

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

А.В. Бабкин, В.В. Селиванов

Материалы для подготовки
к теоретическим коллоквиумам
модульно-рейтингового контроля
по дисциплине «Прикладная механика
сплошных сред»

Раздел «Основы механики
сплошных сред»

Модули 1 и 2

Методические указания

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

2012

Бабкин А.В.

- Б13 Материалы для подготовки к теоретическим коллоквиумам модульно-рейтингового контроля по дисциплине «Прикладная механика сплошных сред». Раздел «Основы механики сплошных сред». Модули 1 и 2 : метод. указания / А.В. Бабкин, В.В. Селиванов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 60, [4] с.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной проработки дисциплины «Прикладная механика сплошных сред» и для подготовки к теоретическим коллоквиумам по ее первому разделу — «Основы механики сплошных сред» (модули 1 и 2). По каждому модулю приведены вопросы и задачи для самоконтроля. Даны билеты для подготовки к теоретическим коллоквиумам рубежного контроля.

Для студентов 3–4-го курсов, обучающихся на кафедре «Высокоточные летательные аппараты» (СМ-4).

Рекомендовано Учебно-методической комиссией НУК СМ МГТУ им. Н.Э. Баумана.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дисциплина «Прикладная механика сплошных сред» изучается студентами кафедры «Высокоточные летательные аппараты» (СМ-4) МГТУ им. Н.Э. Баумана на протяжении четырех семестров — с пятого по восьмой.

В пятом семестре рассматривается первый раздел указанной дисциплины — «Основы механики сплошных сред». Изучаемый материал разбит на три модуля.

1. Предмет, цель, роль и значение дисциплины, ее основные гипотезы. Математический аппарат механики сплошных сред.

2. Основные общие положения, уравнения и соотношения механики материального континуума.

3. Модели сплошных сред, их физические соотношения. Постановка задач механики сплошных сред.

По итогам изучения каждого модуля учебным планом предусмотрен рубежный контроль в форме теоретического коллоквиума. На каждом коллоквиуме студентам предлагается 8–10 вопросов разной степени сложности — от самых простых до достаточно сложных, требующих основательных выводов и преобразований. Вопросы охватывают весь рассматриваемый в пятом семестре теоретический и практический материал.

Работа на коллоквиуме выполняется письменно, с обязательной последующей защитой. Защита проводится в завершение контрольного мероприятия в форме примерно пятнадцатиминутной беседы преподавателя со студентом: преподаватель задает уточняющие вопросы, студент конкретизирует ответы, оцениваемые в баллах. Максимально возможная сумма баллов на первом коллоквиуме — 30, на втором — 30, на третьем — 40.

Совокупность трех коллоквиумов образует систему модульно-рейтингового контроля по разделу «Основы механики сплошных

сред». Время на подготовку студентов к контрольным мероприятиям предусмотрено учебным планом кафедры СМ-4 (самостоятельная проработка материала дисциплины).

Студентам, своевременно и успешно сдавшим три коллоквиума в пятом семестре, предоставляется право получения экзаменационной оценки по их итогам — согласно набранной сумме баллов. Критерий своевременности — сдача коллоквиума на неделе, установленной учебным планом. Критерий успешности — получение на каждом коллоквиуме не менее половины возможной суммы баллов. Общая сумма баллов, набранных на трех коллоквиумах, должна быть не менее 60. При этом сумме баллов 60–69 соответствует итоговая оценка «удовлетворительно», сумме баллов 70–84 — оценка «хорошо», а сумме баллов 85–100 — оценка «отлично».

Студенты, которые по неуважительной причине сдали хотя бы один коллоквиум несвоевременно или набрали общую сумму баллов менее 60, должны в обязательном порядке сдавать экзамен по «Основам механики сплошных сред». При этом для допуска к экзамену необходимо сдать все три коллоквиума и получить на каждом из них не менее половины возможной суммы баллов.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной проработки раздела «Основы механики сплошных сред» и для подготовки к теоретическим коллоквиумам рубежного модульно-рейтингового контроля в пятом семестре (модули 1 и 2). В каждом модуле порядок следования вопросов для самоконтроля и задач соответствует порядку рассмотрения теоретического материала в пятом семестре. Приведенные в методических указаниях билеты для рубежного контроля по компоновке и содержанию соответствуют реальным билетам, предлагаемым студентам.

1. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПРИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПРОРАБОТКЕ МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ 1.

ПРЕДМЕТ, ЦЕЛЬ, РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ ОСНОВНЫЕ ГИПОТЕЗЫ. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

1. В чем состоит предмет механики сплошных сред?
2. В чем заключается основное отличие механики сплошных сред от теоретической механики?
3. Какова сущность статистического подхода к изучению движения деформируемых сред?
4. В чем заключается сущность феноменологического подхода к изучению движения деформируемых сред?
5. Определите понятие материального континуума.
6. С чем связана необходимость введения такой идеализации реальной деформируемой среды, как «материальный континуум»?
7. С чем связана возможность введения такой идеализации реальной деформируемой среды, как «материальный континуум» или «сплошная среда»?
8. Сформулируйте основные гипотезы механики сплошных сред.
9. Что понимается под геометрическим пространством?
10. Чем определяется мерность пространства?
11. Какие геометрические пространства называют евклидовыми?
12. Чем принципиально отличаются двумерные геометрические пространства совокупностей точек, образующих плоскость и сферическую поверхность?
13. Почему при решении прикладных задач механики сплошных сред время можно считать абсолютным и не зависящим от выбора системы отсчета?

14. В чем состоит преимущество феноменологического подхода к изучению движения деформируемых сред по сравнению со статистическим подходом при решении технических задач?

15. Определите понятия системы координат, координатных линий и координатных поверхностей.

16. Постройте три координатные линии, проходящие через произвольную точку пространства, в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.

17. Постройте три координатные поверхности, проходящие через произвольную точку пространства, в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат.

18. Как показать, что цилиндрическая и сферическая системы координат являются криволинейными?

19. Почему математические объекты аппарата механики сплошных сред должны быть инвариантными относительно преобразования координат? Как следует понимать это требование?

20. Каково основное свойство тензорных математических объектов в физическом отношении?

21. Сформулируйте основную идею, используемую при введении в рассмотрение тензорных математических объектов.

22. Определите понятия: вектор, его составляющие, компоненты вектора, направляющие косинусы.

23. Сформулируйте основные правила проведения алгебраических операций с векторами: сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр, скалярное и векторное умножение векторов.

24. В чем заключается геометрический смысл векторного произведения векторов?

25. В чем заключается геометрический смысл смешанного скалярно-векторного произведения трех векторов?

26. Приведите выражения скалярного и векторного произведения двух векторов, а также скалярно-векторного произведения трех векторов через их компоненты в декартовой прямоугольной системе координат.

27. Докажите взаимную перпендикулярность векторов $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

28. Определите площадь параллелограмма, построенного на отложенных от одной точки векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

29. Определите объем параллелепипеда, построенного на отложенных от одной точки векторах $\mathbf{a} = 1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.

30. Сформулируйте понятия: векторная функция скалярного аргумента, скалярная и векторная функции векторного аргумента.

31. Определите понятие поля, приведите примеры скалярных и векторных полей.

32. В связи с чем в механике сплошных сред приходится иметь дело с полями физических величин?

33. Каким образом графически представляются скалярные и векторные поля?

34. Как будут выглядеть векторные линии скорости движения частиц абсолютно твердого тела при вращении его вокруг закрепленной оси?

35. Как будут выглядеть в пространстве поверхности уровня для поля температуры с равномерным распределением $T = T(x, y, z) = \text{const}$?

36. Задано поле температуры $T = T(x, y, z) = 2x + 3y - 5z$. Что будут представлять собой поверхности уровня? Каково значение температуры на изотермической поверхности, проходящей через начало координат?

37. Каков физический, геометрический и аналитический смысл градиента скалярной функции векторного аргумента?

38. Задано поле скалярной величины $p = p(x, y, z) = 2xy + z$. Для точки пространства с координатами $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$ определите значение производной по направлению, задаваемому единичным вектором $\mathbf{s} = \mathbf{i}/\sqrt{2} + \mathbf{j}/\sqrt{2}$.

39. Задано поле скалярной величины $T = T(x, y, z) = xy - 5z$. В точке пространства $x = 2$, $y = 3$, $z = 0$ определите максимально и минимально возможные значения производной по направлению.

40. В точке пространства с координатами $x = y = z = 0$ задано значение давления $p = 10^5$ Па и градиент давления $\mathbf{grad} p = 10^5 \times (1\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$ (в Па/м). Определите приближенно значение давления в точке, расположенной в малой окрестности данной точки и имеющей координаты (в метрах) $x = 0,01$; $y = 0,02$; $z = -0,01$.

41. Определите понятия: поток вектора через поверхность, циркуляция вектора по какому-либо контуру.

42. Дайте определения дивергенции и ротора вектора. Приведите выражения для дивергенции и ротора через компоненты вектора в декартовой системе координат.

43. Каков физический смысл дивергенции вектора скорости течения жидкости (в случае отсутствия источников массы в потоке)?

44. Каков физический смысл ротора вектора скорости движения частиц среды (на примерах вращения абсолютно твердого тела вокруг закрепленной оси и движения деформируемой среды)?

45. Чему равны дивергенция и ротор вектора скорости движения частиц абсолютно твердого тела при вращении его вокруг закрепленной оси с угловой скоростью ω ?

46. Определите поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда $E = q/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$, находящегося в центре сферической поверхности радиуса R , через эту поверхность. Чему будет равна циркуляция вектора напряженности электрического поля по замкнутому контуру, лежащему на этой сферической поверхности?

47. Для некоторого момента времени задано векторное поле скорости течения жидкости $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = 3xy\mathbf{i} - 5y\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$. Что можно сказать о характере движения частицы среды, находящейся в точке пространства с координатами $x = 1, y = 2, z = 3$?

48. С использованием векторного символического дифференциального оператора Гамильтона определите в декартовой системе координат $\text{rot}(\text{grad } \varphi)$ и $\text{div}(\text{grad } \varphi)$, где φ — скалярная функция координат.

49. Сформулируйте теоремы Остроградского — Гаусса и Стокса с использованием понятий векторного анализа и дайте их эвристическое обоснование.

50. Дайте определения основного и взаимного базисов в точке пространства с произвольной системой координат.

51. Получите выражения для векторов взаимного базиса через векторы основного базиса.

52. Определите понятие метрики пространства. Что такое метрические коэффициенты основного базиса, каков их геометрический смысл?

53. Сформулируйте правило суммирования Эйнштейна. Поясните различие между индексами суммирования и свободным индексом на примере выражения $a_{ij}b^j$.

54. Сколько различных соотношений содержит выражение $g_{ij} = \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_j$?

55. Приведите развернутую запись выражения $A = a_{ij}x^i x^j$.

56. Как определяются метрические коэффициенты основного и взаимного базисов, а также метрические коэффициенты смешанного типа? Каковы особенности соответствующих метрических матриц в общем случае и для ортогональных систем координат?

57. Покажите, что в декартовой прямоугольной системе координат основной и взаимный базисы совпадают, не зависят от координат и образуют ортонормированный базис.

58. Определите для цилиндрической системы координат в произвольной точке пространства векторы основного и взаимного базисов и соответствующие метрические коэффициенты.

59. Различаются ли матрицы, составленные из метрических коэффициентов смешанного типа, в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат?

60. Докажите инвариантность дифференциала $d\mathbf{r} = dx^i \mathbf{r}_i$ радиуса-вектора $\mathbf{r}$ относительно преобразования системы координат, получив контравариантный закон преобразования координат x^i и ковариантный закон преобразования векторов основного базиса $\mathbf{r}_i$.

61. Какие формы представления произвольного вектора Вам известны? Каким образом обеспечивается инвариантность вектора относительно преобразования системы координат, несмотря на изменения при этом преобразовании и компонент вектора, и базисных векторов?

62. Каковы базисные объекты при образовании тензора второго ранга?

63. Что понимается под диадным произведением двух векторов? Каковы основные свойства диадных произведений?

64. В каком из следующих случаев результат алгебраических операций может отличаться от нуля: $\mathbf{a} \times (\mathbf{ab} \cdot \mathbf{c})$; $\mathbf{a} \times (\mathbf{c} \cdot \mathbf{ab})$; $(\mathbf{ab} \times \mathbf{b})$; $\mathbf{a} \times (\mathbf{ab} \times \mathbf{c})$?

65. Сформулируйте общее определение тензора как математического объекта, инвариантного относительно преобразования координат.

66. Какие формы представления тензора второго ранга Вам известны? Каким образом обеспечивается инвариантность тензора

второго ранга относительно преобразования системы координат, несмотря на изменение при этом преобразовании и компонент тензора, и базисных векторов?

67. Что такое ранг тензора? Сколько компонент имеет тензор четвертого ранга и какова его структурная запись?

68. Каким образом доказывается, что метрические коэффициенты основного и взаимного базисов, а также метрические коэффициенты смешанного типа являются соответственно ковариантными, контрвариантными и смешанными компонентами тензора второго ранга — фундаментального метрического тензора данной системы координат?

69. Составьте матрицу из компонент следующего тензора второго ранга: $(a) = 3ii + 5ij + 4ji - kk$.

70. Обоснуйте утверждение: фундаментальный метрический тензор в декартовой системе координат имеет вид $(g) = ii + jj + kk$.

71. Каковы особенности матриц, составленных из компонент симметричного и антисимметричного тензоров второго ранга? Почему антисимметричный тензор второго ранга называется псевдовектором?

72. Является ли фундаментальный метрический тензор симметричным? Если является, то почему?

73. Каковы правила сложения и вычитания тензоров, умножения тензора на скаляр?

74. Допустимо ли проводить сложение тензоров $(a) = a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ и $(b) = b_{ijk} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j \mathbf{r}^k$?

75. По какой причине недопустимо проводить сложение двух тензоров второго ранга, заданных в виде $(a) = a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ и $(b) = b^{ij} \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j$?

76. В чем состоит сущность операций «жонглирования» индексами?

77. Докажите правомерность операции опускания индексов применительно к тензору второго ранга $a_{\alpha\beta} = a^{ij} g_{\alpha i} g_{\beta j}$.

78. Докажите, что операция скалярного умножения тензора второго ранга на тензор первого ранга обладает свойством коммутативности лишь в случае симметричности тензора второго ранга.

79. Определите результат скалярного умножения $(a) \cdot b = (a_{ij} r^i r^j) \cdot (b^k r_k)$, где $b = 1r_1 + 2r_2 + 3r_3$, а тензору второго ранга

соответствует матрица $((a_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

80. Определите результат скалярного перемножения тензоров $[(a) \cdot b] \cdot b = [(a_{ij} r^i r^j) \cdot (b^k r_k)] \cdot (b^l r_l)$.

81. Заданы тензор второго ранга $(a) = 2ii + 3jk + kk$ и тензор первого ранга $b = 3i$. Определите простейшим образом результаты скалярного умножения $(a) \cdot b$ и $[(a) \cdot b] \cdot b$.

82. Каким образом и в связи с чем вводится в рассмотрение тензор третьего ранга — дискриминантный тензор (тензор Риччи)?

83. Как определяются значения ковариантных компонент дискриминантного тензора? Чем обусловлен тот факт, что компоненты тензора Риччи с любыми двумя одинаковыми индексами равны нулю?

84. Какие значения имеют компоненты дискриминантного тензора в декартовой прямоугольной системе координат?

85. Покажите, что векторное умножение тензоров первого ранга с использованием дискриминантного тензора дает результат, совпадающий в частном случае декартовой прямоугольной системы координат с результатом, получаемым с помощью известных правил векторной алгебры.

86. В чем заключается специфика дифференцирования тензоров по координатам в общем случае произвольной системы координат?

87. Чем различаются абсолютная (ковариантная) производная от контрвариантных компонент тензора первого ранга и обычная частная производная по координатам?

88. Что такое символы Кристоффеля? В связи с чем они вводятся? Чем различаются и как взаимосвязаны символы Кристоффеля первого и второго рода?

89. Каков геометрический смысл символов Кристоффеля?

90. Является ли совокупность 27 значений символов Кристоффеля компонентами тензора третьего ранга?

91. Выведите формулу для вычисления символов Кристоффеля первого рода через компоненты фундаментального метрического тензора и вычислите их значения для декартовой прямоугольной системы координат ($g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$) и для цилиндрической системы координат ($g_{11} = g_{33} = 1, g_{22} = r^2$).

92. Выведите формулу для абсолютной производной от контрвариантных компонент тензора второго ранга.

93. В чем состоит сущность символического подхода к определению дифференциальных операций первого порядка с тензорами произвольного ранга?

94. Чем отличается векторный символический дифференциальный оператор Гамильтона в тензорном анализе от аналогичного оператора, используемого в векторном анализе?

95. Как определяется градиент тензора произвольного ранга, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?

96. Как определяется дивергенция тензора, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?

97. Как определяется ротор тензора, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?

98. Сформулируйте интегральные теоремы тензорного анализа — теорему Остроградского — Гаусса и теорему Стокса.

99. Определите с использованием символического подхода дивергенцию и ротор радиуса-вектора в произвольной точке пространства.

2. ПРИМЕРНЫЕ БИЛЕТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОЛЛОКВИУМА РУБЕЖНОГО МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ 1

Рубежный контроль 1. Билет № 1

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. В чем состоит предмет механики сплошных сред? | 1 |
| 2. В чем заключается геометрический смысл смешанного скалярно-векторного произведения трех векторов? | 3 |
| 3. Для некоторого момента времени задано векторное поле скорости течения жидкости $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = 3xy\mathbf{i} - 5y\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$. Что можно сказать о характере движения частицы среды, находящейся в точке пространства с координатами $x = 1, y = 2, z = 3$? | 5 |
| 4. Определите понятия системы координат, координатных линий и координатных поверхностей. | 2 |
| 5. Как представить тензор второго ранга, используя ковариантные компоненты и диадные произведения векторов взаимного базиса. Покажите, как реализуется инвариантность тензора. | 7 |
| 6. Допустимо ли проводить сложение тензоров $(a) = a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ и $(b) = b_{ijk} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j \mathbf{r}^k$? | 3 |
| 7. Является ли совокупность 27 значений символов Кристоффеля компонентами тензора третьего ранга? Ответ обоснуйте. | 4 |
| 8. Каковы ограничения на ранг исходного тензора при определении дифференциальных операций первого порядка с тензорами? | 5 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 2

Баллы

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1. В чем заключается основное отличие механики сплошных сред от теоретической механики? | 1 |
| 2. Сформулируйте основные правила проведения алгебраических операций с векторами: сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр, скалярное и векторное умножение векторов. | 3 |
| 3. Чему равна циркуляция вектора напряженности электрического поля точечного заряда по замкнутому контуру, лежащему на сферической поверхности, в центре которой находится заряд? | 3 |
| 4. Определите понятие метрики пространства и метрические коэффициенты основного базиса, истолковав их геометрический смысл. | 4 |
| 5. В каком из следующих случаев результат алгебраических операций может отличаться от нуля: $\mathbf{a} \times (\mathbf{ab} \cdot \mathbf{c})$; $\mathbf{a} \times (\mathbf{c} \cdot \mathbf{ab})$; $(\mathbf{ab} \times \mathbf{b})$; $\mathbf{a} \times (\mathbf{ab} \times \mathbf{c})$? | 5 |
| 6. Чему равно векторное произведение тензора первого ранга $\mathbf{b} = 3\mathbf{i}$ и тензора второго ранга $(\mathbf{a}) = 2\mathbf{ij} + 3\mathbf{jj} + \mathbf{kk}$? | 4 |
| 7. Выведите формулу для абсолютной производной от контрвариантных компонент тензора второго ранга. | 7 |
| 8. Сформулируйте теорему Стокса в тензорном анализе. | 3 |
| | $\Sigma = 30$ |

Рубежный контроль 1. Билет № 3

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. Какова сущность статистического подхода к изучению движения деформируемых сред? | 2 |
| 2. В чем заключается геометрический смысл векторного произведения векторов? | 2 |
| 3. В точке пространства с координатами $x = y = z = 0$ заданы значение давления $p = 10^5$ Па и градиент давления $\mathbf{grad} p = 10^5(1\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$ (в Па/м). Определите приближенно значение давления в точке, расположенной в малой окрестности данной точки и имеющей координаты (в метрах) $x = 0,01$; $y = 0,02$; $z = -0,01$. | 4 |

4. Почему математические объекты аппарата механики сплошных сред должны быть инвариантными относительно преобразования координат? Как следует понимать это требование?	3
5. Какие формы представления тензора второго ранга Вам известны? Каким образом обеспечивается инвариантность тензора второго ранга относительно преобразования системы координат, несмотря на изменение при этом преобразовании и компонент тензора и базисных векторов?	7
6. По какой причине недопустимо проводить сложение двух тензоров второго ранга, заданных в виде $(a) = a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ и $(b) = b^{ij} \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j$?	3
7. В чем заключается специфика дифференцирования тензоров по координатам в общем случае произвольной системы координат?	4
8. Определите выражение для градиента тензора первого ранга $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$ в декартовой прямоугольной системе координат.	5
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 4

Баллы

1. В чем заключается сущность феноменологического подхода к изучению движения деформируемых сред?	2
2. Докажите взаимную перпендикулярность векторов $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.	2
3. Определите понятие поля, приведите примеры скалярных и векторных полей.	2
4. Определите для цилиндрической системы координат в произвольной точке пространства векторы основного и взаимного базисов и соответствующие метрические коэффициенты.	6
5. Что понимается под диадным произведением двух векторов? Каковы основные свойства, проявляемые диадными произведениями?	4
6. Каким образом и в связи с чем вводится в рассмотрение тензор третьего ранга — дискриминантный тензор (тензор Риччи)?	4

7. Каковы правила дифференцирования по координатам тензора первого ранга, заданного своими ковариантными компонентами?	7
8. Определите дивергенцию и ротор радиуса-вектора в произвольной точке пространства.	3
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 5

Баллы

1. Поясните, как Вы понимаете слова «феноменологический подход к изучению движений деформируемых сред».	2
2. Приведите выражения скалярного и векторного произведений двух векторов, а также скалярно-векторного произведения трех векторов через их компоненты в декартовой прямоугольной системе координат.	3
3. Сформулируйте теорему Остроградского — Гаусса с использованием понятий векторного анализа и дайте ее эвристическое обоснование.	3
4. Получите выражения для векторов взаимного базиса через векторы основного базиса.	4
5. Сформулируйте общее определение тензора как математического объекта, инвариантного относительно преобразования координат.	4
6. В чем состоит сущность операций «жонглирования» индексами?	4
7. Каковы правила дифференцирования по координатам тензора второго ранга, заданного своими контрвариантными компонентами?	7
8. В чем состоит сущность символического подхода к определению дифференциальных операций первого порядка с тензорами?	3

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 6

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. Каково строение реальных деформируемых тел? Обоснуйте количественными оценками практическую невозможность изучать движение тела, отслеживая движение каждой составляющей его молекулы. | 2 |
| 2. Докажите, что сумма квадратов направляющих косинусов вектора равна единице. | 2 |
| 3. Каков физический смысл дивергенции вектора скорости течения жидкости (в случае отсутствия источников массы в потоке)? | 4 |
| 4. Сформулируйте правило суммирования Эйнштейна. Поясните различие между индексами суммирования и свободным индексом на примере выражения $a_{ij}b^j$. | 3 |
| 5. Как представить тензор второго ранга, используя контрвариантные компоненты и диадные произведения векторов основного базиса? Покажите, как реализуется инвариантность тензора. | 7 |
| 6. Каковы правила сложения и вычитания тензоров, умножения тензора на скаляр? | 3 |
| 7. Чем различаются абсолютная (ковариантная) производная от контрвариантных компонент тензора первого ранга и обычная частная производная по координатам? | 4 |
| 8. Определите выражение для градиента тензора первого ранга $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$ в декартовой прямоугольной системе координат. | 5 |

 $\Sigma = 30$ **Рубежный контроль 1. Билет № 7**

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. Сформулируйте понятие материального континуума. | 3 |
| 2. Что представляет собой ортонормированный базис в декартовой прямоугольной системе координат? Чем объясняется такое название? | 1 |
| 3. Каков физический смысл ротора вектора скорости движения частиц среды (на примерах вращения абсолютно твердого тела вокруг закрепленной оси и движения деформируемой среды)? | 5 |

4. Как определяются метрические коэффициенты основного и взаимного базисов, а также метрические коэффициенты смешанного типа? Каковы особенности соответствующих метрических матриц в общем случае и для ортогональных систем координат?	3
5. Что такое ранг тензора? Приведите ряд тензорных математических объектов (ранг от нуля до четырех).	5
6. Докажите правомерность операции опускания индексов применительно к тензору второго ранга $a_{\alpha\beta} = a^{ij}g_{\alpha i}g_{\beta j}$.	7
7. Как можно объяснить название «абсолютная производная» от компонент тензора по координатам?	3
8. Определите дивергенцию и ротор радиуса-вектора в произвольной точке пространства.	3
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 8

Баллы

1. С чем связана необходимость введения такой идеализации реальной деформируемой среды, как «материальный континуум»?	3
2. Определите понятия: вектор, его составляющие, компоненты вектора, направляющие косинусы.	1
3. С использованием векторного символического дифференциального оператора Гамильтона определите в декартовой системе координат $\mathbf{rot}(\mathbf{grad} \varphi)$, где φ — скалярная функция координат.	4
4. Покажите на произвольном примере криволинейной системы координат, что векторы основного базиса изменяются при переходе от одной точки пространства к другой.	3
5. Каким образом доказывается, что метрические коэффициенты основного базиса являются ковариантными компонентами тензора второго ранга — фундаментального метрического тензора данной системы координат?	6
6. Докажите правомерность операции поднятия индекса применительно к тензору первого ранга $a^{\alpha} = a_i g^{\alpha i}$.	4
7. Что такое символы Кристоффеля? В связи с чем они вводятся?	3

8. Как определяется градиент тензора произвольного ранга, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 9

Баллы

1. С чем связана возможность введения такой идеализации реальной деформируемой среды, как «материальный континуум» или «сплошная среда»?

2. Докажите взаимную перпендикулярность векторов $\mathbf{a} = -5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$.

3. Как будут выглядеть векторные линии скорости движения частиц абсолютно твердого тела при вращении его вокруг закрепленной оси?

4. Постройте три координатные линии через произвольную точку пространства в цилиндрической системе координат.

5. Составьте матрицу из компонент следующего тензора второго ранга: $(a) = 10\mathbf{ii} + 25\mathbf{ik} + 4\mathbf{ji} - 5\mathbf{jk}$.

6. Докажите, что операция скалярного умножения тензора второго ранга на тензор первого ранга обладает свойством коммутативности лишь в случае симметричности тензора второго ранга.

7. Что такое символы Кристоффеля? В связи с чем они вводятся?

8. Определите выражение для ротора тензора второго ранга $(a) = a_{ij}\mathbf{r}^i\mathbf{r}^j$ в произвольной системе координат.

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 10

Баллы

1. Сформулируйте основные гипотезы механики сплошных сред.

2. Определите площадь параллелограмма, построенного на отложенных от одной точки векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$.

- | | |
|---|---------------------------------|
| 3. Задано поле температуры $T = T(x, y, z) = 2x + 3y - 5z$.
Что будут представлять собой поверхности уровня? Каково значение температуры на изотермической поверхности, проходящей через начало координат? | 3 |
| 4. Постройте три координатные линии через произвольную точку пространства в сферической системе координат. | 3 |
| 5. Какова особенность матрицы, составленной из компонент симметричного тензора второго ранга? | 3 |
| 6. Определите результат скалярного умножения $(a) \cdot b = (a_{ij} r^i r^j) \cdot (b^k r_k)$, где $b = 1r_1 + 2r_2 + 3r_3$, а тензору второго ранга соответствует матрица $((a_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. | 6 |
| 7. Каковы правила дифференцирования по координатам тензора первого ранга, заданного своими контрвариантными компонентами? | 6 |
| 8. Чем отличается векторный символический дифференциальный оператор Гамильтона в тензорном анализе от аналогичного оператора, используемого в векторном анализе? | 4 |
| | $\Sigma = 30$ |

Рубежный контроль 1. Билет № 11

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. Сформулируйте первую гипотезу механики сплошной среды. | 2 |
| 2. Определите объем параллелепипеда, построенного на отложенных от одной точки векторах $a = 1i + 2j + 3k$, $b = -2i + 3j + k$, $c = 2i - 5j + 2k$. | 3 |
| 3. Дайте определение дивергенции вектора. Приведите выражения для дивергенции через компоненты вектора в декартовой системе координат. | 3 |
| 4. Сколько различных соотношений содержит выражение $g_{ij} = r_i \cdot r_j$? | 3 |
| 5. Каким образом доказывается, что метрические коэффициенты взаимного базиса являются контрвариантными компонентами тензора второго ранга — фундаментального метрического тензора данной системы координат? | 6 |

6. Заданы тензор второго ранга $(a) = 2ii + 3jk + kk$ и тензор первого ранга $b = 3i$. Определите простейшим образом результаты скалярного умножения $(a) \cdot b$ и $[(a) \cdot b] \cdot b$. 4
7. Почему совокупность значений символов Кристоффеля не является компонентами тензора третьего ранга. 4
8. Определите ротор тензора второго ранга $(a) = a_{ij}r^i r^j$ в произвольной системе координат. 5

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 12

Баллы

1. Сформулируйте вторую гипотезу механики сплошной среды. 3
2. Определите понятия: вектор, его составляющие, компоненты вектора, направляющие косинусы. 1
3. Каков физический, геометрический и аналитический смысл градиента скалярной функции векторного аргумента? 5
4. Постройте три координатных поверхности через произвольную точку пространства в сферической системе координат. 3
5. Составьте матрицу из компонент следующего тензора второго ранга: $(a) = 3ii + 5ij + 4ji - kk$. 4
6. Чем обусловлен тот факт, что компоненты тензора Риччи с любыми двумя одинаковыми индексами равны нулю? 4
7. Вычислите значения символов Кристоффеля первого рода для декартовой прямоугольной системы координат ($g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$) и для цилиндрической системы координат ($g_{11} = g_{33} = 1, g_{22} = r^2$). 5
8. Определите дивергенцию тензора второго ранга $(a) = a_{ij}r^i r^j$ в произвольной системе координат. 5

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 13

Баллы

1. Сформулируйте третью гипотеза механики сплошной среды. 2

2. В чем заключается геометрический смысл векторного произведения векторов?	2
3. Для некоторого момента времени задано векторное поле скорости течения жидкости $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = 3xy\mathbf{i} - 5y\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$. Что можно сказать о характере движения частицы среды, находящейся в точке пространства с координатами $x = 1, y = 2, z = 3$?	5
4. Сформулируйте основную идею, используемую при введении в рассмотрение тензорных математических объектов.	3
5. Обоснуйте утверждение: фундаментальный метрический тензор в декартовой системе координат имеет вид $(g) = \mathbf{ii} + \mathbf{jj} + \mathbf{kk}$.	4
6. Покажите, что векторное умножение тензоров первого ранга с использованием дискриминантного тензора дает результат, совпадающий в частном случае декартовой прямоугольной системы координат с результатом, получаемым с помощью известных правил векторной алгебры.	5
7. Чем различаются символы Кристоффеля первого и второго рода?	3
8. Как определяется дивергенция тензора, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?	6
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 14

Баллы

1. Что понимается под геометрическим пространством?	2
2. Приведите выражения скалярного и векторного произведений двух векторов, а также скалярно-векторного произведения трех векторов через их компоненты в декартовой прямоугольной системе координат.	3
3. Задано поле скалярной величины $p = p(x, y, z) = 2xy + z$. Для точки пространства с координатами $x = 1, y = 2, z = 3$ определите значение производной по направлению, задаваемому единичным вектором $\mathbf{s} = \mathbf{i}/\sqrt{2} + \mathbf{j}/\sqrt{2}$.	3

4. Каково основное свойство тензорных математических объектов в физическом отношении?	3
5. Как представить тензор второго ранга, используя смешанные компоненты и диадные произведения векторов основного и взаимного базисов? Покажите, как реализуется инвариантность тензора.	7
6. Как определяются значения ковариантных компонент дискриминантного тензора?	4
7. Каков геометрический смысл символов Кристоффеля?	4
8. Чем отличается векторный символический дифференциальный оператор Гамильтона в тензорном анализе от аналогичного оператора, используемого в векторном анализе?	4
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 15

Баллы

1. Чем определяется мерность пространства?	1
2. Сформулируйте основные правила проведения следующих алгебраических операций с векторами: сложение, вычитание, умножение вектора на скаляр, скалярное и векторное умножение векторов.	3
3. Задано поле скалярной величины $T = T(x, y, z) = xy - 5z$. В точке пространства $x = 2, y = 3, z = 0$ определите максимально и минимально возможные значения производной по направлению.	4
4. Как показать, что цилиндрическая и сферическая системы координат являются криволинейными?	3
5. Каким образом доказывается, что метрические коэффициенты смешанного типа являются смешанными компонентами тензора второго ранга — фундаментального метрического тензора данной системы координат?	7
6. Чем определяется знак компонент дискриминантного тензора?	3
7. Чем различаются производные по координатам от контрвариантных компонент тензора первого ранга: абсолютная (ковариантная) производная и обычная частная производная?	4

8. Определите градиент тензора первого ранга $a = a_i r^i$ в произвольной системе координат.

5

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 16

Баллы

1. Какие геометрические пространства называют метрическими? 1
2. В чем заключается геометрический смысл смешанного скалярно-векторного произведения трех векторов? 3
3. Чему равны дивергенция и ротор вектора скорости движения частиц абсолютно твердого тела при вращении его вокруг закрепленной оси с угловой скоростью ω ? 3
4. Дайте определения основного и взаимного базисов в точке пространства с произвольной системой координат. 4
5. Докажите инвариантность дифференциала $dr = dx^i r_i$ радиуса-вектора r относительно преобразования системы координат, получив контрвариантный закон преобразования координат x^i и ковариантный закон преобразования векторов основного базиса r_i . 6
6. Докажите правомерность операции опускания индекса применительно к тензору первого ранга $a_\alpha = a^j g_{\alpha j}$. 4
7. Каковы правила дифференцирования по координатам тензора первого ранга, заданного своими контрвариантными компонентами? 6
8. Сформулируйте теорему Остроградского — Гаусса в тензорном анализе. 3

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 17

Баллы

1. Какие геометрические пространства называются евклидовыми? 3
2. Почему базис в декартовой прямоугольной системе координат называют ортонормированным? 1

- | | |
|--|---------------------------------|
| 3. С использованием векторного символического дифференциального оператора Гамильтона определите в декартовой системе координат $\text{rot}(\text{grad } \varphi)$, где φ — скалярная функция координат. | 4 |
| 4. Постройте три координатные поверхности через произвольную точку пространства в цилиндрической системе координат. | 3 |
| 5. Какова особенность матрицы, составленной из компонент симметричного тензора второго ранга? | 3 |
| 6. Определите результат скалярного умножения $\mathbf{b} \cdot (\mathbf{a}) = (b^k \mathbf{r}_k) \cdot (a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j)$, где $\mathbf{b} = 1\mathbf{r}_1 + 2\mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3$, а тензору второго ранга соответствует матрица $((a_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. | 6 |
| 7. Как взаимосвязаны символы Кристоффеля первого и второго рода? | 5 |
| 8. Определите градиент тензора первого ранга $\mathbf{a} = a_i \mathbf{r}^i$ в произвольной системе координат. | 5 |
| | $\Sigma = 30$ |

Рубежный контроль 1. Билет № 18

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. Чем принципиально отличаются двумерные геометрические пространства совокупностей точек, образующих плоскость и сферическую поверхность? | 3 |
| 2. Определите объем параллелепипеда, построенного на отложенных от одной точки векторах $\mathbf{a} = 1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$. | 3 |
| 3. Сформулируйте теорему Стокса с использованием понятий векторного анализа и дайте ее эвристическое обоснование. | 3 |
| 4. Различаются ли матрицы, составленные из метрических коэффициентов смешанного типа, в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат? Обоснуйте ответ. | 3 |

5. Каковы особенности матрицы, составленной из компонент антисимметричного тензора второго ранга? Почему антисимметричный тензор второго ранга называется псевдовектором?	4
6. Чему равно скалярное произведение тензора второго ранга $(a) = 2ij + 3jj + kk$ и тензора первого ранга $b = 3i - k$?	4
7. Выведите формулу для вычисления символов Кристоффеля первого рода через компоненты фундаментального метрического тензора.	7
8. В чем состоит сущность символического подхода к определению дифференциальных операций первого порядка с тензорами?	3
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 1. Билет № 19

Баллы

1. Почему при решении прикладных задач механики сплошных сред время можно считать абсолютным и не зависящим от выбора системы отсчета?	2
2. Докажите, что сумма квадратов направляющих косинусов вектора равна единице.	2
3. Определите поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда $E = q/(4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2)$, находящегося в центре сферической поверхности радиуса R , через эту поверхность.	3
4. Покажите, что в декартовой прямоугольной системе координат основной и взаимный базисы совпадают, не зависят от координат и образуют ортонормированный базис.	4
5. Какие формы представления произвольного вектора Вам известны? Каким образом обеспечивается инвариантность вектора относительно преобразования системы координат, несмотря на изменения при этом преобразовании и компонент вектора, и базисных векторов?	6

6. Какие значения имеют компоненты дискриминантного тензора в декартовой прямоугольной системе координат?	4
7. Как объясняется название «абсолютная производная» от компонент тензора по координате?	3
8. Как определяется ротор тензора, как при этом изменяется ранг получающегося объекта относительно ранга исходного объекта?	6
	$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 1. Билет № 20

Баллы

1. В чем состоит преимущество феноменологического подхода к изучению движения деформируемых сред по сравнению со статистическим подходом при решении технических задач?	3
2. Определите площадь параллелограмма, построенного на отложенных от одной точки векторах $\mathbf{a} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$.	2
3. Дайте определение ротора вектора. Приведите выражения для ротора через компоненты вектора в декартовой прямоугольной системе координат.	3
4. Приведите развернутую запись выражения $A = a_{ij}x^i x^j$.	2
5. Каковы базисные объекты при образовании тензора второго ранга?	4
6. Определите результат скалярного перемножения тензоров $[(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}] \cdot \mathbf{b} = [(a_{ij}\mathbf{r}^i \mathbf{r}^j) \cdot (b^k \mathbf{r}_k)] \cdot (b^l \mathbf{r}_l)$.	6
7. Каков геометрический смысл символов Кристоффеля?	4
8. Определите дивергенцию тензора второго ранга $(\mathbf{a}) = a_{ij}\mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в произвольной системе координат.	6
	$\Sigma = 30$

3. ФОРМУЛЫ, ДОПУСКАЕМЫЕ К СПРАВОЧНОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТВЕТОВ НА ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОЛЛОКВИУМА ПО МОДУЛЮ 1

Преобразование координат и векторов основного базиса:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{r}_i dx^i = (\mathbf{r}_i)' dy^i, \quad dy^i = dx^j \frac{\partial y^i}{\partial x^j}, \quad (\mathbf{r}_i)' = \mathbf{r}_k \frac{\partial x^k}{\partial y^i}.$$

Инвариантность тензора первого ранга относительно преобразования координат:

$$\mathbf{a} = a_i \mathbf{r}^i = (a_i)' (\mathbf{r}^i)' = a^i \mathbf{r}_i = (a^i)' (\mathbf{r}_i)';$$

Представление тензора первого ранга через контрвариантные компоненты и векторы основного базиса:

$$(\mathbf{a}^i)' = a^k \frac{\partial y^i}{\partial x^k}, \quad (\mathbf{r}_i)' = \mathbf{r}_k \frac{\partial x^k}{\partial y^i},$$

через ковариантные компоненты и векторы взаимного базиса:

$$(a_i)' = a_k \frac{\partial x^k}{\partial y^i}, \quad (\mathbf{r}^i)' = \mathbf{r}^k \frac{\partial y^i}{\partial x^k}.$$

Инвариантность тензора второго ранга относительно преобразования координат:

$$\begin{aligned} (a) &= a^{ij} \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j = (a^{ij})' (\mathbf{r}_i)' (\mathbf{r}_j)' = a_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j = \\ &= (a_{ij})' (\mathbf{r}^i)' (\mathbf{r}^j)' = a_i^j \mathbf{r}^i \mathbf{r}_j = (a_i^j)' (\mathbf{r}^i)' (\mathbf{r}_j)'; \end{aligned}$$

Представление тензора второго ранга через контрвариантные компоненты и диадные произведения векторов основного базиса:

$$(a^{ij})' = a^{kl} \frac{\partial y^i}{\partial x^k} \frac{\partial y^j}{\partial x^l}, \quad (r_i)' = r_\alpha \frac{\partial x^\alpha}{\partial y^i}, \quad (r_j)' = r_\beta \frac{\partial x^\beta}{\partial y^j};$$

через ковариантные компоненты и диадные произведения векторов взаимного базиса:

$$(a_{ij})' = a_{kl} \frac{\partial x^k}{\partial y^i} \frac{\partial x^l}{\partial y^j}, \quad (r^i)' = r^\alpha \frac{\partial y^i}{\partial x^\alpha}, \quad (r^j)' = r^\beta \frac{\partial y^j}{\partial x^\beta};$$

через смешанные компоненты и диадные произведения векторов основного и взаимного базисов:

$$(a_i^j)' = a_k^l \frac{\partial x^k}{\partial y^i} \frac{\partial y^j}{\partial x^l}, \quad (r^i)' = r^\alpha \frac{\partial y^i}{\partial x^\alpha}, \quad (r_j)' = r_\beta \frac{\partial x^\beta}{\partial y^j}.$$

4. ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПРИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПРОРАБОТКЕ МАТЕРИАЛА МОДУЛЯ 2.

ОСНОВНЫЕ ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ, УРАВНЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ МЕХАНИКИ МАТЕРИАЛЬНОГО КОНТИНУУМА

1. Определите понятия: индивидуальная точка, индивидуальная частица, индивидуальный объем сплошной среды.
2. В чем заключается отличие понятий индивидуальной точки среды и точки пространства?
3. Определите понятия системы отсчета наблюдателя и сопутствующей системы отсчета.
4. В чем состоит точка зрения Лагранжа на изучение движения деформируемых сред? Что понимается под лагранжевыми координатами?
5. В чем состоит точка зрения Эйлера на изучение движения деформируемых сред? Что понимается под эйлеровыми координатами?
6. Сформулируйте общую задачу определения движения сплошной среды.
7. Изменяются ли во времени эйлеровы координаты движущейся сплошной среды?
8. Изменяются ли во времени лагранжевы координаты движущейся сплошной среды?
9. Чем принципиально различаются точки зрения Эйлера и Лагранжа на изучение движения сплошных сред?
10. Как следует понимать утверждение об эквивалентности описания движения среды по Эйлеру и Лагранжу?
11. Перечислите основные физические величины, описывающие движение сплошных сред.

12. В чем состоит физический смысл субстанциональной, локальной и конвективной производных по времени?
13. В чем заключается принципиальное различие субстанциональной и локальной производных по времени?
14. Определите понятие деформации сплошной среды.
15. Каким образом вводится в рассмотрение характеристика деформированного состояния в точке сплошной среды — тензор деформаций?
16. Каков геометрический смысл компонент тензора деформаций?
17. С помощью каких соотношений можно вычислить компоненты тензора деформаций по известному полю перемещений (укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 — см. с. 59)?
18. Охарактеризуйте тензор деформаций (ранг, симметричность или антисимметричность, геометрический смысл компонент).
19. Что понимается под физическими компонентами тензора деформаций? С какой целью они вводятся в рассмотрение?
20. Какие составляющие механического движения сплошных сред можно выделить? Какие из этих составляющих присутствуют при движении абсолютно твердого тела, а какая присуща лишь деформируемым средам?
21. Охарактеризуйте тензор поворота (ранг, симметричность или антисимметричность, геометрический смысл компонент).
22. В чем состоит геометрический смысл тензора поворота, какую информацию о движении индивидуальной частицы сплошной среды он позволяет получить?
23. Какую информацию о характере движения в окрестности данной индивидуальной точки несет в себе тензор деформаций?
24. Как следует понимать утверждение, что тензор деформаций является характеристикой деформированного состояния в точке материального континуума?
25. Определите понятия главных осей тензора деформаций и главных деформаций.
26. Сформулируйте принцип определения главных осей тензора деформаций и главных деформаций.
27. Какую форму записи имеет тензор деформаций в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями тензора деформаций?

28. Каким образом вводится в рассмотрение геометрический образ деформированного состояния в точке материального континуума — поверхность деформации Коши? Какова каноническая форма записи уравнения этой поверхности и в какой системе координат она получается?

29. Каков геометрический смысл поверхности деформации Коши и как по ее виду составить представление о деформированном состоянии в точке материального континуума?

30. Какой вид будет иметь поверхность деформации для деформированного состояния всестороннего растяжения?

31. Какой вид будет иметь поверхность деформации для деформированного состояния всестороннего равноосного растяжения?

32. Задано поле перемещений $u_1 = \xi^1 + a\xi^2$, $u_2 = \xi^2 + a\xi^3$, $u_3 = \xi^3 + a\xi^1$ в сопутствующей системе координат, являющейся в начальный момент времени декартовой прямоугольной системой координат. Считая деформации малыми, определите поле тензора деформаций.

33. Задано поле перемещений $\mathbf{u} = (\xi^1 - \xi^2)^2 \mathbf{R}^1 + (\xi^2 + \xi^3)^2 \mathbf{R}^2 - \xi^1 \xi^2 \mathbf{R}^3$ в сопутствующей системе координат, являющейся в начальный момент времени декартовой прямоугольной системой координат. При ограничениях, принятых в теории малых деформаций, определите тензор деформаций и тензор поворота в индивидуальной точке с лагранжевыми координатами $\xi^1 = 0$, $\xi^2 = 2$, $\xi^3 = -1$.

34. Определите главные деформации тензора, заданного в декартовой прямоугольной системе координат матрицей

$$((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

35. Компоненты тензора деформаций $(\varepsilon) = \varepsilon_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в декартовой прямоугольной системе координат имеют значения $\varepsilon_{12} = a$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = 0$. Найдите главные деформации ε_1 , ε_2 , ε_3 и главные направления $\mathbf{R}_\eta^1$, $\mathbf{R}_\eta^2$, $\mathbf{R}_\eta^3$, докажете инвариантность тензора деформаций: $(\varepsilon) = \varepsilon_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j = \varepsilon_1 \mathbf{R}_\eta^1 \mathbf{R}_\eta^1 + \varepsilon_2 \mathbf{R}_\eta^2 \mathbf{R}_\eta^2 + \varepsilon_3 \mathbf{R}_\eta^3 \mathbf{R}_\eta^3$.

36. С какой целью при характеристике деформированного состояния вводятся в рассмотрение инварианты тензора деформаций?

37. Что такое инварианты тензора деформаций? Как определяются основные инварианты?

38. Как определяется производный инвариант тензора деформаций — средняя деформация — и каков его физический смысл?

39. Как определяется производный инвариант тензора деформаций — интенсивность деформаций — и каков его физический смысл?

40. Что можно сказать об изменении объема и формы индивидуальной частицы сплошной среды, деформированное состояние которой характеризуется тензором с матрицей

$$((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & -5 \end{pmatrix} \end{pmatrix}?$$

41. С какой целью тензор деформаций представляется в виде суммы шарового тензора и девиатора тензора деформаций, каким образом осуществляется это разложение?

42. Каким образом доказывается, что шаровой тензор и девиатор тензора деформаций характеризуют (каждый) только вполне определенную часть полных деформаций и не касаются другой части деформации?

43. Разложите тензор деформаций $((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 & 4 & 0 \\ 4 & 9 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ на

шаровую и девиаторную части. Вычислите интенсивности исходного тензора и девиатора деформаций.

44. Матрица деформаций $((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$ соответ-

ствует заданному в декартовой прямоугольной системе координат тензору деформаций. Найдите компоненты тензора деформаций в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями. Покажите расчетом, что первый и второй основные инварианты тензора деформаций в обеих системах координат совпадают.

45. Что понимается под уравнениями совместности деформаций? Из каких соотношений следуют уравнения совместности деформаций?

46. Почему компоненты тензора деформаций в сплошной среде не могут быть совершенно произвольными функциями координат, а должны быть взаимосвязаны между собой уравнениями совместности деформаций?

47. В чем состоит физический смысл уравнений совместности деформаций?

48. Каким образом вводится в рассмотрение тензор скоростей деформаций?

49. С помощью каких соотношений можно вычислить компоненты тензора скоростей деформаций по известному полю скоростей (укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 — см. с. 59)?

50. Охарактеризуйте тензор скоростей деформаций (ранг, симметричность или антисимметричность, кинематический смысл компонент).

51. Какую информацию о характере движения в окрестности данной индивидуальной точки несет в себе тензор скоростей деформаций?

52. Охарактеризуйте тензор скоростей поворота (ранг, симметричность или антисимметричность, кинематический смысл компонент).

53. В чем состоит кинематический смысл тензора скоростей поворота, какую информацию о движении индивидуальной частицы сплошной среды он позволяет получить?

54. С какими физическими явлениями связано возникновение внутренних сил в сплошной среде?

55. Какая физическая величина характеризует внутренние силы, возникающие в сплошной среде, как эта величина вводится в рассмотрение?

56. Каким образом вводится в рассмотрение тензор напряжений, характеризующий напряженное состояние в точке сплошной среды?

57. Охарактеризуйте тензор напряжений (ранг, симметричность или антисимметричность, физический смысл компонент).

58. Какую информацию о состоянии материального континуума в данной индивидуальной частице содержит в себе тензор напряжений, как выявляется эта информация?

59. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке среды задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Определите вектор полного напряжения

$\boldsymbol{\sigma}_n$ в данной точке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{2}{3} \mathbf{r}_1 - \frac{2}{3} \mathbf{r}_2 + \frac{1}{3} \mathbf{r}_3$.

60. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке среды задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Определите нормальное напряжение в

данной точке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_2$.

61. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке среды задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Определите касательное напряжение в

данной точке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{3} \mathbf{r}_1 + \frac{\sqrt{8}}{3} \mathbf{r}_3$.

62. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в некоторой точке среды задан в декартовой прямоугольной системе координат матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Определите нормальное и касательное

напряжения, а также модуль вектора полного напряжения в данной точке на площадках с нормальми $\mathbf{n} = \mathbf{r}_1$ и $\mathbf{n} = \mathbf{r}_2$.

63. Напряженное состояние материального континуума в декартовой прямоугольной системе координат задано тензором

напряжений с матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 3xy & 5y^2 & 0 \\ 5y^2 & 0 & 2z \\ 0 & 2z & 0 \end{pmatrix}$. Определите

вектор полного напряжения, действующего в точке $x = 1, y = 2, z = 3$ на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_2$.

64. Определите понятия: главные площадки, главные оси тензора напряжений, главные напряжения.

65. Сформулируйте принцип определения главных напряжений и главных осей тензора напряжений.

66. Какую форму записи имеет тензор напряжений в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями, и почему?

67. Тензор напряжений в точке задается в декартовой прямоугольной системе координат матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Определите главные напряжения.

68. Как определяется геометрический образ напряженного состояния в точке сплошной среды — поверхность напряжений? Как по виду поверхности напряжений судить об особенностях напряженного состояния?

69. Каковы возможные формы поверхности напряжений для различных напряженных состояний?

70. Каким напряженным состояниям соответствуют сферическая и эллипсоидная форма поверхности напряжений?

71. Как будут выглядеть выражения основных инвариантов тензора напряжений в произвольной системе координат, в какой-либо ортогональной системе координат, в декартовой системе главных осей?

72. В чем заключается физический смысл производного инварианта тензора напряжений — среднего напряжения?

73. В чем заключается физический смысл производного инварианта тензора напряжений — интенсивности напряжений?

74. Тензор напряжений задан в декартовой прямоугольной си-

стеме координат матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найдите

главные напряжения и покажите, что диагональная форма приводит к тем же значениям первого и второго основных инвариантов, что и для исходной матрицы.

75. Определите главные значения девиатора напряжений для

тензора, заданного матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -6 & 0 \\ -6 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

76. Тензор напряжений задан в декартовой прямоугольной си-

стеме координат матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -10 & 0 \\ -10 & 0 & 30 \\ 0 & 30 & -27 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Разложи-

те его на шаровой тензор и девиатор напряжений. Вычислите и сравните средние значения и интенсивности напряжений для исходного тензора, шарового тензора и девиатора.

77. Определите понятия внешних объемных и поверхностных сил. Какими физическими величинами количественно характеризуются эти внешние силы?

78. Каков физический смысл граничных условий в напряжениях, как записываются эти условия?

79. Каков принцип вывода дифференциального уравнения равновесия в объеме тела, как записывается это уравнение (укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 — см. с. 60)?

80. Назовите фундаментальные законы, которым подчиняется движение материального континуума.

81. Как называются и как записываются дифференциальные уравнения, выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии для сплошной среды?

82. Каков принцип вывода дифференциального уравнения неразрывности, как записывается это уравнение (укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 — см. с. 60)?

83. Как получить уравнение неразрывности на основе истолкования физического смысла дивергенции вектора скорости течения жидкости?

84. Как устанавливается и как выглядит взаимосвязь плотности и объемной деформации индивидуальной частицы сплошной среды?

85. Что понимается под несжимаемым материальным континуумом и однородным континуумом?

86. Как выглядит уравнение неразрывности для несжимаемой среды, под однородной среды?

87. Получите запись уравнения неразрывности в декартовой прямоугольной системе координат для трехмерного пространственного течения среды ($v_x = v_x(x, y, z, t)$, $v_y = v_y(x, y, z, t)$, $v_z = v_z(x, y, z, t)$), для двумерного плоского движения ($v_x = v_x(x, y, t)$, $v_y = v_y(x, y, t)$, $v_z = 0$) и для одномерного плоского движения ($v_x = v_x(x, t)$, $v_y = 0$, $v_z = 0$).

88. Получите запись уравнения неразрывности в цилиндрической системе координат ($\Gamma_{21}^2 = \Gamma_{12}^2 = 1/r$, $\Gamma_{22}^1 = -r$) для двумерного движения с осевой симметрией ($v_r = v_r(r, z, t)$, $v_z = v_z(r, z, t)$, $v_\theta = 0$) и для одномерного движения с осевой симметрией ($v_r = v_r(r, t)$, $v_z = 0$, $v_\theta = 0$).

89. Запишите закон сохранения количества движения для индивидуального объема материального континуума в виде соответствующего интегродифференциального уравнения. Укажите принцип перехода к дифференциальному уравнению, выражающему данный закон применительно к каждой индивидуальной частице сплошной среды. Как записывается это уравнение (укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 — см. с. 60)?

90. Получите запись уравнений движения в декартовой прямоугольной системе координат для течений: трехмерного пространственного ($v_x = v_x(x, y, z, t)$, $v_y = v_y(x, y, z, t)$, $v_z = v_z(x, y, z, t)$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x, y, z, t)$), двумерного плоского ($v_x = v_x(x, y, t)$, $v_y = v_y(x, y, t)$, $v_z = 0$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x, y, t)$) и одномерного плоского ($v_x = v_x(x, t)$, $v_y = 0$, $v_z = 0$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x, t)$).

91. Получите запись уравнений движения в цилиндрической системе координат ($\Gamma_{21}^2 = \Gamma_{12}^2 = 1/r$, $\Gamma_{22}^1 = -r$) для двумерного течения с осевой симметрией ($v_r = v_r(r, z, t)$, $v_z = v_z(r, z, t)$, $v_\theta = 0$,

$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, z, t)$) и одномерного течения с осевой симметрией ($v_r = v_r(r, t)$, $v_z = 0$, $v_\theta = 0$, $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, t)$).

92. Справедливо ли утверждение об универсальности уравнений неразрывности и движения, а если справедливо, то как его понимать?

93. Сформулируйте принцип получения уравнения баланса механической энергии при доказательстве теоремы «живых сил». Укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 (см. с. 60) соответствующее интегродифференциальное уравнение и дайте ему объяснение.

94. Как следует понимать название — теорема «живых сил»? Что является аналогом этой теоремы в динамике материальной точки? В чем состоит их принципиальное различие?

95. Укажите путь доказательства утверждения, что объемный интеграл $\int_V \sigma^{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV$ определяет полную (для всего тела) мощность деформирования.

96. Укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 (см. с. 60) интегродифференциальное уравнение, выражающее закон сохранения энергии при отсутствии тепловых явлений, и дайте его истолкование.

97. Что понимается под удельной внутренней энергией? Какие составляющие содержит удельная внутренняя энергия для чисто механических и для тепловых процессов?

98. Каким образом определяется и вводится в рассмотрение физическая величина вектора теплового потока? Как при известном векторе теплового потока в данной точке среды определить количество теплоты, проходящей за малое время dt через малую площадку dS с ориентацией, задаваемой вектором единичной нормали $\mathbf{n}$?

99. Сформулируйте закон теплопроводности Фурье и дайте его физическое обоснование.

100. Укажите в перечне формул к коллоквиуму 2 (см. с. 60) интегродифференциальное уравнение, выражающее закон сохранения энергии при наличии тепловых явлений, и дайте его формулировку.

101. Каков принцип, с помощью которого получают дифференциальное уравнение энергии, выражающее первый закон термодинамики применительно к каждой индивидуальной частице сплошной среды? Как записывается это уравнение и каков физический смысл входящих в него составляющих?

102. Какие процессы называются адиабатическими? Как будет выглядеть уравнение энергии для адиабатических процессов?

103. Перечислите физические величины, описывающие состояние сплошной среды.

104. Сформулируйте второй закон термодинамики (в качественной формулировке).

105. Определите понятия обратимых и необратимых процессов. К какому типу относятся процессы: упругого соударения двух тел; проникания срабатывающегося металлического ударника в металлическую преграду; теплопередачи от более нагретого тела к менее нагретому; взрывного превращения энергетических материалов?

106. Что следует понимать под «необратимыми потерями энергии» в изолированной системе? Действительно ли имеются в виду реальные потери энергии и отклонение от закона сохранения энергии?

107. Почему внутренняя тепловая энергия не может являться мерой накопления необратимых потерь энергии, а для характеристики этих потерь необходимо вводить в рассмотрение специальную физическую величину — энтропию?

108. На примере равновесного процесса прямого теплообмена между телами, нагретыми до различной температуры, обоснуйте необходимость вполне определенного ввода в рассмотрение энтропии. Как изменяется энтропия каждого из участвующих в этом процессе тел и системы в целом, чему физически соответствуют эти изменения?

109. Сформулируйте принцип вывода дифференциального уравнения, выражающего второй закон термодинамики применительно к каждой индивидуальной частице континуума. Укажите это уравнение в перечне формул к коллоквиуму 2 (см. с. 60). Каков физический смысл входящих в это уравнение составляющих?

110. Что понимается под величиной некомпенсированной теплоты в записи дифференциального уравнения, выражающего второй закон термодинамики?

111. Как и вследствие каких факторов может изменяться энтропия индивидуальных частиц химически инертной среды в общем случае и при адиабатических процессах?

112. В чем состоит сущность второго закона термодинамики? В каком направлении в природе происходит самопроизвольное развитие изолированных систем материальных тел, каков конечный итог указанного процесса?

5. ПРИМЕРНЫЕ БИЛЕТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОЛЛОКВИУМА РУБЕЖНОГО МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО МОДУЛЮ 2

Рубежный контроль 2. Билет № 1

Баллы

1. Изменяются ли во времени лагранжевы координаты индивидуальных точек среды и почему? 2

2. Тензору деформаций, заданному в декартовой прямоугольной системе координат, соответствует матрица 4

$$((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}. \text{ Найти компоненты тензора де-}$$

формаций в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями. Показать, что первый и второй основные инварианты тензора деформаций в обеих системах координат совпадают.

3. Как определяются компоненты тензора деформаций через перемещения? Выведите геометрические соотношения. 5

4. С чем связано появление внутренних сил в сплошной среде при ее деформировании? 1

5. Каковы условия равновесия на границе области — граничные условия в напряжениях? 2

6. Как выражается взаимосвязь плотности и объемной деформации индивидуальной частицы сплошной среды? 2

7. Сформулируйте закон сохранения импульса. Выведите уравнения движения, записав их в тензорной форме. 5

- | | |
|--|---|
| 8. Запишите интегродифференциальное уравнение, выражающее закон сохранения энергии при наличии тепловых явлений. | 4 |
| 9. Дайте качественную формулировку второго начала термодинамики в любой известной Вам форме. | 2 |
| 10. Как может изменяться энтропия индивидуальных частиц континуума в адиабатических процессах? | 3 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 2

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. Что такое эйлеровы координаты? | 1 |
| 2. Как вводится в рассмотрение тензор деформаций? | 4 |
| 3. Что можно сказать об изменении объема индивидуальной частицы сплошной среды, деформированное состояние которой характеризуется тензором $((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & -5 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$? | 2 |
| 4. Каков физический смысл тензора напряжений в целом? | 4 |
| 5. Как определяется производный инвариант тензора напряжений — среднее напряжение и каков его физический смысл? | 3 |
| 6. Получите уравнение неразрывности, исходя из истолкования физического смысла дивергенции вектора скорости течения среды. | 5 |
| 7. Используя перечень формул на с. 60, выпишите дифференциальное уравнение движения материального континуума. Каковы его физический смысл и аналог из динамики материальной точки? | 2 |
| 8. Перечислите известные Вам физические величины, описывающие состояние сплошной среды. | 3 |
| 9. Охарактеризуйте величины, входящие в запись дифференциального выражения второго начала термодинамики. Истолкуйте физический смысл составляющих, входящих в эту запись. | 3 |
| 10. Как может изменяться энтропия индивидуальных частиц материального континуума в общем случае и почему? | 3 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 3

Баллы

1. Что понимается под индивидуальным объемом сплошной среды? 1
2. Компоненты тензора деформаций ε_{ij} в декартовой прямоугольной системе координат имеют значения: $\varepsilon_{12} = a$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$. Найдите главные деформации. 2
3. Какую характеристику Вы можете дать тензору скоростей поворота и каков его кинематический смысл? 4
4. Какую форму записи имеет тензор напряжений в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями тензора напряжений, и почему? 3
5. Как определяется девиатор тензора напряжений? 3
6. Охарактеризуйте математические объекты, участвующие в записи дифференциального уравнения неразрывности (название, ранг). 2
7. Запишите уравнения движения в декартовой прямоугольной системе координат. 4
8. Докажите теорему «живых сил». 5
9. К процессам какого типа относится удар упругого тела о недеформируемую преграду? 1
10. Получите дифференциальное уравнение, выражающее второе начало термодинамики. 5

 $\Sigma = 30$ **Рубежный контроль 2. Билет № 4**

Баллы

1. Что понимается под системой отсчета наблюдателя? 1
2. Тензору деформаций, заданному в декартовой прямоугольной системе координат, соответствует матрица
$$((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$
. Найдите главные деформации. 2
3. Как с помощью поверхности деформации Коши геометрически представляется деформированное состояние? 4

4. Как записываются уравнения равновесия в объеме тела через компоненты тензоров?	3
5. Каков принцип определения главных напряжений и главных осей тензора напряжений?	4
6. Какой вид имеет уравнение неразрывности для однородного континуума?	2
7. Как записываются уравнения движения через компоненты тензоров?	4
8. Какой вид принимает уравнение энергии для адиабатического процесса?	3
9. Дайте физическое истолкование закону теплопроводности Фурье.	3
10. Каким образом изменяется энтропия каждого из двух тел с различной температурой и системы из двух этих тел в целом при прямом теплообмене между ними?	4
$\Sigma = 30$	

Рубежный контроль 2. Билет № 5

Баллы

1. Определите понятие индивидуальной частицы сплошной среды.	1
2. Поле перемещений задано в декартовой прямоугольной системе координат, соответствующей сопутствующей системе отсчета в недеформированном состоянии: $\mathbf{u} = (\xi^1 - \xi^2)^2 \mathbf{R}^1 + (\xi^2 + \xi^3)^2 \mathbf{R}^2 - \xi^1 \xi^2 \mathbf{R}^3$. Определите тензор поворота в индивидуальной точке с координатами $\xi^1 = 1, \xi^2 = 2, \xi^3 = 3$.	3
3. Какие составляющие есть у вектора относительного перемещения индивидуальных точек и каков их физический смысл?	5
4. Какой вид имеет поверхность напряжений в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями тензора напряжений, для напряженного состояния всестороннего растяжения?	3
5. Что понимается под главными напряжениями?	2
6. Какому закону сохранения отвечает дифференциальное уравнение неразрывности?	2

- | | |
|---|---|
| 7. Запишите уравнение движения в декартовой прямоугольной системе координат. | 4 |
| 8. Какова физическая суть закона сохранения энергии? | 1 |
| 9. Приведите и прокомментируйте выражение закона сохранения энергии при отсутствии тепловых явлений. Поясните, как соответствующее интегродифференциальное уравнение можно получить с использованием теоремы «живых сил»? | 4 |
| 10. Обоснуйте, почему тепловая энергия не может служить мерой необратимых потерь энергии. | 5 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 6

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. В чем состоит различие между эйлеровыми и лагранжевыми координатами? | 1 |
| 2. Задано поле перемещений в сопутствующей системе координат, являющейся в начальный момент времени декартовой прямоугольной системой координат: $u^1 = \xi^1 + a\xi^2$; $u^2 = \xi^2 + a\xi^3$; $u^3 = \xi^3 + a\xi^1$. Считая деформации малыми, определите тензор деформаций. | 3 |
| 3. Каков геометрический смысл компонент тензора деформаций с одинаковыми индексами? | 4 |
| 4. Как с помощью поверхности напряжений геометрически представляется напряженное состояние? | 4 |
| 5. Каков физический смысл производного инварианта тензора напряжений — интенсивности напряжений? | 3 |
| 6. Как выглядит уравнение неразрывности для несжимаемой среды? | 2 |
| 7. Охарактеризуйте физические величины, участвующие в записи уравнения баланса механической энергии (теоремы «живых сил»). Дайте формулировку теоремы «живых сил». | 3 |
| 8. Как определить, что представляет собой вектор теплового потока? | 3 |
| 9. Что следует понимать под термином «необратимые потери энергии» при взрыве, ударе? | 3 |

10. Запишите в цилиндрической системе координат ($\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = 1/r$; $\Gamma_{22}^1 = -r$) уравнение неразрывности для двумерного осесимметричного движения ($v_r \neq 0; v_\theta = 0; v_z \neq 0$).

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 7

Баллы

1. В чем состоит точка зрения Лагранжа на изучение движения сплошной среды? 3

2. Каков геометрический смысл компонент тензора деформаций с различными индексами? 4

3. Какой вид имеет поверхность деформаций Коши в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными направлениями тензора деформаций, для случая деформированного состояния равноосного всестороннего растяжения? 3

4. Разложите заданный в декартовой прямоугольной системе координат тензор напряжений на шаровой тензор 3

и девиатор напряжений: $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 3 & -10 & 0 \\ -10 & 0 & 30 \\ 0 & 30 & -27 \end{pmatrix}$.

Вычислите и сравните первые инварианты исходного тензора, шарового тензора и девиатора напряжений.

5. Что понимается под внешними поверхностными силами? Какая физическая величина характеризует их количественно? 2

6. Назовите фундаментальные законы, которым подчиняется движение материального континуума. 2

7. Как следует понимать утверждение об универсальности уравнения движения? 2

8. Дайте формулировку теоремы «живых сил» и укажите ее аналог из динамики материальной точки (без вывода). 3

9. Приведите примеры необратимых процессов в технике взрыва, удара. 3

10. Что понимается под некомпенсированной теплотой? 5

$\Sigma = 30$

1. Что такое сопутствующая система отсчета? 2
2. Какую форму записи имеет тензор деформаций в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями деформации? 3
3. Каковы основные свойства девиатора тензора деформаций? 3
4. Что понимается под физическими компонентами тензора напряжений? 3
5. Напряженное состояние в декартовой прямоугольной системе координат задано тензором $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$, где

$$((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 3x^1 x^2 & 5(x^2)^2 & 0 \\ 5(x^2)^2 & 0 & 2x^3 \\ 0 & 2x^3 & 0 \end{pmatrix}.$$
 Определите вектор полного напряжения в точке $x^1=1, x^2=2, x^3=3$ на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_3$. 3
6. В чем состоит физическая суть закона сохранения массы в механике сплошных сред? 1
7. Выведите и представьте в тензорной форме дифференциальное уравнение движения. Какому закону сохранения оно соответствует? 5
8. Что такое удельная внутренняя энергия? Какие составляющие она включает при чисто механических процессах и процессах, учитывающих тепловые явления? 3
9. Чем определяются направление и модуль вектора теплового потока? 3
10. Вследствие каких двух факторов может изменяться энтропия индивидуальных частиц материального континуума? 4

 $\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 9

Баллы

1. Чем различаются точки зрения Эйлера и Лагранжа на изучение движения сплошной среды? 3
2. Укажите и раскройте принцип определения главных осей тензора деформаций и главных деформаций. 4
3. В декартовой прямоугольной системе координат задан тензор напряжений $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. Определите главные напряжения. 2
4. Каков вид поверхности напряжений в декартовой прямоугольной системе координат, связанной с главными осями тензора напряжений, для напряженного состояния всестороннего равноосного растяжения? 3
5. Как следует понимать утверждение, что уравнение неразрывности является универсальным уравнением, описывающим движение материального континуума? 2
6. Выведите и представьте в тензорной форме дифференциальное уравнение движения. Какому закону сохранения оно соответствует? 3
7. Запишите и истолкуйте закон теплопроводности Фурье. 3
8. Определите понятие инвариантов тензора деформаций. 2
9. Дайте вывод дифференциального уравнения энергии. 5
10. Что понимается под необратимыми процессами? 3

 $\Sigma = 30$ **Рубежный контроль 2. Билет № 10**

Баллы

1. Изменяются ли во времени эйлеровы координаты индивидуальных точек среды? 1
2. Каким именно образом тензор деформаций представляется в виде суммы шарового тензора и девиатора деформаций? С какой целью это делается? 4
3. Как вводится в рассмотрение тензор скоростей деформаций? 3

- | | |
|--|---------------------------------|
| 4. В чем состоит физический смысл компонент тензора напряжений? | 2 |
| 5. Тензор напряжений в точке задан в декартовой прямоугольной системе координат матрицей $((\sigma_{ij})) =$
$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Определите нормальные и касательные напряжения в данной точке на площадках с нормальми $\mathbf{n} = \mathbf{r}_1$ и $\mathbf{n} = \mathbf{r}_2$. | 2 |
| 6. Выведите дифференциальное уравнение, выражающее закон сохранения массы в механике сплошной среды. | 5 |
| 7. Какова сущность уравнения движения материального континуума? Какой аналог из динамики материальной точки Вы можете указать? | 2 |
| 8. Может ли одно лишь дифференциальное уравнение энергии рассматриваться в качестве математического описания закона сохранения энергии для общего случая движения материального континуума. В каком частном случае это действительно так? | 5 |
| 9. Определите понятие адиабатического процесса. | 3 |
| 10. Как может изменяться энтропия индивидуальных частиц материального континуума в общем случае и почему? | 3 |
| | $\Sigma = 30$ |

Рубежный контроль 2. Билет № 11

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. Что значит определить движение сплошной среды? | 2 |
| 2. Дайте определение производному инварианту тензора деформаций — интенсивности деформаций, укажите его физический смысл. | 3 |
| 3. Каков физический смысл уравнений совместности деформаций? | 3 |
| 4. Как следует понимать утверждение о том, что тензор напряжений является характеристикой напряженного состояния в точке материального континуума? Какую информацию по нему можно получить? | 4 |

5. Определите основные (первый и второй) инварианты тензора напряжений, заданного в декартовой прямоугольной

системе координат как $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите

главные напряжения и покажите, что диагональная форма матрицы приводит к тем же значениям инвариантов.

6. Каково основное свойство несжимаемой сплошной среды? 1

7. Как следует понимать утверждение об универсальности уравнения движения? 2

8. Какие величины описывают состояние сплошной среды? 3

9. Дайте физическое истолкование закону теплопроводности Фурье. 3

10. Энтропия. Какую информацию о среде несет эта физическая величина, каким образом она вводится в рассмотрение? 5

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 12

Баллы

1. Докажите эквивалентность описаний движения среды с точек зрения Эйлера и Лагранжа. 3

2. Дайте характеристику тензору поворота, укажите его геометрический смысл. 4

3. С какой целью тензор деформаций представляется в виде суммы шарового тензора и девиатора деформации? 2

4. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Определите касательное напря-

жение на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{3} \mathbf{r}_1 + \frac{\sqrt{8}}{3} \mathbf{r}_3$.

- | | |
|--|---|
| 5. Как задаются внешние объемные (массовые) силы? | 2 |
| 6. Определите понятие однородного материального континуума. | 1 |
| 7. От тензорной формы записи уравнения движения перейдите к записи через компоненты тензоров. | 4 |
| 8. Охарактеризуйте величины, участвующие в записи уравнения баланса механической энергии. Дайте формулировку теоремы «живых сил». | 3 |
| 9. Приведите примеры необратимых процессов в технике взрыва, удара. | 3 |
| 10. Может ли уменьшаться энтропия тела при его равновесном теплообмене с другим телом? Если да, то в каком случае это происходит, каков физический смысл этого уменьшения? | 4 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 13

Баллы

- | | |
|---|---|
| 1. Что такое конвективная производная по времени? Каков ее физический смысл? | 3 |
| 2. Каков геометрический смысл тензора деформаций в целом? | 4 |
| 3. Приведите основные инварианты тензора деформаций. | 3 |
| 4. Как вводится в рассмотрение тензор напряжений? | 4 |
| 5. Тензор напряжений в точке задается в декартовой прямоугольной системе координат матрицей $((\sigma_{ij})) =$
$= \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Определите главные напряжения. | 2 |
| 6. Как упрощается уравнение неразрывности применительно к несжимаемой среде? | 2 |
| 7. Каков физический смысл уравнения движения материального континуума? Назовите ближайший его аналог из динамики материальной точки. | 2 |

8. Покажите, что интеграл $\int_V \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV$ действительно 5

определяет полную, для всего индивидуального объема V , мощность внутренних сил — мощность деформирования.

9. Что следует понимать под термином «необратимые потери энергии» при взрыве, ударе? 3

10. К процессам какого типа относится удар упругого тела о недеформируемую преграду? 2

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 14

Баллы

1. Что понимается под индивидуальной точкой сплошной среды? 1

2. Определите понятие главных деформаций. 2

3. Что такое уравнения совместности деформаций, какова причина их существования? 4

4. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке задан мат- 3

рицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Определите вектор полного

напряжения в данной точке на площадке с единичной

нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{2}{3} \mathbf{r}_1 - \frac{2}{3} \mathbf{r}_2 + \frac{1}{3} \mathbf{r}_3$.

5. Выведите уравнения равновесия в объеме тела, записав их в тензорной форме. 4

6. В чем состоит различие понятий «несжимаемый континуум» и «однородный континуум»? 1

7. Как получить уравнение равновесия материального континуума из уравнения его движения? 2

8. Докажите теорему «живых сил». Чем можно объяснить использование этого условного термина? 5

9. Что понимается под необратимыми процессами? 3

10. Может ли изменяться во времени энтропия тепло- 5
изолированного от внешней среды индивидуального объ-
ема континуума? Обоснуйте ответ.

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 15

Баллы

1. Что понимается под локальной или местной произ- 3
водной по времени от скалярной величины?

2. Дайте характеристику тензора деформаций. 3

3. Каковы составляющие движения материального 2
континуума? С какими количественными характери-
стиками движения они взаимосвязаны?

4. Сформулируйте принцип определения главных 4
напряжений и главных осей тензора напряжений.

5. Определите основные (первый и второй) инвариан- 4
ты тензора напряжений, заданного в декартовой прямо-

угольной системе координат как $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Найдите главные напряжения и покажите, что диагональ-
ная форма матрицы приводит к тем же значениям инвари-
антов.

6. Назовите фундаментальные законы, которым под- 2
чиняется движение материального континуума.

7. Охарактеризуйте математические объекты, участ- 2
ствующие в записи уравнения движения (величина, ранг).

8. В точке задан вектор теплового потока $\mathbf{q}$. Напишите 4
и поясните выражение для количества теплоты, перене-
сенного за время dt через площадку dS , ориентация кото-
рой задана вектором единичной нормали $\mathbf{n}$.

9. Получите интегродифференциальное уравнение, 4
выражающее первое начало термодинамики примени-
тельно к индивидуальному объему материального кон-
тинуума.

2

10. К процессам какого типа относятся процессы деформирования пластилина, упругого соударения тел?

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 16

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. В чем заключается точка зрения Эйлера на изучение движения сплошной среды? | 3 |
| 2. Что понимается под деформацией сплошной среды? | 1 |
| 3. Каков геометрический смысл компонент тензора деформаций с одинаковыми индексами? | 4 |
| 4. Какую информацию о состоянии среды несет тензор напряжений в целом? | 4 |
| 5. Получите уравнения равновесия в объеме тела, записав их через компоненты тензоров. | 3 |
| 6. Какова физическая суть закона сохранения массы в механике сплошной среды? | 1 |
| 7. Охарактеризуйте математические объекты, участвующие в записи уравнения энергии (величина, ранг). | 2 |
| 8. Раскройте смысл уравнения баланса механической энергии (без его вывода) и приведите аналог из динамики материальной точки. | 3 |
| 9. Приведите запись в декартовой прямоугольной системе координат условия адиабатичности деформирования материального континуума. | 4 |
| 10. Что такое некомпенсированная теплота? Каков ее физический смысл, в записи какого закона она участвует? | 5 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 17

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. Какова сущность точки зрения Лагранжа на изучение движения сплошной среды? | 3 |
| 2. Как вводится в рассмотрение лагранжев тензор деформаций? | 4 |
| 3. С какой целью тензор деформаций представляется в виде суммы шарового тензора и девиатора? | 3 |

4. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Определите вектор полного напряжения в данной точке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{2}{3} \mathbf{r}_1 - \frac{2}{3} \mathbf{r}_2 + \frac{1}{3} \mathbf{r}_3$. 3
5. Чему равен девиатор тензора напряжений, характеризующего напряженное состояние всестороннего равноосного сжатия? 2
6. Как взаимосвязаны между собой плотность и объемная деформация сплошной среды? 1
7. Истолкуйте физический смысл уравнения движения материального континуума и приведите его аналог из динамики материальной точки. 2
8. Как можно интерпретировать закон теплопроводности Фурье? 3
9. Почему тепловая энергия не может являться мерой необратимых потерь энергии? 5
10. Покажите на примере теплопередачи от более нагретого тела к менее нагретому, как энтропия характеризует этот процесс и что она действительно является мерой необратимости процесса. 4

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 18

Баллы

1. Определите понятие сопутствующей системы отсчета. 2
2. В чем состоит принцип определения главных направлений и главных значений тензора деформаций? 4
3. Каков физический смысл производного инварианта тензора деформаций — средней деформации? 3

4. Тензор напряжений $(\sigma) = \sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j$ в точке задан матрицей $((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Определите нормальное напряжение в данной точке на площадке с единичной нормалью $\mathbf{n} = n^k \mathbf{r}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{r}_2$. 3
5. Получите выражения для граничных условий в напряжениях. 3
6. Запишите уравнение неразрывности в декартовой прямоугольной системе координат. 3
7. Как следует понимать утверждение об универсальности уравнений движения? 2
8. Приведите и интерпретируйте закон теплопроводности Фурье. 3
9. Какие составляющие внутренней энергии тела Вы можете назвать? 2
10. Выведите дифференциальное уравнение, выражающее 2-е начало термодинамики применительно к материальному континууму. 5

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 19

Баллы

1. Что понимается под переменными Эйлера? 1
2. Задано поле перемещений в сопутствующей системе координат, являющейся в начальный момент времени декартовой прямоугольной системой координат: $u^1 = \xi^1 + a\xi^2$; $u^2 = \xi^2 + a\xi^3$; $u^3 = \xi^3 + a\xi^1$. Считая деформации малыми, определите тензор деформаций. 3
3. Укажите и обоснуйте геометрический смысл тензора деформаций в целом. 4
4. Каков физический смысл компонент тензора напряжений? 3

- | | |
|---|---|
| 5. Как геометрически представляется тензор напряжений с помощью поверхности напряжений? | 4 |
| 6. Что понимается под вектором потока массы? Какую информацию по нему можно получить? В записи какого закона сохранения он участвует? | 2 |
| 7. Охарактеризуйте физические величины, участвующие в записи уравнения энергии. | 3 |
| 8. Что представляет собой вектор теплового потока — по направлению и по модулю? | 3 |
| 9. Что следует понимать под необратимыми потерями энергии? В чем состоит условность этого термина? | 3 |
| 10. Может ли уменьшаться во времени удельная энтропия индивидуальных частиц материального континуума: в общем случае его движения? в адиабатических условиях? | 4 |

$\Sigma = 30$

Рубежный контроль 2. Билет № 20

Баллы

- | | |
|--|---|
| 1. Что такое индивидуализация точек сплошной среды? С какой целью она проводится? | 1 |
| 2. Как водится в рассмотрение тензор деформаций? | 4 |
| 3. Что можно сказать об изменении объема и формы индивидуальной частицы сплошной среды, деформированное состояние которой характеризуется тензором деформаций, заданным матрицей $((\varepsilon_{ij})) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & -5 \end{pmatrix}$? | 2 |
| 4. В чем состоит физический смысл тензора напряжений в целом? | 4 |
| 5. Охарактеризуйте производный инвариант тензора напряжений — среднее напряжение. Укажите его физический смысл. | 3 |
| 6. Получите уравнение неразрывности, исходя из истолкования физического смысла дивергенции вектора скорости течения сплошной среды. | 5 |

7. Какое уравнение в динамике материальной точки является по физическому смыслу аналогом уравнения движения сплошной среды? 2
8. Какими физическими величинами описывается состояние сплошной среды? 3
9. Охарактеризуйте физические величины, входящие в дифференциальное уравнение второго закона термодинамики. Каков физический смысл составляющих, входящих в это дифференциальное уравнение? 3
10. Что понимается под удельной энтропией индивидуальных частиц материального континуума? Как может изменяться значение этой величины в общем случае и почему? 3

$\Sigma = 30$

**6. ФОРМУЛЫ, ДОПУСКАЕМЫЕ
К СПРАВОЧНОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ
ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТВЕТОВ НА ВОПРОСЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОЛЛОКВИУМА ПО МОДУЛЮ 2**

$$(dl^*)^2 - (dl)^2 = (g_{ij}^* - g_{ij})d\xi^i d\xi^j = 2\varepsilon_{ij}d\xi^i d\xi^j;$$

$$\varepsilon_{ij} = 0,5(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_k \nabla_j u^k), \quad \omega_{ij} = 0,5(\nabla_i u_j - \nabla_j u_i);$$

$$u_1 = u + du_d + du_r, \quad du_d = (\varepsilon) \cdot dR = (\varepsilon_{ij} R^i R^j) \cdot (d\xi^l R_l) = \varepsilon_{ij} d\xi^i R^j,$$

$$du_r = dR \cdot (\omega) = \omega_{ij} d\xi^i R^j;$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2(\varepsilon) - T_1^2(\varepsilon)},$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{(11)} - \varepsilon_{(22)})^2 + (\varepsilon_{(22)} - \varepsilon_{(33)})^2 + (\varepsilon_{(33)} - \varepsilon_{(11)})^2 + 6(\varepsilon_{(12)}^2 + \varepsilon_{(23)}^2 + \varepsilon_{(31)}^2)},$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2};$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = 0,5(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad \dot{\omega}_{ij} = 0,5(\nabla_i v_j - \nabla_j v_i);$$

$$v_1 = v + dv_d + dv_r, \quad dv_d = (\dot{\varepsilon}) \cdot dR = (\dot{\varepsilon}_{ij} R^i R^j) \cdot (d\xi^l R_l) = \dot{\varepsilon}_{ij} d\xi^i R^j,$$

$$d\mathbf{v}_r = d\mathbf{R} \cdot (\dot{\omega}) = \dot{\omega}_{ij} d\xi^i \mathbf{R}^j.$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n = (\boldsymbol{\sigma}) \cdot \mathbf{n} = (\sigma_{ij} \mathbf{r}^i \mathbf{r}^j) \cdot \mathbf{n}^k \mathbf{r}_k = \sigma_{ij} n^j \mathbf{r}^i, \quad \sigma_{(n)} = \boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{n} = \sigma_{ij} n^i n^j,$$

$$\tau_{(n)} = \sqrt{|\boldsymbol{\sigma}_n|^2 - \sigma_{(n)}^2};$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{3T_2(\boldsymbol{\sigma}) - T_1^2(\boldsymbol{\sigma})},$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{(11)} - \sigma_{(22)})^2 + (\sigma_{(22)} - \sigma_{(33)})^2 + (\sigma_{(33)} - \sigma_{(11)})^2 + 6(\sigma_{(12)}^2 + \sigma_{(23)}^2 + \sigma_{(31)}^2)},$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

$$\mathbf{F} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0; \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0; \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\sigma});$$

$$\frac{dW_k}{dt} + \int_V \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV = \int_V \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dV + \oint_S \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{v} dS,$$

$$\frac{d}{dt}(W_k + U) = \int_V \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dV + \oint_S \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{v} dS,$$

$$\frac{d}{dt}(W_k + U) = \int_V \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dV + \oint_S \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{v} dS - \oint_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}}{\rho} - \frac{\nabla_i q^i}{\rho}; \quad T \frac{dS}{dt} = -\frac{\nabla_i q^i}{\rho} + \chi, \quad 0 \leq \chi \leq \frac{\sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}}{\rho}.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Вопросы и задачи для самоконтроля при самостоятельной проработке материала модуля 1. Предмет, цель, роль и значение дисциплины, ее основные гипотезы. Математический аппарат механики сплошных сред	5
2. Примерные билеты теоретического коллоквиума рубежного модульно-рейтингового контроля по модулю 1	13
3. Формулы, допускаемые к справочному использованию при подготовке ответов на вопросы теоретического коллоквиума по модулю 1	28
4. Вопросы и задачи для самоконтроля при самостоятельной проработке материала модуля 2. Основные общие положения, уравнения и соотношения механики материального континуума	30
5. Примерные билеты теоретического коллоквиума рубежного модульно-рейтингового контроля по модулю 2	41
6. Формулы, допускаемые к справочному использованию при подготовке ответов на вопросы теоретического коллоквиума по модулю 2	59

Учебное издание

Бабкин Александр Викторович
Селиванов Виктор Валентинович

**Материалы для подготовки
к теоретическим коллоквиумам
модульно-рейтингового контроля
по дисциплине «Прикладная механика
сплошных сред»**

**Раздел «Основы механики
сплошных сред»**

Модули 1 и 2

Редактор *Е.К. Кошелева*
Корректор *Р.В. Царева*
Компьютерная верстка *С.А. Серебряковой*

Подписано в печать 25.04.2012. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 3,72. Тираж 100 экз. Изд. № 59. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.