК ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ ЭНЕРГИЯСИ

Гармоник тебранма ҳаракат қилаётган тизим ўзининг мувозанат вазиятидан четланганда, потенциал энергия учун ноль сатҳ деб ҳисобланган сатҳ (мувозанат вазият)га нисбатан вақт ўтиши билан у ҳар хил баландликка кўтарилади, яъни тизимнинг потенциал энергияси вақт ўтиши билан ўзгаради. Бу билан бир қаторда унинг кинетик энергияси ҳам вақт ўтиши билан ўзгаради: тизим ўзининг анат вазиятидан ўтаётганда, унинг тезлиги энг катта қийматга ди ва аксинча, мувозанат вазиятидан энг четга оғганда унинг и нолга тенг бўлади.

ергиянинг сақланиш қонунига кўра берк тизимнинг тўла яси (яъни потенциал ва кинетик энергиялар йиғиндиси) вақт билан ўзгармай қолади: тебраниш жараёнида тизимнинг иал энергияси кинетик энергияга ва аксинча, кинетик яси потенциал энергияга айланиб туради — жисм ўзининг анат вазиятидан энг катта четланганда унинг тўла энергияси потенциал энергиядан, мувозанат вазиятидан ўтаётганда эса тўла энергияси фақат кинетик энергиядан иборат бўлади.

ергиянинг сақланиш қонунини пружинали тебрангич мисолида чиқайлик. (6.22) ифодага кўра мувозанат вазиятидан офага силжитилган пружинали тебрангичнинг потенциал яси:

$$E_п=\frac{kx^2}{2}.$$

n ((11.12) ифодага к) ва $x=A\sin(\omega_0 t+\alpha)$ эканлигини рга олиб, юқоридаги тенгликни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$E_п=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2\sin^2(\omega_0 t+\alpha). \qquad (11.32)$$

р тенглама тизим потенциал энергиясининг вақт ўтиши билан шини ифодалайди.

лиги нолдан фарқли бўлган барча вазиятларда массаси ган моддий нуқтанинг кинетик энергияси ҳам нолдан фарқли,

$$E_к=\frac{1}{2}mv^2.$$

ник тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг тезлиги ҳам ник тарзда ўзгаради. Шунинг учун (11.7) ифодани назарда , тебранаётган моддий нуқтанинг кинетик энергияси

$$E_к=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2\cos^2(\omega_0 t+\alpha) \qquad (11.33)$$

шда ёзилади.

.32) ва (11.33) ифодалардан кўринадики, моддий нуқтанинг иал ва кинетик энергиялари вақт ўтиши билан 0 дан A^2 гача гармоник равишда ўзгаради.

ергиянинг сақланиш қонунига кўра гармоник тебранма ҳаракат ган моддий нуқтанинг тўла энергияси E унинг потенциал ва к энергияларининг йиғиндисидан иборат:

$$E=E_п+E_к=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2[\sin^2(\omega_0 t+\alpha)+\cos^2(\omega_0 t+\alpha)];$$

бунда ўрта қавс ичидаги ифода, маълумки, 1 га тенг. Шундай қилиб, гармоник тебранма ҳаракатнинг тўла энергияси

$$E=\frac{1}{2}\,m\omega_0^2A^2=\text{const} \qquad (11.34)$$

вақт ўтиши билан ўзгармайди (бу ердаги m, ω_0, A — қаралаётган тизим учун ўзгармас катталиклар).

Тригонометриядан маълум бўлган

$$\cos^2(\omega_0t+\alpha)=\frac{1}{2}[1+\cos2(\omega_0t+\alpha)],$$

$$\sin^2(\omega_0t+\alpha)=\frac{1}{2}[1-\cos2(\omega_0t+\alpha)]$$

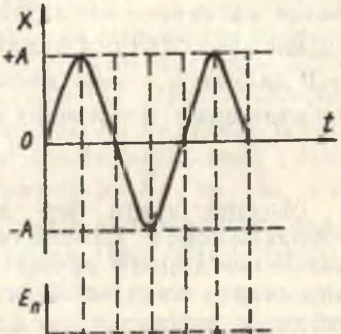
формулалардан фойдаланиб, (11.32) ва (11.33) ифодаларни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$E_п=\frac{1}{4}\,m\omega_0^2A^2[1-\cos(2\omega_0t+2\alpha)], \qquad (11.35)$$

$$E_к=\frac{1}{4}\,m\omega_0^2A^2[1+\cos(2\omega_0t+2\alpha)]. \qquad (11.36)$$

Охирги икки формуладан кўринадики, гармоник тебранаётган моддий нуқтанинг кинетик ва потенциал энергиялари ҳам вақт ўтиши билан гармоник қонуният бўйича ўзгаради, лекин мазкур ўзгариш силжиш (x) га нисбатан икки баравар катта частота ($2\omega_0$) билан ва $\frac{1}{4}m\omega_0^2A^2$ амплитуда билан содир бўлади. 11.9-расмда x, $E_п$ ва $E_к$ катталикларнинг вақтга боғлиқлик эгри чизиқлари келтирилган ($E_т$ — тўла энергия).

Пировардида шуни таъкидлаш лозимки, гармоник тебранма ҳаракатларда энергиянинг бир турдан иккинчи турга (кинетик энергия потенциал энергияга ва аксинча) айланишининг ҳамда энергиянинг сақланиш қонунининг яққол намоён бўлишини кўрамиз.



11.9-расм

1.8-§. АМПЛИТУДА-ВЕКТОР УСУЛИ. БИР ЙЎНАЛИШДАГИ БИР ХИЛ ЧАСТОТАЛИ ТЕБРАНИШЛАРНИ ҚЎШИШ

моник тебранишлар кўпинча чизма равишда амплитуда-
усули билан тасвирланади ва бу усул вектор диаграмма
деб ҳам аталади. Бу усулнинг моҳияти қуйидагидан иборат:
аги ихтиёрий O нуқтадан узунлиги тебраниш амплитудасининг
йматига тенг бўлган A векторни шундай жойлаштирамизки
расм), бу вектор OX ўқи билан тебранишнинг бошланғич
α га тенг бурчак ҳосил қилсин. Агар A векторни O нуқта
да соат милига тескари йўналишда ω_0 бурчак тезлик билан
а ҳаракатга келтирсак, бу векторнинг X ўқидаги проекцияси
A орасида ўзгаради. Расмдан кўринишича, t вақтдан сўнг
X ўқидаги проекцияси

$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$$

, бу эса тебранувчи моддий нуқтанинг t пайтдаги силжи-
р. Шундай қилиб, ω_0 частота билан содир бўлаётган гармоник
ишни X ўқидаги ихтиёрий нуқта атрофида ω_0 бурчак тезлик
айланувчи амплитуда вектори ($\vec{A}$) нинг шу ўқдаги проекция-
вақт бўйича ўзгариши тарзида тасвирлаш мумкин; бунда $t=$
йтдаги $\vec{A}$ векторнинг X ўқ билан ташкил қилган бурчаги
ишнинг бошланғич фазасини ифодалайди.

* * *

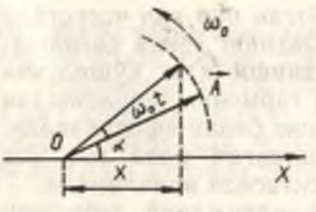
дий нуқта бир вақтнинг ўзида икки ва ундан ортиқ
ишларда қатнашиши мумкин. Масалан, юриб кетаётган
инг шипига пружинали тебрангични осиб ва уни мувозанат
идан чиқариб (айтайлик x масофага пастга чўзиб) қўйиб
к, тебрангич вагоннинг шипига нисбатан тик йўналишдаги
й тебранишлардан ташқари вагон билан биргаликда тебранма
тда қатнашади, чунки вагоннинг ўзи ҳам темир йўлнинг
н жойларидан ўтганда тик йўналишда тебранма ҳаракатга
. Шундай қилиб, Ер билан боғлиқ саноқ тизимида пружинали
гич бир томонга уфққа нисбатан тик йўналган иккита
ишда иштирок этади.

дий нуқта бир хил йўналиш бўйича бир хил частота, лекин
а амплитуда ва бошланғич фазалар билан содир бўлаётган
ебранишда қатнашаётган бўлсин. Шунга кўра бу икки
иш қонуниятлари:

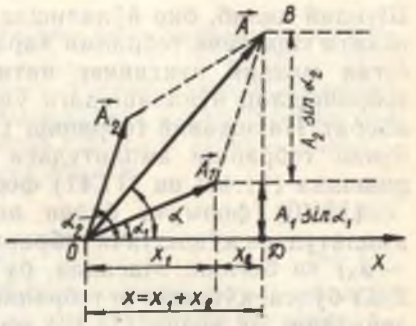
$$x_1 = A_1\cos(\omega_0 t + \alpha_1), \tag{11.37}$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega_0 t + \alpha_2) \tag{11.38}$$

ифодаланиши мумкин. Ҳар икки тебранма ҳаракат бир
шда содир бўлаётганлиги туфайли натижавий тебраниш, яъни
вий силжиш алоҳида силжишларнинг йиғиндисидан иборат
гини тасаввур этиш қийин эмас. Қўшилувчи тебранишларнинг
лари (даврлари) бир хил бўлганлиги туфайли T вақт



11.10-расм



11.11-расм

ўтгандан сўнг x_1 ва x_2 силжишлар ўзларининг дастлабки қийматларига эга бўлади. Шунинг учун тебранишларнинг (силжишларнинг) алгебраик йиғиндиси (x) ҳам частотаси ω_0 га тенг бўлган даврий тебранма ҳаракатдан иборат бўлади, яъни

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \alpha). \qquad (11.39)$$

Натижавий тебранишдаги x, A, α катталикларни топиш учун юқорида баён этилган айланувчи амплитуда-вектор усулини қўллаймиз. Шу мақсадда $\vec{A}_1$ ва $\vec{A}_2$ векторларни 11.11-расмда кўрсатилгандек, X ўқидаги O нуқтадан бошлаб мос равишда α_1 ва α_2 бурчак остида чизамиз. Векторларни қўшиш қоидасига асосан натижавий тебранишларнинг амплитуда вектори ($\vec{A}$) — томонлари $\vec{A}_1$ ва $\vec{A}_2$ векторлардан иборат бўлган параллелограммнинг диагоналидир. Энди, $\vec{A}_1$ ва $\vec{A}_2$ векторларни бир хил бурчак тезлик (ω_0) билан О нуқта атрофида соат милига тескари йўналишда айлантирсак, натижавий вектор $\vec{A}$ ҳам ω_0 бурчак тезлик билан ўша йўналишда айланади, чунки иккала вектор бир хил бурчак тезлик билан ҳаракатланганлиги туфайли улар орасидаги бурчак (фазалар фарқи) $\alpha_2 - \alpha_1$ вақт ўтиши билан ўзгармай қолади. Бундан натижавий тебраниш частотаси худди қўшилувчи тебранишлар частотаси каби ω_0 га тенг, деган хулоса келиб чиқади. Бинобарин, $\vec{A}_1$ ва $\vec{A}_2$ векторларнинг X ўқидаги проекциялари x_1 ва x_2 (11.37) ҳамда (11.38) қонуниятлар бўйича гармоник равишда ўзгаради.

$\vec{A}$ нинг қийматини топиш учун 11.11-расмдаги параллелограммга косинуслар теоремасини қўллаймиз:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos[\pi - (\alpha_1 - \alpha_2)] =$$
$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_1 - \alpha_2). \qquad (11.40)$$

Натижавий векторнинг бошланғич фазасини OBD учбурчакдан топамиз:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BD}{OB} = \frac{A_1\sin\alpha_1 + A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2}. \qquad (11.41)$$

і қилиб, бир йўналишда содир бўлаётган бир хил частотали гармоник тебранма ҳаракатда бир вақтнинг ўзида қатнаша- іоддий нуқтанинг натижавий тебраниши ҳам қўшилувчи шлар йўналишидаги ўша частотали гармоник тебранишдан Натижавий тебраниш (11.39) қонуният билан ифодаланади, гебраниш амплитудаси (A) ва бошланғич фаза (α) мос а (11.40) ва (11.41) формулалар воситасида аниқланади.

40) формула билан аниқланадиган натижавий тебраниш удаси қўшилувчи тебранишлар фазаларининг айирмаси (α_2- а боғлиқ. Масалан, бу формулада $\alpha_2-\alpha_1=2n\pi$, ($n=0$, 1, лса, қўшилувчи тебранишлар бир хил фазада содир бўлаяпти ди. Бу ҳолда (11.40) тенгликдан:

$$A^2=(A_1+A_2)^2 \text{ ёки } A=A_1+A_2$$

и келиб чиқади, яъни натижавий тебраниш амплитудаси вчи тебранишлар амплитудасининг йиғиндисига тенг. Агар $=(2n+1)\pi$ бўлса, тебранишлар қарама-қарши фазада Бу ҳолда

$$A=A_1-A_2$$

яъни натижавий амплитуда қўшилувчи тебранишлар удалари айирмасининг мутлақ қийматига тенг; хусусан, $A_1=$ ўлса, $A=0$ бўлади. Бу натижани вагоннинг шипига осилган али тебрангич мисолида қуйидагича тасаввур қилиш мумкин: й пайтда пружинага осилган металл шарча пастга томон а силжий бошлади дейлик, вагоннинг Ерга нисбатан іши эса айни пайтда юқорига томон йўналган бўлади ва Ер боғланган саноқ тизимидаги кузатувчига нисбатан металл тинч ҳолатда бўлади.

анишларни қўшишда юқорида зикр этилган айланувчи уда-вектор усули физиканинг ёруғлик ҳодисаларини ўрганиш да кенг қўлланилади. Чунончи, бир неча манбадан келаётган і частотали ёруғлик тўлқинлари фазонинг бирор нуқтасида а, бу тўлқинларнинг натижавий амплитудасини аниқлашда вчи амплитуда-вектор усули кўргазмалилик жиҳатидан а устунликларга эга.

11.9-§. ЎЗАРО ТИК БЎЛГАН ТЕБРАНИШЛАРНИ ҚЎШИШ

дий нуқта бир вақтнинг ўзида ўзаро тик йўналишлардаги бир стотали иккита тебранишда қатнашиши мумкин. Бундай иш билан танишиш мақсадида узунлиги l бўлган ингичка ипга металл шарча (математикавий тебрангич)нинг X ва рдината ўқлари бўйлаб тебранишини олиб қарайлик расм). Бу ҳолда ҳар иккала (X ва Y) йўналишда ҳам тикавий тебрангичнинг хусусий тебраниш частотаси бир хил, ҳар иккала йўналишдаги тебранишлар частотаси унинг и (l) билан аниқланади. Математикавий тебрангичнинг ўзаро алишлардаги тебранишларда бир вақтнинг ўзида иштирок и амалга ошириш учун X координата ўқи йўналишида тебраниб турган шарчага Y координата ўқи йўналишида бошланғич туртки билан таъсир этиш кифоя.

Шарчанинг натижавий тебранишдаги траекториясини аниқлаш X ва Y координата ўқлари бўйича тебранишларни қўшиш воситасида амалга оширилади. Мазкур ўқлар бўйича гармоник тебранишлардаги силжиш қонуниятларини қуйидагича ёзамиз:

$$x = A_1 \sin(\omega_0 t + \alpha_1), \tag{11.42}$$

$$y = A_2 \sin(\omega_0 t + \alpha_2). \tag{11.43}$$

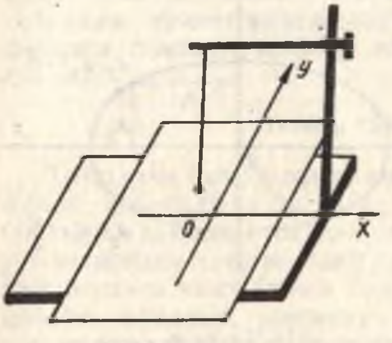
Умумий ҳолда, шарчанинг натижавий траекторияси мураккаб эгри чизиқдан иборат бўлади. Бир неча хусусий ҳолларни қараб чиқайлик:

1. Тебранишларнинг бошланғич фазалари ўзаро тенг ($\alpha_1 = \alpha_2$). Бу ҳолни амалга ошириш учун X координата ўқи бўйлаб тебранаётган шарчага у ўзининг мувозанат вазиятидан ўтаётганда, унга Y координата ўқи йўналишида (11.12-расм) бошланғич туртки бериш лозим. Шарчанинг натижавий траекториясини аниқлаш учун (11.42) тенгликнинг (11.43) тенгликка нисбатини оламиз ($\alpha_1 = \alpha_2$):

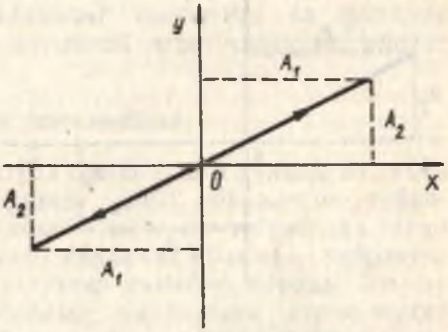
$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2},$$

бундан

$$y = \frac{A_1}{A_2} x \tag{11.44}$$



11.12-расм



11.13-расм

га эга бўламиз. Бу эса тўғри чизиқ тенгламасидир, яъни шарча координата бошидан ўтувчи ана шу тўғри чизиқ бўйича тебранади (11.13-расм). Унинг мувозанат вазиятидан силжиши

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

муносабат билан аниқланади. Бу формуладаги x ва y лар ўрнига (11.42) ва (11.43) ифодаларни қўйиб, шарчанинг мувозанат вазиятидан силжиш қонуниятини топамиз:

$$r = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \sin \omega_0 t$$

$\alpha_1=\alpha_2=0$ эканлиги назарда тутилди). Охирги тенгликдан адики, шарча ўз мувозанат вазияти атрофида (11.44) формула ифодаланган тўғри чизиқ бўйлаб частотаси ω_0 ва амплитудаси $-A_2^2$ бўлган гармоник тебранма ҳаракат килади (11.13-расм).

$\alpha_1-\alpha_2=\pi$ бўлсин, бундан $\alpha_1=\alpha_2+\pi$ бўлади. У ҳолда) тенглик қуйидагича ёзилади:

$$x=A_1\sin(\omega_0 t+\alpha_2+\pi)=-A_1\sin(\omega_0 t+\alpha_2). \qquad (11.45)$$

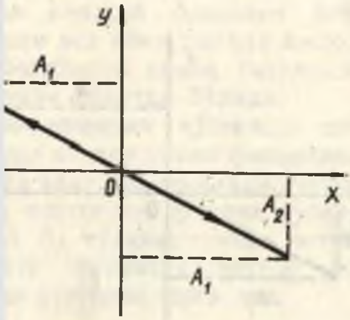
) тенгликнинг (11.45) тенгликка нисбатини олсак, қуйидагига ламиз:

$$y=-\frac{A_2}{A_1}x. \qquad (11.46)$$

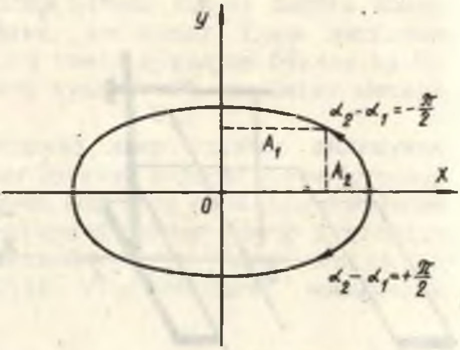
да шарчанинг натижавий тебраниш траекторияси координата ан ўтувчи (11.46) ифода билан берилган тўғри чизиқ бўйича -расмда кўрсатилгандек) гармоник тебранма ҳаракатдан бўлади.

$_1-\alpha_2=\pi/2$ бўлсин, бу тенгликни $\alpha_1=\alpha_2+\frac{\pi}{2}$ кўринишда умкин. У ҳолда (11.42) тенглик

$$x=A_1\sin\left(\omega_0 t+\alpha_2+\frac{\pi}{2}\right)=A_1\cos(\omega_0 t+\alpha_2) \qquad (11.47)$$



11.14-расм



11.15-расм

шга келади. Энди (11.47) ва (11.43) ифодаларни

$$\frac{x}{A_1}=\cos(\omega_0 t+\alpha_2), \quad \frac{y}{A_2}=\sin(\omega_0 t+\alpha_2)$$

ёзамиз. Охирги икки тенгликни квадратга кўтариб, сўнг бир-бирига қўшсак, қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1, \qquad (11.48)$$

бу эса эллипс тенгламасидир. Унинг ўқлари координата ўқлари бўйлаб йўналган бўлиб, тебраниш амплитудалари (A_1 ва A_2) эллипснинг мос ярим ўқларига тенг (11.15-расм). Агар $\alpha_1-\alpha_2=$ $=+\frac{\pi}{2}$ бўлса, шарчанинг ҳаракати мазкур эллипс бўйича соат милининг ҳаракат йўналиши бўйлаб, $\alpha_1-\alpha_2=-\frac{\pi}{2}$ бўлган ҳолда эса соат милининг ҳаракатига тескари йўналишда содир бўлади.

(11.48) тенгликдан кўринадики, агар қўшилувчи тебранишлар амплитудалари ўзаро тенг ($A_1=A_2=A$) бўлса натижавий ҳаракат траекторияси

$$x^2+y^2=A^2 \tag{11.49}$$

кўринишга келади. Бу эса радиуси A га тенг бўлган айлана тенгламасидир. Демак, шарча (умумий ҳолда моддий нукта) бир вақтнинг ўзида ўзаро тик йўналишлардаги бир хил частотали ва бир хил амплитудали иккита тебранишда қатнашса, тебранишнинг натижавий траекторияси айланадан иборат бўлади.

Ўзаро тик йўналишлардаги тебранишларни қўшиш бўйича юқорида қилинган хулосалар қутбланган ёруғлик нурларининг интерференциясини (физиканинг оптика бўлими) ўрганишда кенг қўлланилади.

Биз ўзаро тик йўналишлардаги тебранишларни қўшишда энг оддий хусусий ҳолларни кўриб ўтдик. Бошқа ҳолларда, масалан, қўшилувчи тебранишлар частоталари ўзаро тенг бўлмаса, натижавий тебраниш траекторияси частоталарнинг нисбатига ва фазалар фарқига боғлиқ равишда анча мураккаб эгри чизиқдан иборат бўлади.

11.10- §. СЎНУВЧИ ТЕБРАНИШЛАР

Ҳозиргача биз ўзгармас амплитуда билан содир бўладиган, яъни фақат квазиқайишқоқ куч таъсирида содир бўладиган тебранишларни қарадик. Амалда ҳар қандай тизимнинг тебраниши (агар у ташқаридан энергия олиб турмаса) сўнувчан бўлади — тебраниш амплитудаси вақт ўтиши билан узлуксиз камайиб боради. Бунинг сабаби шундаки, жисмнинг тебранма ҳаракатига атроф-муҳит томонидан қаршилик кўрсатилади ва бинобарин, тизим ўз энергиясини муҳит қаршилигини енгишга, таянч ва осмалардаги ишқаланишларга узлуксиз равишда сарфлайди. Шу боисдан тебранма ҳаракат тенгламасини ифодаловчи Ньютоннинг иккинчи қонунида квазиқайишқоқ куч ($F=-kx$) билан бир қаторда муҳитнинг қаршилик кучи ҳам иштирок этиши лозим. Тажрибаларнинг кўрсатишича унча катта бўлмаган тезликлар учун муҳитнинг қаршилик кучи, шу жумладан ишқаланиш кучи ҳам, тезликка тўғри мутаносиб бўлиб, ҳаракат йўналишига нисбатан тескари томонга йўналган:

$$F_к=rv=-r\frac{dx}{dt}=-r\dot{x}, \tag{11.50}$$

r — муҳитнинг қаршилик коэффициенти. Сўнувчи тебра-
ни ифодаловчи Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўри-
а ёзилади:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\frac{dx}{dt}$$

$$m\ddot{x}+r\dot{x}+kx=0.$$

и тенгламанинг ҳар иккала томонини m га бўламиз:

$$\ddot{x}+\frac{r}{m}\dot{x}+\frac{1}{m}kx=0.$$

нгламада

$$\frac{k}{m}=\omega_0^2,\quad \frac{r}{m}=2\delta \tag{11.51}$$

лашларни киритсак, у қуйидаги кўринишга келади:

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=0, \tag{11.52}$$

одадаги ω_0 тизимнинг муҳитнинг қаршилиги бўлмаган ҳолдаги
ий тебраниш частотаси, δ — сўниш коэффициенти.
тнинг қаршилигини ўзида акс эттирувчи (11.52) тенгламанинг
$\delta<\omega_0$ бўлган ҳол учун қуйидагича:

$$x=A_0e^{-\delta t}\cdot\sin(\omega t+\alpha). \tag{11.53}$$

A_0 — тебранишнинг бошланғич ($t=0$ бўлгандаги) амплитуда-
$e^{-\delta t}$ кўпайтма t пайтдаги сўнувчи тебраниш амплитудасини
лайди; ω — сўнувчи тебраниш частотаси, унинг қиймати
аги муносабат билан аниқланади:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\frac{r^2}{4m^2}}=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}. \tag{11.54}$$

одадан кўринадики, сўнувчи тебраниш частотаси (ω) хусусий
иш частотаси (ω_0) дан кичик.
.54) тенгликка биноан сўнувчи тебраниш даври:

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}.$$

кўрсаткичи (коэффициенти) ортиши билан тебранишлар
ортади (тебранишлар частотаси камаяди).
увчи тебранишда силжишнинг ((11.53) боғланишнинг) вақт
билан ўзгариши 11.16-расмда тасвирланган. (11.53) формула-
11.16-расмдан кўринишича, сўнувчи тебранишлар амплитуда-
г ўтиши билан

$$A=A_0e^{-\delta t} \tag{11.55}$$

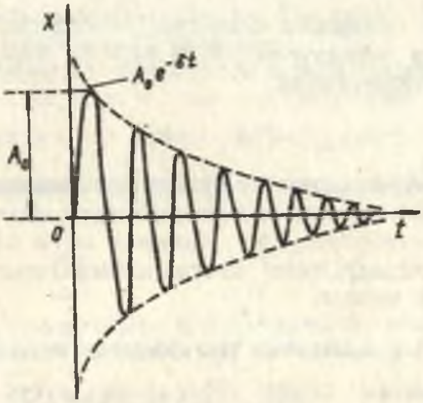
(экспоненциал қонун) бўйича камайиб боради.

Сўнувчи тебранишда бир-биридан тебраниш даври T га фарқ қилувчи иккита кетма-кет амплитудалар нисбати:

$$\frac{A_0e^{-\delta t}}{A_0e^{-\delta(t+T)}} = e^{\delta T}$$

сўниш декременти деб аталади, унинг натурал логарифми эса сўнишнинг логарифмик декременти дейилади ва λ билан белгиланади:

$$\lambda = \ln\frac{A_0e^{-\delta t}}{A_0e^{-\delta(t+T)}} = \delta T. \qquad (11.56)$$



11.16-расм

Бу катталик сўнишнинг ўлчови сифатида қўлланилади. (11.56) тенгламадан кўринишича, сўниш коэффициенти δ бир даврга тенг вақтдаги сўнишни акс эттиради.

Сўнишнинг ўлчови бўлган λ қандай катталик эканини аниқлайлик. Шу мақсадда (11.55) ифодани

$$\frac{A_0}{A} = e^{\delta t}$$

кўринишда, (11.56) ифодани эса $\delta = \lambda/T$ кўринишда ёзсак, бу охирги икки тенгламадан:

$$\frac{A_0}{A} = e\frac{X}{T}t \qquad (11.57)$$

ифодага эга бўламиз; бунда A_0 — бошланғич амплитуда, A эса t пайтдаги амплитуда. Сўнувчи тебранишда амплитуда $e = 2{,}73$ марта камайиши учун кетган $t = \tau$ вақт давомида тизим N марта тебранган бўлса:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{\tau}{T}$$

ди ва (11.57) ифода

$$\frac{A}{A_0}=e^{N\lambda}$$

нишни олади. Шартга кўра, $A_0/A=e$ бўлганлиги учун $e^{N\lambda}=e$
ундан $N\lambda=1$ ёки

$$\lambda=\frac{1}{N} \qquad (11.58)$$

лиги келиб чиқади. Охирги тенгликдан кўринадики, *сўнишнинг*
рифмик декременти амплитуда е марта камайиши учун кетган
ичида содир бўлувчи тебранишлар сонини аниқловчи катта-
ир.

ебранишнинг сўнишини бошқача тавсифлаш ҳам мумкин. Бу
адда кўпинча тебранувчи тизимнинг асллиги (Q) деган
аликдан фойдаланилади:

$$Q=\frac{\pi}{\lambda}=\pi N.$$

ормуладан кўринадики, тебранувчи тизимнинг асллиги Q сон
атдан тебранишлар амплитудаси e марта камайиши учун кетган
давомидаги тебранишлар сонининг π га кўпайтмасига тенг.
қача айтганда, Q нинг катта қийматларига λ нинг кичик
атлари тўғри келади.

11.11- §. МАЖБУРИЙ ТЕБРАНИШЛАР. РЕЗОНАНС

абиий шароитда содир бўладиган хусусий тебранишлар,
ида кўрдикки, сўнувчан бўлади, чунки тебраниш жараёнида
идаги энергия ишқаланиш кучини ва муҳитнинг қаршилик
ни енгишга сарфланиб боради. Сўнмайдиган тебранишларни
л қилиш учун тизимга ташқаридан даврий равишда энергия
илиб турилиши керак. Даврий ўзгарувчан ташқи куч таъсирида
ида вужудга келадиган тебранишларга *мажбурий тебранишлар*
лади. Масалан, биз телефонда гаплашганимизда микрофон
аси (мембранаси) тебранаётган (босими ўзгараётган) ҳаво
ирида, ҳаво эса бизнинг томоқ-бурун бўшлиғимиздаги товуш
аларининг тебраниши таъсирида мажбурий тебранма ҳаракат
ди. Радио карнайи, мотори ишлаб турган машина ёки дастгоҳ
усларининг тебранишлари (титраши) мажбурий тебранишлар-
Пружинали тебрангич мисолида ҳам пружинага осилган юкка
алл шарчага) тик йўналишда даврий равишда туртки бериб
са, унинг тебраниши мажбурий тебраниш бўлади.

ажбурий тебранишларнинг эркин тебранишлардан фарқи
аки, мажбурий тебранишларнинг частотаси тизимнинг ўз хусу-
идан келиб чиқмай, балки ташқи таъсирнинг частотаси билан
ланади. Қуйида биз энг оддий ҳолни — тизимга таъсир этувчи
и куч гармоник қонун билан ўзгарадиган ҳолни қараб чиқиш
н чегараланамиз, яъни ташқи куч ω частота билан

$$F=F_0\cos\omega t$$

тарзда ўзгарсин, бунда $\vec{F}_0$ — ташқи кучнинг амплитуда қиймати. Даврий равишда ўзгариб турадиган бундай ташқи кучни мажбур этувчи куч дейилади. Тинч турган тизимга ўзгарувчан ташқи куч таъсир қилса, у ўзининг мувозанат вазиятидан аста-секин қўзғала бошлайди. Мазкур жараёнда ташқаридан берилган энергия қисман тизимнинг ҳаракат энергиясини оширишга сарфланса, қисман ишқаланиш кучини ҳамда муҳитнинг қаршилик кучини енгишга сарфланади, шу билан бирга тебранишнинг амплитудаси орта боради. Бирор вақтдан кейин тизим томонидан ишқаланиш кучини ва муҳитнинг қаршилик кучини енгишга вақт бирлиги ичида сарфланаётган энергия ташқаридан узатилаётган энергияга тенг бўлиб қолади. Шу пайтдан бошлаб тизимнинг тебраниши барқарорлашади, яъни у ўзгармас амплитуда билан тебрана бошлайди. Барқарор ҳолатга келган тебранишларни қараб чиқайлик.

Мажбурий тебранма ҳаракат қилаётган тизимга бир вақтнинг ўзида квазиқайишқоқ куч $(-kx)$ ва муҳитнинг қаршилик кучи $(-r\frac{dx}{dt})$ дан ташқари, ташқи куч $(F=F_0\cos\omega t)$ ҳам таъсир этади. Бинобарин, мажбурий тебранишлар учун Ньютоннинг иккинчи қонунини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\frac{dx}{dt}+F_0\cos\omega t.$$

11.11-§ даги белгилашлардан фойдаланиб бу тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2x=\frac{F_0}{m}\cos\omega t. \qquad (11.59)$$

Барқарор ҳолатга келган мажбурий тебраниш ω частота билан содир бўлишини кўзда тутсак, (11.59) тенгламанинг ечимини

$$x=A\cos(\omega t+\alpha) \qquad (11.60)$$

тарзда ифодалаш мақсадга мувофиқ бўлади. (11.60) ифода (11.59) тенгламанинг ечими эканлигини текшириб кўрамиз. Бунинг учун $x=-\omega A\sin(\omega t+\alpha)$; $\ddot{x}=-\omega^2A\cos(\omega t+\alpha)$ эканлигини эътиборга олиб, (11.60) ифодани ва охирги икки тенгликни (11.59) тенгламага қўямиз. Натижада мазкур тенглама айниятга айланади ва ундан мажбурий тебраниш амплитудаси A ни аниқлаймиз:

$$-\omega^2A\cos(\omega t+\alpha)-2\delta\omega A\sin(\omega t+\alpha)+\omega_0^2A\cos(\omega t+\alpha)=$$

$$=\frac{F_0}{m}\cos\omega t.$$

Маълум тригонометрик формулалардан фойдаланиб (синус ва косинусларни ёйиб чиқиб), бу тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$-\omega^2A(\cos\omega t\cos\alpha-\sin\omega t\sin\alpha)-2\delta\omega A(\sin\omega t\cos\alpha+\cos\omega t\sin\alpha)+$$

$$+\omega_0^2A(\cos\omega t\cos\alpha-\sin\omega t\sin\alpha)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t.$$

нглама айниятга айланиши учун чап ва ўнг томондаги cosωt ва олдидаги коэффициентлар ўзаро тенг бўлиши керак:

$$-\omega^2 A\cos\alpha = 2\delta\omega A\sin\alpha - \omega_0^2 A\cos\alpha + \frac{F_0}{m};$$

$$\omega^2 A\sin\alpha = 2\delta\omega A\cos\alpha + \omega_0^2 A\sin\alpha.$$

и икки тенгламани

$$A(\omega_0^2-\omega^2)\cos\alpha - 2\delta\omega A\sin\alpha = \frac{F_0}{m}, \qquad (11.61)$$

$$A(\omega_0^2-\omega^2)\sin\alpha + 2\delta\omega A\cos\alpha = 0 \qquad (11.62)$$

ишда ёзамиз. Энди уларни алоҳида-алоҳида квадратга кўта- ўнгра ҳадма-ҳад қўшсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$A^2[(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2]^2 = \frac{F_0^2}{m^2}.$$

н тизимнинг мажбурий тебраниш амплитудаси

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2}} + 4\delta^2\omega^2. \qquad (11.63)$$

иги келиб чиқади. (11.62) тенгламадан эса мажбурий тебраниш ини аниқлаймиз:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = -\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}. \qquad (11.64)$$

) ва (11.64) тенгликлардан кўринадики, мажбурий тебраниш тудаси ва фазаси ташқи кучнинг ўзгариш частотаси (ω) га қ равишда ўзгаради ($\omega_0=\mathrm{const}$). Амплитуда ва фаза ташқи нг ўзгариш частотасига қандай боғлиқлигини қараб чиқайлик.

плитуда энг катта қийматга эришиши учун (11.63) ифоданинг жи энг кичик қийматга эришиши лозим. Махраж энг кичик тга эришиши учун илдиз остидаги ифоданинг ҳосиласи нолга ўлиши керак:

$$-2(\omega_0^2-\omega^2)2\omega + 8\delta^2\omega = 0 \text{ ёки } -(\omega_0^2-\omega^2) + 2\delta^2 = 0,$$

н:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2.$$

, ташқи кучнинг частотаси

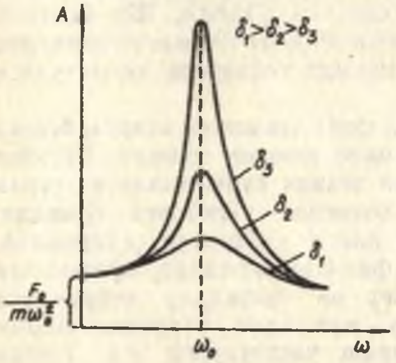
$$\omega = \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \qquad (11.65)$$

да мажбурий тебраниш амплитудаси энг катта қийматга ди. Бу ҳодиса резонанс ҳодисаси дейилади ва ташқи г бу частотаси резонанс частота дейилади.

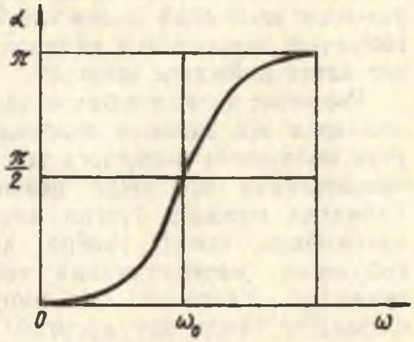
Резонанс частотада мажбурий тебраниш амплитудаси нимага тенг эканлигини аниқлайлик. Шу максадда (11.65) тенгликни (11.63) га қўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}. \qquad (11.66)$$

Кўриниб турибдики, δ камайган сари мажбурий тебраниш амплитудаси A_p ошиб боради. Хусусий ҳолда, яъни сўниш бўлмаганда ($\delta = 0$ бўлганда), резонанс частота тизимнинг хусусий тебраниш частотасига тенг бўлиши ((11.65) тенгликка қ.) ва мажбурий тебраниш амплитудаси чексиз катта қийматга эришиши керак. Табиий шароитларда эса δ нинг қиймати нолдан фарқли, бинобарин A_p чексиз катта бўла олмайди. δ нинг қиймати нолдан фарқли бўлганлиги туфайли ташқи кучнинг частотаси тизимнинг хусусий тебраниш частотасига яқинлашганда резонанс ҳодисаси содир бўлади. Бинобарин, *резонанс ҳодисаси ташқи кучнинг ўзгариш частотаси тизимнинг хусусий тебраниш частотасига яқинлашганда мажбурий тебраниш амплитудасининг кескин ошишидан иборат* экан.



11.17-расм



11.18-расм

Сўниш коэффициентининг ҳар хил қийматларида мажбурий тебраниш амплитудасининг ташқи куч частотасига боғлиқлик эгри чизиқлари 11.17-расмда тасвирланган; бу эгри чизиқлар резонанс эгри чизиқлари дейилади. Ташқи кучнинг ўзгариш частотаси нолга тенг бўлганда, яъни тизимга ўзгармас куч таъсир қилганда, резонанс эгри чизиқлари амплитуда ўқини

$$A_0 = \frac{F_0}{m\omega^2} \qquad (11.67)$$

қийматда кесиб ўтади (11.17-расмга қ.). Бу тизимга ўзгармас куч ($\omega = 0$) таъсир этиб турса, у ўзининг мувозанат вазиятидан (11.67) ифода билан аниқланадиган масофага четланиб туради деган маънони англатади.

(11.64) формулага эътибор берсак, ташқи кучнинг частотаси ўзгариши билан (δ ўзгармаган ҳолда) мажбурий тебраниш фазаси ҳам ўзгариб боришини кўрамиз. Бу ўзгариш 11.18-расмда ланган. (11.64) формуладан ва расмдан кўринадики, $\omega=0$ бўл- силжиш ва мажбурий тебраниш бир хил фазада ($\alpha=0$) со- ўлади. ω ортиши билан α нинг қиймати ортиб боради ва) да $\alpha=\frac{\pi}{2}$ бўлади. Ташқи куч частотасининг бундан кейинги и α нинг яна ҳам ортишига олиб келади ва $\omega\gg\omega_0$ бўлганда α қиймати π га интилади, яъни бу ҳолда мажбурий тебранишдаги иш ва ташқи куч йўналишлар бўйича қарама-қарши фазада илар.

лжиш билан ташқи куч орасидаги фазалар муносабати анс ҳодисасининг моҳиятини чуқурроқ тушунишга имкон и. Ҳақиқатан ҳам, (11.2) ва (11.8) формулалардан шу нарса ўладики, гармоник тебранма ҳаракатда силжиш фаза бўйича қдан $\pi/2$ қадар орқада қолади. Иккинчи томондан, юқорида гандек, резонанс пайтида силжиш ташқи куч йўналишига тан фаза бўйича $\pi/2$ қадар орқада қолади. Бу мулоҳазалардан адики, тезлик ва ташқи кучнинг ўзгариши бир хил фазада содир и, яъни резонанс частотада ташқи кучнинг йўналиши тебранма ат тезлиги йўналиши билан бир хил бўлади. Шу боисдан анс частотада ташқи куч бажарган ишнинг ҳаммаси тизимнинг ниш энергиясига айланади, натижада тебраниш амплитудаси тта қийматга эришади.

зонанс ҳодисаси баъзи ҳолларда фойдали натижаларга, бошқа рда эса зарарли оқибатларга олиб келиши мумкин. Шунинг айланувчи қисмларга эга бўлган техник қурилмалар ва турли отларни яратишда резонанс ҳодисаси эътиборга олинади. тда мавжуд бўлган ҳар бир нарса — бинолар, кўприклар, обиль, поезд, тайёра, кема, фазовий кемалар, пружинали нгич, математикавий тебрангич ва бошқалар тебранувчи дир. Уларнинг ҳар бири, шу жумладан уларнинг айрим ари ўзига хос хусусий тебраниш частотасига эга. Ташқи вчан куч таъсир этганда уларда мажбурий тебраниш вужудга и мумкин. Масалан, оғир трактор ёки шунга ўхшаш нақлиёт аси биз яшаб турган уйимизнинг орқасидаги кўчадан ўтиб ганда уйнинг деразалари титрашини сезамиз. Бу нарса рий тебранишнинг намоён бўлишидир. Баъзи ҳолларда рий тебраниш амплитудаси кескин ошиб кетиши (резонанс ага яқин частотада) ва оқибатда иншоот бузилиши мумкин. да шундай ҳодиса ҳам кузатилган (1831 й. Манчестер шаҳри): кдан аскарлар саф тортиб ўтаётганда кўприк жуда катта туда билан тебрана бошлаб бузилиб тушган. Бунинг сабаби — книнг хусусий тебраниш частотаси ҳамда аскарларнинг оёқ ш частотаси бир-бирига яқинлашган ва натижада резонанс аси амалга ошган. Шунга ўхшаш ҳодиса 1905 йили Пе- ргда ҳам содир бўлган.

ки ёнув двигателлари, электромоторлар, газ ва буғ двигателла- йёралар ва шу кабиларнинг айланувчи қисмларининг ўқи аниқ марказидан ўтмаганлиги туфайли улар тебранма ҳаракат манбаи бўлиб қоладилар. Бунда механизм ўқининг вақт бирлиги ичида айланишлари сони ташқи куч частотаси вазифасини ўтайди. Юқорида зикр этилган механизмлар ва улар қисмларининг хусусий тебраниш частотаси ўқнинг бирлик вақт ичида айланишлар сонига яқинлашганда резонанс ҳодисаси содир бўлиши ва бу ҳодиса механизмларнинг бузилишига олиб келиши мумкин. Шу боисдан айланувчи қисмларга эга бўлган техникавий иншоотларни яратишда резонанс ҳодисасининг салбий оқибатлари ҳисобга олинади.

Резонанс ҳодисасининг ижобий натижалари техникада кенг қўлланилади. Бу ҳодисадан фойдаланиб мураккаб тебраниш жараёнини оддий тебранишлар спектрига ёйиш мумкин. Бошқача айтганда мураккаб тебранишлар таркибида мавжуд бўлган оддий (гармоник) тебранишлар частотаси аниқланади. Радиотехника ва ойнаижаҳон муҳандислик ишида асосан резонанс ҳодисаси қўлланилади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЕТ

авельев И. В. Курс физики. т.І.М., «Наука», 1989.
ҳмаджонов О. Физика курси. I том, Тошкент, «Ўқитувчи», 1987.
ивухин Д. В. Умумий физика курси. I том, Механика. Тошкент, «Ўкитувчи»,

ерклеевский курс физики (*Қиттель Ч., Найт В., Рудерман М.*). т.І. М.,
», 1983.
Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып.
п. 2: Современная наука о природе. Законы механики. Пространство. Время.
ние. М., «Мир», 1976.
Орир Дж. Физика, т.І , М., «Мир», 1981.
Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. М., «Высшая школа», 1989.
Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М., «Высшая школа», 1976.
Астахов А. В. Курс физики. М., Наука, т.І. 1977.
Хайкин С. Э. Физические основы механики. М., Наука, 1971.
Расулмуҳамедов А. Г., Камолов Ж., Избосаров Б.Ф. Умумий физика курси.
ка. Т., «Ўкитувчи», 1989.
Раҳимов А. Ў. Классик механика. Т., «Ўкитувчи», 1988.

МУНДАРИЖА

I боб. МЕХАНИҚАНИНГ ФИЗИҚАВИЙ АСОСЛАРИ

II боб. МОДДИЙ НУҚТАЛАР ДИНАМИҚАСИ

III боб. МЕХАНИҚАДА НИСБИЙ ҲАРАКАТ

IX боб. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР МЕХАНИКАСИ

X боб. ТУТАШ МУҲИТЛАР МЕХАНИКАСИ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

XI боб. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ

Учебное пособие

Абдувахит Қасимов, Худайберди Джуракулов,
Абдуназар Сафаров

КУРС ФИЗИКИ, Ч. I

На узбекском языке

Издательство «Ўзбекистон»—1994, 700129, Ташкент, Навои, 30

Таҳририят мудири М. САЪДУЛЛАЕВ
Қичик мухаррир Ш. СОИБНАЗАРОВА
Расмлар мухаррири И. КУЧЕНКОВА
Техник мухаррир С. СОБИРОВА
Мусаҳҳиҳлар М. РАҲИМБЕКОВА, С. ТОХИРОВА

Теришга берилди 01.06. 93. Босишга руҳсат этилди 26.04. 94. Қоғоз ўлчами $60\times90^{1}/16$. Литературная гарнитурада юкори босма усулида босилди. Шартли босма т. 14,0. 14,25. Нашр табок 14,25. Адади 7000 нусха. № 694 Бахоси шартнома асосида.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129. Тошкент, Навоий, 30. Нашр № 15—93.

Ўзбекистон Республикаси Давлат матбуот қўмитасининг ижарадаги
Тошкент матбаа комбинатида терилиб, Тошкент рангли босма фабрикасида
босилди. 700128, Тошкент, У. Юсупов кўчаси, 86.

Қосимов А. ва бошқ.
Қ 61 Физика курси: Олий техника ўқув юрти талабалари учун ўқув қўлланма/А. Қосимов, Х. Жўрақулов, А. Сафаров. 3 қисмли. Қисм I. Механика.— Т.: Ўзбекистон, 1994—222 б.
I. 1,2 Ҳаммуаллиф.

ISBN 5-640-01323-0

Мазкур қўлланмада анъанавий мавзулар билан бир қаторда эркинлик даражалари, умумлашган координаталар, инерция маркази билан боғланган саноқ тизимлари, сақланиш қонунларининг фазо ва вақт симметрияси билан боғлиқлиги, мутлақ нисбий тезлик ва тезланишлар, релятив зарра ҳаракат тенгламасининг Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантлиги, бўсағавий энергия ва шу каби мавзулар кенг ёритилган. Механикавий тебранма ҳаракат ҳақидаги мавзулар ҳам шу қисмга киритилди.

Қўлланма муҳандислик техника олийгоҳлари талабалари учун мўлжалланган бўлиб, у педагогика олийгоҳлари талабалари ҳамда ўқитувчилар учун ҳам қимматли манба бўлади деган фикрдамиз.

Касимов А. и др. Курс физики. В 3 ч. Ч. I. 22.3я73

К $\dfrac{1604000000-009}{\text{М } 351\ (04)\ 94}$ 11—94